

## PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC THÍCH NGHI TRÍ TUỆ CHO HỌC SINH QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ TÍNH THỂ TÍCH KHỐI CHÓP

• ThS. Võ Xuân Mai<sup>(\*)</sup>

### Tóm tắt

*Việc bồi dưỡng năng lực thích nghi trí tuệ cho học sinh là vấn đề thu hút sự quan tâm của các nhà nghiên cứu. Tác giả Nguyễn Bá Kim đã đề cập đến “học tập bằng thích nghi”: chủ thể học tập bằng cách tự thích nghi với môi trường sinh ra những mâu thuẫn, những khó khăn và sự mất cân bằng [2; tr. 126]. Dạy học theo quan điểm này đòi hỏi giáo viên phải biết tạo tình huống chứa đựng những chương ngại, tổ chức cho học sinh biết cách vượt qua chương ngại thông qua hoạt động đồng hóa, điều ứng. Trong bài viết này, chúng tôi đề xuất một số biện pháp rèn luyện cho học sinh năng lực thích nghi trí tuệ qua dạy học chủ đề tính thể tích khối chóp.*

*Từ khóa:* điều ứng, đồng hóa, thể tích khối chóp, thích nghi trí tuệ.

### 1. Mở đầu

Theo quan điểm thích nghi trí tuệ trong tâm lí học phát sinh nhận thức của J. Piaget: Sự thích nghi trí tuệ gắn liền với khái niệm quan trọng là đồng hóa và điều ứng, thể hiện cụ thể như sau: Đồng hóa là quá trình chủ thể tái lập lại một số đặc điểm của khách thể được nhận thức đưa chúng vào trong các sơ đồ nhận thức đã có. Điều ứng là quá trình thích ứng của chủ thể đối với những đòi hỏi của môi trường, bằng cách tái thiết lập những đặc điểm của khách thể vào cái đã có, qua đó biến đổi sơ đồ nhận thức đã có tạo ra sơ đồ nhận thức mới dẫn tới trạng thái cân bằng giữa chủ thể và môi trường. Trong đồng hóa, các kích thích được chế biến cho phù hợp với sự áp đặt của sơ đồ đã có, còn trong điều ứng chủ thể buộc phải thay đổi lại cấu trúc cho phù hợp với kích thích mới. Như vậy, đồng hóa không làm thay đổi nhận thức mà chỉ mở rộng cái đã biết, còn điều ứng làm thay đổi nhận thức. Khi chủ thể nhận thức tiếp xúc phù hợp sơ đồ nhận thức đã có, tức là khi điều kiện cần thiết để sự đồng hóa xảy ra được, ta nói rằng có một sự cân bằng. Quá trình nhận thức là quá trình phát triển, sự phát triển chỉ xảy ra khi có sự mất cân bằng, khi có sự điều ứng. Khi một học sinh (HS) tiếp xúc với một thông tin mới, sự mất

cân bằng sẽ bắt đầu xuất hiện cho tới khi có sự thích nghi với thông tin mới và khi đó có sự cân bằng. Sự tạo lập lại sự cân bằng được gọi là sự thích nghi trí tuệ [1; tr. 8 - 9].

### 2. Nội dung

Theo từ điển Tiếng Việt của tác giả Hoàng Phê, năng lực là phẩm chất tâm lí tạo ra cho con người hoàn thành một loại hoạt động nào đó với chất lượng cao. Trên cơ sở phân tích quá trình thích nghi trí tuệ theo quan điểm của J. Piaget, trong bài báo này chúng tôi đưa ra định nghĩa về năng lực thích nghi trí tuệ như sau: năng lực thích nghi trí tuệ là khả năng chủ thể nhận thức điều chỉnh, thiết lập lại sơ đồ nhận thức đã có để tạo ra sự cân bằng mới. Với sơ đồ nhận thức đã có, giáo viên (GV) tạo những tình huống chương ngại mới cho HS xuất hiện sự mất cân bằng: các bài toán khó xác định chân đường cao của hình chóp, từ đó giúp HS tiến hành điều ứng, có điều kiện thiết lập lại sơ đồ đã có. Từ những tư tưởng đó chúng tôi đề xuất các biện pháp nhằm phát triển năng lực thích nghi trí tuệ của người học qua dạy học chủ đề tính thể tích khối chóp như sau:

**Biện pháp 1. Thiết kế những tình huống gây ra khó khăn, chương ngại cho HS trong tiến trình tiếp cận tri thức mới**

Hoạt động nhận thức của người học chỉ nảy sinh khi họ đứng trước những nhiệm vụ cần

<sup>(\*)</sup> Khoa Sư phạm Toán - Tin, Trường Đại học Đồng Tháp.

nhanh thức, khi họ cần giải quyết được những mâu thuẫn, những chướng ngại nhận thức, việc tạo ra những khó khăn, chướng ngại là các nguồn gốc của hoạt động nhận thức tìm tòi tri thức mới. Do đó, GV cần quan tâm thiết kế những tình huống mà giữa tri thức đã có của HS không tương thích với tình huống đang xét, từ đó HS có thể thích nghi với tri thức mới qua hoạt động đồng hóa bậc cao (tích lũy kinh nghiệm, mở rộng phạm vi ứng dụng) và hoạt động điều ứng (tri thức sự vật, tri thức phương pháp).

**Bài toán 1.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA = a; hình chiếu vuông góc của đỉnh lên mặt phẳng đáy (ABCD) là điểm H thuộc đoạn AC,

$$S_{SCM} = \frac{1}{2} S_{SCA} \Rightarrow V_{SMBC} = \frac{1}{2} V_{B.SCA} = \frac{1}{2} V_{S.ABC} = \frac{1}{6} SH \cdot S_{ABC} = \frac{a^3 \sqrt{14}}{48}.$$

Học sinh có thể giải cách như sau: Gọi  $O$  là tâm của hình vuông  $ABCD$ . Để thấy  $BO$  là đường cao của hình chóp  $SMBC$  ứng với đáy  $SMC$ .

$$V_{SMB} = \frac{1}{3} BO \cdot S_{SMC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot S_{SAC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot$$

$$\frac{a\sqrt{14}}{4} \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^3\sqrt{14}}{48}.$$

Như vậy, với cách giải thứ nhất, HS cần điều chỉnh lại tri thức đã biết, phải tìm ra mối liên hệ giữa khối chóp cần tìm thể tích với khối chóp khác mà dễ dàng vận dụng công thức tính thể tích, tức là HS tiến hành hoạt động điều ứng. Với cách giải thứ hai thì HS có thể gấp khó khăn nhưng không phải cấu trúc lại sơ đồ nhận thức đã có về công thức thể tích của một hình chóp. Do đó, HS không phải tiến hành hoạt động điều ứng mà chỉ là hoạt động đồng hóa, dĩ nhiên là đồng hóa bậc cao.

**Biện pháp 2. Luyện tập cho HS năg lực liên tưởng và huy động kiến thức trong quá trình tiến hành hoạt động đồng hóa và điều ứng**

Theo tri thức về tâm lí học liên tưởng trong dạy học: “Tư duy tốt tức là tư duy đúng đắn và có hiệu quả, biết thực hiện được những liên tưởng khai quát, những liên tưởng phù hợp với bài toán cần giải”. Vì vậy để việc dạy tư

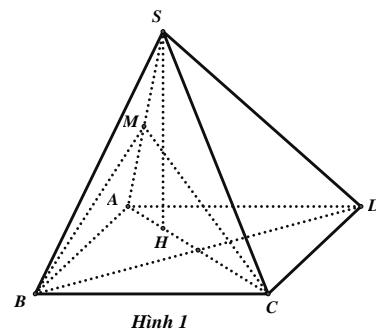
$AH = \frac{AC}{4}$ . Gọi CM là đường cao của tam giác SAC. Tính thể tích tứ diện SMBC theo a.

Với sơ đồ nhận thức đã có của HS để tính thể tích khối tứ diện SMBC cần tính diện tích một mặt nào đó và khoảng cách từ đỉnh còn lại đến mặt đó, nhưng đối với bài toán này sẽ gây khó khăn cho HS khi tri thức cũ không giải quyết được chướng ngại trong tình huống mới này.

Nhận thấy M là trung điểm của SA, thật vậy ta có

$$AH = \frac{a\sqrt{2}}{4}, SH = \frac{a\sqrt{14}}{4}, HC = \frac{3a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow SC = AC = a\sqrt{2}$$

do đó  $\Delta SAC$  cân tại C nên M là trung điểm của SA. (Hình 1)



### Hình 1

để có hiệu quả không chỉ đòi hỏi phải tìm hiểu những thuộc tính hay những quan hệ chung xác định của các đối tượng, mà còn phải biết thuộc tính này là bản chất đối với những bài toán nào. Do đó, cần luyện tập cho HS năng lực liên tưởng và huy động kiến thức đúng đắn từ đó kích thích hoạt động đồng hóa, điều ứng của HS.

**Bài toán 2.** Cho tứ diện OABC với  $OA = a$ ,  $OB = b$ ,  $OC = c$  và các góc phẳng tam diện tại đỉnh O đều bằng  $60^\circ$ . Tính thể tích tứ diện đã cho.

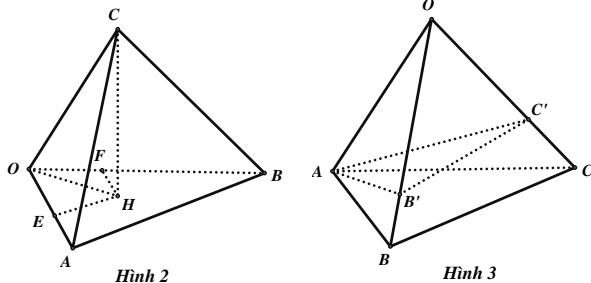
**Định hướng:** Để tính thể tích tứ diện này ta tính thể tích khối chóp với đỉnh C và đáy OAB, ta có  $S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB \cdot \sin 60^\circ = \frac{ab\sqrt{3}}{4}$ , gọi CH là đường cao hạ từ đỉnh C đến mặt phẳng (OAB), kẻ  $HF \perp OA$ ,  $HF \perp OB \Rightarrow OA \perp CF$ ,  $OB \perp CF$ . (Hình 2)

TÀI CÓ

$$OE = OF = \frac{c}{2} \Rightarrow OH = \frac{c\sqrt{3}}{3}, CH = \frac{c\sqrt{6}}{3}. \text{ Do đó } V_{OABC} = \frac{1}{3}CH.S_{OAB} = \frac{abc\sqrt{2}}{12}.$$

Vì vậy, GV có thể định hướng cho HS giải quyết bài toán này như sau: Từ giả thiết của bài toán dẫn dắt HS liên tưởng đến: nếu  $a = b = c$  thì tứ diện  $OABC$  là tứ diện đều, ta đã có công thức tính thể tích của nó, tiếp tục huy động kiến thức đã biết của HS: “Cho khối chóp  $S.ABC$ . Trên ba đường thẳng  $SA, SB, SC$  lần lượt lấy các điểm  $A', B', C'$  khác  $S$ . Khi đó ta có  $\frac{V_{S.ABC}}{V_{S.A'B'C'}} = \frac{SA}{SA'} \frac{SB}{SB'} \frac{SC}{SC'}$ ”. Do đó hướng giải quyết: Tìm tỉ số của hai thể tích khối chóp, tính thể tích một khối chóp, dễ dàng có được thể tích khối chóp còn lại. Giải bài toán 2: Trên tia  $OB, OC$  lấy  $B', C'$  sao cho  $OB' = OC' = OA = a$ , (Hình 3) ta có:

$$\frac{V_{OABC}}{V_{OAB'C'}} = \frac{OA \cdot OB \cdot OC}{OA \cdot OB' \cdot OC'} = \frac{abc}{a^3}. \text{ Thể tích tứ diện đều cạnh } a \text{ là } V_{OAB'C'} = \frac{a^3\sqrt{2}}{12} \Rightarrow V_{OABC} = \frac{abc\sqrt{2}}{12}.$$



### Biện pháp 3. Luyện tập cho HS giải quyết vấn đề thông qua hoạt động biến đổi đối tượng

$$A(0;0;0); B(a;0;0); C(0;2a;0); S(0;0;3a); E\left(\frac{a}{2};0;\frac{3a}{2}\right); F\left(0;a;\frac{3a}{2}\right).$$

Ta có

$$V_{A,SEF} = \frac{1}{6} \left| \overrightarrow{AS}, \overrightarrow{AE} \right| \cdot \overrightarrow{AF} = \frac{a^3}{4}; V_{A,SBC} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AS = a^3.$$

$$\text{Do đó } V_{A,BCEF} = V_{A,SBC} - V_{A,SEF} = \frac{3a^3}{4}.$$

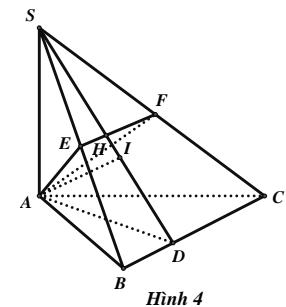
Đối với các bài toán tính thể tích khối chóp mà việc xác định đường cao hình chóp không phải dễ dàng, GV có thể khắc phục khó

“Hoạt động biến đổi đối tượng là hoạt động trí tuệ của chủ thể nhận thức nhằm biến đổi cấu trúc, nội dung và hình thức của đối tượng để làm bộc lộ các thuộc tính của đối tượng” [1; tr. 24]. Trong quá trình dạy học, GV cần quan tâm bồi dưỡng HS khả năng phân tích, biến đổi hoặc diễn đạt bài toán theo các hướng khác nhau làm bộc lộ, nảy sinh các mối liên hệ ẩn chứa bên trong đối tượng hoặc biến đổi làm bài toán trở nên quen thuộc.

**Bài toán 3.** Cho tam giác  $ABC$  vuông tại  $A$ , có  $AB = a, AC = 2a$ . Trên đường thẳng vuông góc ( $ABC$ ) tại  $A$  lấy  $S$  sao cho  $SA = 3a$ ,  $AD$  là đường cao của tam giác  $ABC$ . Gọi  $E, F$  là trung điểm của  $SB, SC$ . Tính thể tích khối chóp  $A.BCFE$ .

Để xác định đường cao của khối chóp  $A.BCFE$ : chứng minh  $H$  thuộc  $SD$  và  $H$  là trung điểm của  $SD$ , kẻ  $AI \perp SD$ . Ta có  $EF \perp (ADH) \Rightarrow EF \perp AI$  nên  $AI$  chính là đường cao của  $A.BCFE$  (Hình 4), từ đây HS tính được thể tích khối chóp cần tìm.

Việc tính thể tích khối chóp trong bài toán có thể gặp vướng mắc ở khâu xác định đường cao của khối chóp. GV có thể gợi mở để HS tìm hướng khắc phục: nhận thấy bài toán có  $AB, AC, AS$  đồng một vuông góc, từ điều này ta có thể biến đổi bài toán, chuyển bài toán sang hình thức mới với ngôn ngữ của tọa độ. Gắn hệ trục tọa độ Oxyz ta được



khăn đó cho HS bằng cách biến đổi việc xác định hình chiếu của đỉnh xuống mặt đáy tức là, nếu  $I$  là hình chiếu của  $A$  lên mặt phẳng ( $BCFE$ ), ta có  $I \in (BCFE)$  và  $AI \perp (BCFE)$ , biến đổi đối tượng đường cao  $AI$  ta được:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AI} = k\overrightarrow{AB} + l\overrightarrow{AC} + (1-k-l)\overrightarrow{AE} \\ \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BC} = 0 \\ \overrightarrow{AI} \cdot \overrightarrow{BE} = 0 \end{cases}$$

Từ đó có thể chuyển đổi bài toán sang ngôn ngữ vectơ: chọn hệ vectơ gốc, biểu diễn các vectơ liên quan qua hệ, việc tính đường cao hình chóp bằng cách sử dụng bình phương vô hướng.

#### **Biện pháp 4. Luyện tập cho HS vận dụng các quan điểm biện chứng của tư duy toán học**

Tri thức về tư duy biện chứng giúp định hướng, điều chỉnh hoạt động nhận thức của HS và bồi dưỡng cho HS khả năng phát hiện, giải quyết các mâu thuẫn, các chướng ngại nhận thức. Những tri thức này được vận dụng trong dạy học toán chủ yếu định hướng hoạt động điều ứng để chủ thể thích nghi với môi trường mới, hoàn cảnh mới; định hướng cho việc phát hiện tri thức mới. Khi thực hiện biện pháp này GV cần quan tâm giáo dục cho HS các mối liên hệ giữa cái chung và cái riêng, cái cụ thể và cái trừu tượng, xét xem sự vật trong trạng thái vận động biến đổi. Chẳng hạn, để tính thể tích khối chóp (H) nào đó, ta có thể xem là một bộ

$$\begin{aligned} V_{S.CDNM} &= V_{S.ABCD} - V_{S.AMN} - V_{S.BCM} \\ &= \frac{1}{3} SH (S_{ABCD} - S_{AMN} - S_{BCM}) = \frac{1}{3} a\sqrt{3} \left( a^2 - \frac{a^2}{8} - \frac{a^2}{4} \right) = \frac{5a^3\sqrt{3}}{24}. \end{aligned}$$

### **3. Kết luận**

Bài báo đã trình bày một số khái niệm cơ bản trong quan điểm thích nghi trí tuệ, đưa ra một số biện pháp nhằm phát triển các năng lực thích nghi trí tuệ cho HS qua dạy học chủ đề tính thể tích khối chóp cũng như hình thành tri thức cho HS về một số phương pháp tính thể tích khối chóp.

Qua các bài toán trên, ta có thể rút ra một

phận của một khối đa diện nào đó mà dễ dàng tìm thể tích, hoặc (H) có thể là tổng hợp của nhiều khối đa diện khác. Như vậy, tính thể tích khối chóp (H) ta có thể:

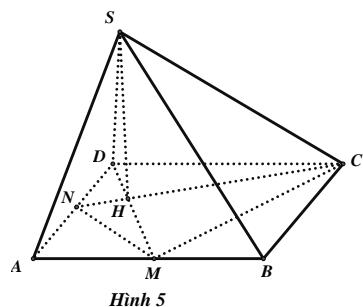
- Phân chia khối chóp (H) thành các khối đơn giản  $H_1, H_2, \dots, H_n$  mà dễ dàng tìm thể tích.

Khi đó  $V_H = \sum_{i=1}^n V_{H_i}$ .

- Ghép thêm vào khối chóp (H) các khối đơn giản  $H_1, H_2, \dots, H_n$  để dễ dàng tính thể tích khối đa diện hình thành (H') (hình hộp, lăng trụ,...). Khi đó  $V_H = V_{H'} - \sum_{i=1}^n V_{H_i}$ .

**Bài toán 4.** Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình vuông cạnh a. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và AD. Gọi H là giao điểm của CN và DM, biết SH vuông góc với mặt phẳng (ABCD) và  $SH = a\sqrt{3}$ . Tính thể tích khối chóp S.CDNM.

Ta thấy khối chóp S.ABCD được phân hoạch thành các khối chóp S.AMN, S.CDNM, S.BCM (Hình 5), do đó tính thể tích S.CDNM như sau:



Hình 5

số phương pháp tính thể tích khối chóp, hình thành sơ đồ nhận thức mới cho HS như sau:

- Xác định chân đường cao của hình chóp
- Phân chia, ghép thêm các khối có thể tích mới.
- Sử dụng tỉ số thể tích.
- Sử dụng phương pháp vectơ.
- Sử dụng phương pháp tọa độ.

**Tài liệu tham khảo**

- [1]. Đỗ Văn Cường (2012), *Bồi dưỡng năng lực thích nghi trí tuệ cho học sinh nhằm nâng cao hiệu quả dạy học hình học không gian ở trường Trung học phổ thông*, Luận án Tiến sĩ Khoa học Giáo dục, Trường Đại học Vinh.
- [2]. Nguyễn Bá Kim (2005), *Phương pháp dạy học môn Toán (phần đại cương)*, NXB Giáo dục.
- [3]. Nguyễn Phú Lộc (2008), “Sự thích nghi trí tuệ trong quá trình nhận thức theo quan điểm của J. Piaget”, *Tạp chí Giáo dục* số 183.
- [4]. Phan Trọng Ngọ (2005), *Dạy học và phương pháp dạy học trong nhà trường*, NXB Đại học Sư Phạm.
- [5]. J. Piaget (1999), *Tâm lý học và Giáo dục học*, NXB Giáo dục.

**FOSTERING STUDENTS' CAPACITY OF INTELLECTUAL ADAPTATION  
THROUGH TEACHING THE TOPIC OF CALCULATING THE PYRAMID VOLUME****Summary**

Fostering students' capacity of intellectual adaptation is attracting researchers' attention. Nguyen Ba Kim suggested the approach "learning by adapting" as follows: students learn by adapting themselves to the situations of contradiction, problem and imbalance [2, p.126]. This instructional approach requires teachers to know how to design these adverse situations, and scaffold students overcome these obstacles via accommodative and assimilative activities. In this article, we propose some measures to train students the capacity of intellectual adaptation through teaching the topic of calculating the pyramid volume.

Keywords: intellectual adaptation, assimilation, accommodation, pyramid volume.

Ngày nhận bài: 15/8/2014; ngày nhận đăng: 18/12/2014.