

DAY HỌC ĐỊNH LÝ HÌNH HỌC KHÔNG GIAN VỚI SỰ HỖ TRỢ CỦA PHẦN MỀM GEOSPACE

•TS. Nguyễn Dương Hoàng (*), ThS. Trần Thanh Cần (**)

Tóm tắt

Khai thác chức năng của phần mềm Geospace nhằm hỗ trợ học sinh khám phá định lý, giúp học sinh phát huy được khả năng tích cực hoá trong hoạt động học tập. Bài báo giới thiệu quy trình dạy học định lý hình học không gian có hỗ trợ của phần mềm Geospace và vận dụng theo từng bước cụ thể.

1. Đặt vấn đề

Một trong những xu hướng đổi mới phương pháp dạy học toán ở trung học phổ thông (THPT) là ứng dụng công nghệ thông tin (CNTT), ngoài việc sử dụng những phương tiện dạy học chủ yếu dựa vào công nghệ thông tin và truyền thông (CNTT&TT) như trang web điện tử, các maplet, các giáo án điện tử để hỗ trợ rèn luyện kỹ năng dạy học toán. Việc luyện kỹ năng ứng dụng CNTT trong dạy học toán THPT là một nội dung rất quan trọng. Có nhiều kỹ năng ứng dụng CNTT trong dạy học cần rèn luyện như: kỹ năng truy cập các trang web để tìm nguồn tư liệu, kỹ năng soạn các bài giảng dựa vào các phần mềm trình diễn, ..., đặc biệt là rèn luyện kỹ năng sử dụng các phần mềm toán học hỗ trợ dạy học toán. Để giáo viên (GV) có được kỹ năng đó, cần có một quy trình định hướng, những ví dụ cụ thể minh họa ứng dụng của phần mềm dạy học toán trong những tình huống dạy học điển hình làm cơ sở cho GV tiếp tục nghiên cứu phát triển. Trong bài viết này, chúng tôi giới thiệu cách khai thác phần mềm Geospace trong hỗ trợ dạy học định lý hình học không gian.

2. Sơ lược về phần mềm Geospace

Phần mềm Geospace là một phần mềm miễn phí, nhỏ gọn. Tác giả phần mềm là Markus Hohenwarter, quốc tịch Áo, giảng viên Toán – Tin thuộc Trường Đại học Salzburg. Dự án phần mềm Geospace được khởi tạo năm 2001 và trải qua nhiều năm liên tục phát triển. Yêu cầu về cấu hình máy để chạy phần mềm rất nhẹ nhàng và chạy tốt hệ điều hành Windows XP/Vista/Windows 7/. Đặc biệt có thể chép vào USB để chạy trên nhiều máy tính khác nhau. Đến tháng 01/2009, phiên bản 1.6 của phần mềm Geospace có hỗ trợ bốn ngôn ngữ Pháp, Anh, Đức, Ý được phát hành. Về tính năng, Geospace có nhiều ưu điểm như hình vẽ của Geospace rất trực quan và giống với hình vẽ mà học sinh nhìn thấy trên bảng, giấy khi các em giải toán, đồng thời giáo viên có thể cho học sinh quan sát hình vẽ dưới nhiều góc độ khác nhau. Phần mềm Geospace còn hỗ trợ chức năng tạo vết, tìm quỹ tích của điểm, hỗ trợ việc tính toán diện tích, thể tích, độ dài, khoảng cách, các phép toán vectơ, tính tọa độ điểm...

3. Dạy học định lý hình học không gian có sự hỗ trợ phần mềm dạy học Geospace

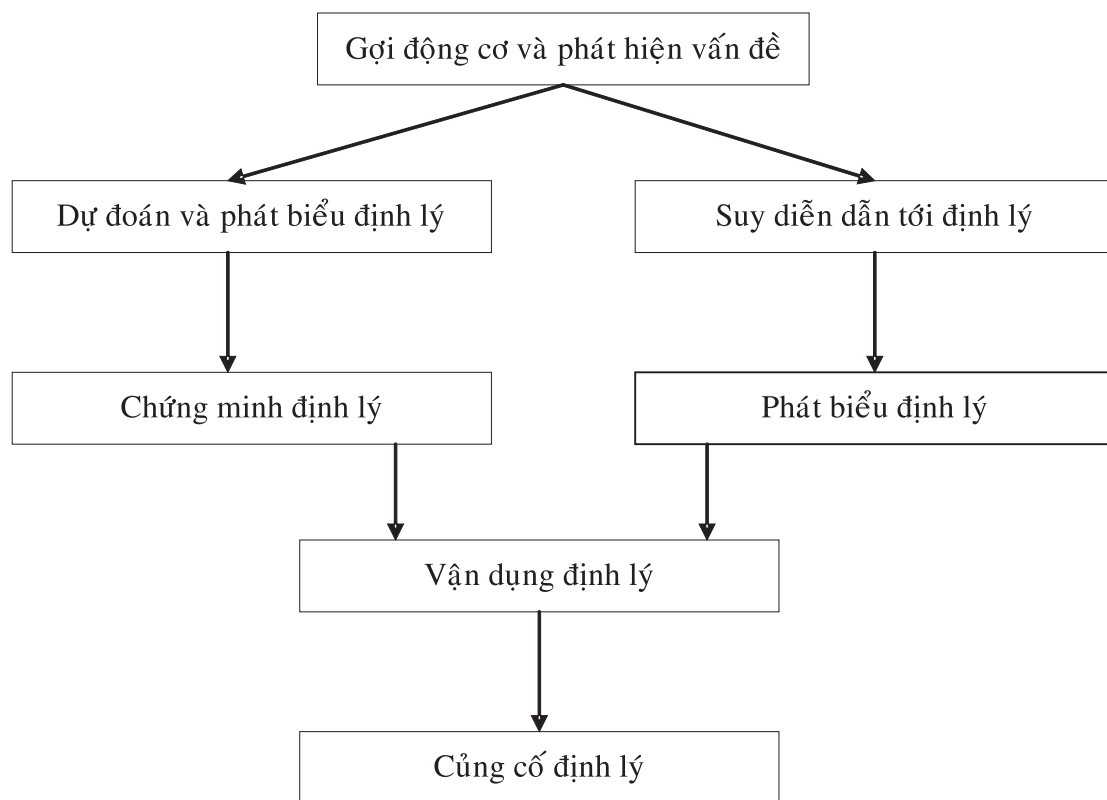
Theo Giáo sư Nguyễn Bá Kim [2], quá trình dạy học định lý toán học được tiến hành theo hai con đường: Con đường có khâu suy đoán và con đường suy diễn (hình 1a).

(*) Trường Đại học Đồng Tháp.

(**) Trường Trung học phổ thông Lương Tâm, Hậu Giang.

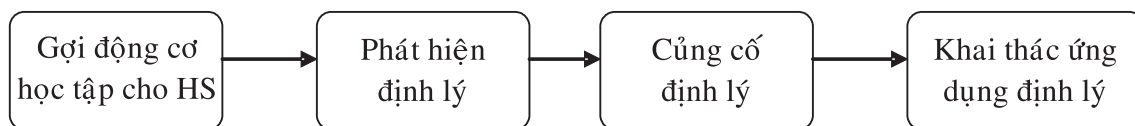
Con đường có khâu suy đoán

Con đường suy diễn



Hình 1a

Căn cứ vào quy trình trên, phần mềm Geospace có thể hỗ trợ trong các khâu sau đây trong dạy học định lý (hình 1b).



Hình 1b

Gợi động cơ học tập cho học sinh

Gợi động cơ học tập cho học sinh (HS) trong dạy học định lý bằng cách tạo các tình huống dạy học chứa các mối quan hệ; các quy luật chung ẩn chứa trong các trường hợp riêng hoặc tổng quát; trong thực tiễn hoặc đề xuất bài toán với yêu cầu chứng minh mà kiến thức cũ chưa đủ để giải quyết.

Phát hiện định lý

Thông qua việc thao tác trên phần mềm dạy học, mô phỏng các đối tượng của tình huống dạy học, đưa ra các câu hỏi và đề nghị HS tìm tòi, dự đoán kết quả. Đặc biệt thông qua các hoạt động phát hiện: Phân tích, so sánh, tổng hợp, khái quát hoá, hoạt động biến đổi đối tượng làm bộc lộ các mối liên hệ chung, các quy luật chung từ các trường hợp riêng, dẫn đến định lý.

Nếu giai đoạn dự đoán định lý nhằm phát triển khả năng phán đoán thì giai đoạn kiểm nghiệm định lý nhằm mục đích khẳng định tính đúng đắn của dự đoán và nhằm đi tìm lý lẽ để chứng minh dự đoán đó. Trong giai đoạn này, phần mềm dạy học hỗ trợ tốt cho việc kiểm nghiệm, giúp người học có thể tự tin hơn trong dự đoán của mình. Thông qua đó, GV thực hiện khâu chính xác hoá lại định lý vừa phát biểu cùng với các kí hiệu.

Củng cố định lý

Tổ chức cho HS hoạt động để nắm vững nội dung của định lý, vận dụng định lý vừa học vào tình huống cụ thể như: giải các bài tập toán, xây dựng và chứng minh các hệ quả của định lý.

Khai thác các ứng dụng của định lý

Đây là một yêu cầu rất quan trọng trong dạy học định lý. Từ các ví dụ cụ thể, GV khái quát những ứng dụng của định lý trong những dạng toán điển hình hay xây dựng các quy trình giải toán từ nội dung của định lý. Các mô hình động dựa theo phần mềm Geospace có thể giúp HS phát hiện các ứng dụng này.

Ví dụ minh họa:

Dạy học định lý “*Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau*”.

HD1: Gọi động cơ học tập định lý

Bài toán: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình bình hành ABCD.

a. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

- GV: Đối với câu a ta có thể tìm giao tuyến bằng cách tìm hai điểm chung của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD). Tuy nhiên câu b ta không thể sử dụng cách tìm hai điểm chung. Tùy vào giả thuyết và yêu cầu của bài toán mà ta chọn công cụ giải quyết cho phù hợp. Định lý sau đây cho chúng ta thêm công cụ tìm giao tuyến của hai mặt phẳng ở trường hợp câu b.

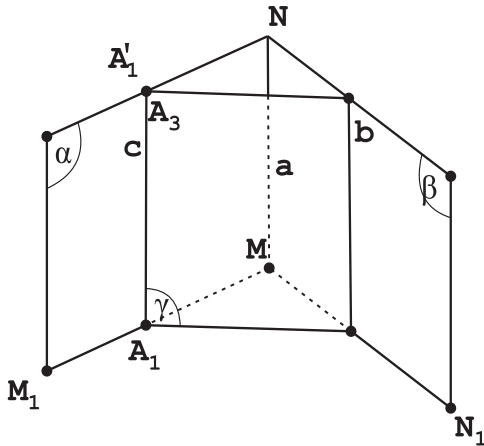
HD2: Phát hiện định lý

- GV: Mở mô hình, lần lượt cho hiện ra các yếu tố mặt phẳng (α) , (β) , (γ) và $(\alpha) \cap (\beta) = a$, $(\alpha) \cap (\gamma) = c$, $(\beta) \cap (\gamma) = b$. Chọn phím 2 để quay mô hình và di chuyển điểm A_1 từ vị trí 1 điểm A_3 đến vị trí 2 điểm N cho HS quan sát nhiều góc độ. Có dự đoán gì về vị trí tương đối giữa các giao tuyến a, b, c (hình 2, hình 3).

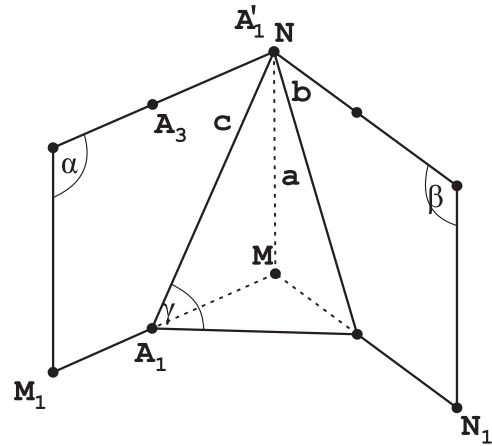
- HS: Qua khảo sát trên HS dự đoán tại vị trí 1 ba giao tuyến a, b, c song song nhau, tại vị trí 2 ba giao tuyến a, b, c đồng quy tại N.

- GV: Hãy phát biểu mệnh đề trên bằng kí hiệu toán học. Hãy tìm cách chứng minh dự đoán đó?

- HS: $(\alpha) \neq (\beta) \neq (\gamma)$, $(\alpha) \cap (\beta) = a$, $(\beta) \cap (\gamma) = b$, $(\alpha) \cap (\gamma) = c \Leftrightarrow \begin{cases} a//b, b//c, c//a \\ a \cap b \cap c = N \end{cases}$



Hình 2



Hình 3

Nếu HS lúng túng trong việc chứng minh GV có thể gợi ý: Giả sử điều ngược lại với kết luận liệu dẫn đến mâu thuẫn nào không?

Giả sử không xảy ra $a//b, b//c, c//a$ (1) và không xảy ra a, b, c đồng quy (2). Do a, b, c bình đẳng, không mất tính tổng quát ta giả sử a không song song b , vì a và b đều thuộc (γ) . $\Rightarrow a \cap b = N \Rightarrow N \in (\alpha) \cap (\gamma) \Rightarrow N \in c$. Vậy $a \cap b \cap c = N$ (mâu thuẫn với (2), dẫn đến điều giả sử là sai). Suy ra điều phải chứng minh.

- Giáo viên: Từ những hoạt động trên hãy phát biểu mệnh đề đó bằng lời và bằng kí hiệu toán học?

- HS: Nếu ba mặt phẳng phân biệt đôi một cắt nhau thì ba giao tuyến ấy hoặc đồng quy hoặc đôi một song song với nhau.

$$(\alpha) \neq (\beta) \neq (\gamma), (\alpha) \cap (\beta) = a, (\beta) \cap (\gamma) = b, (\alpha) \cap (\gamma) = c \Leftrightarrow \begin{cases} a//b, b//c, c//a \\ a \cap b \cap c = N \end{cases}$$

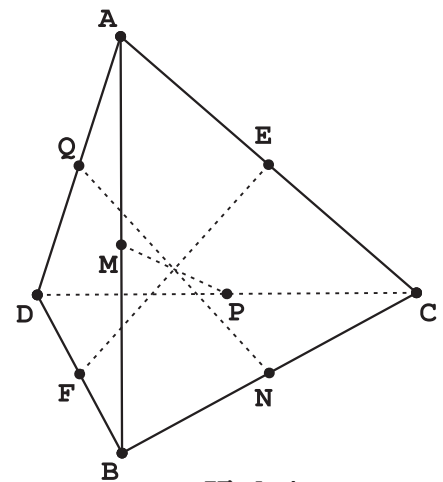
HD3: Củng cố định lý

Ví dụ 1: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N, P, Q, E, F lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, BC, CD, DA, AC và BD. Trong các mệnh đề sau đây mệnh đề nào đúng?

- A. Ba đường thẳng MP, NQ, EF đôi một song song.
- B. Ba đường thẳng MP, NQ, EF đồng quy.
- C. Ba đường thẳng MP, NQ, EF đồng phẳng.
- D. Cả ba mệnh đề trên đều sai.

Sử dụng phần mềm vẽ hình theo yêu cầu, quay hình ở nhiều góc độ khác nhau cho HS quan sát.

Đối với câu hỏi này HS có thể sử dụng định lý trên để giải quyết, HS phải nhận ra có ba mặt phẳng (MNPQ),



Hình 4

(MEPF), (QENF) phân biệt và $(MNPQ) \cap (MEPF) = MP$; $(MEPF) \cap (QENF) = EF$; $(MNPQ) \cap (QENF) = NQ$. Nên theo định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng và có hai giao tuyến cắt nhau nên MP, EF, NQ đồng quy (hình 4).

HD4: Khai thác các ứng dụng của định lý

- **Ứng dụng 1:** Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.

GV đặt câu hỏi cho HS: Nếu (α) và (β) cắt nhau theo giao tuyến a, lần lượt chứa hai đường thẳng song song b và c. Xác định vị trí tương đối a, b, c?

HS: + Trường hợp 1: $a \equiv b$ hoặc $a \equiv c$.

+ Trường hợp 2: a, b, c phân biệt. Qua b và c xác định được (γ) , mặt khác $b // c$ nên $a // b$ và $a // c$.

Hãy phát biểu mệnh đề dựa vào giả thuyết và kết luận của khảo sát trên?

HS: Nếu hai mặt phẳng phân biệt lần lượt chứa hai đường thẳng song song thì giao tuyến của chúng (nếu có) cũng song song với hai đường thẳng đó hoặc trùng với một trong hai đường thẳng đó. Đây là hệ quả của định lý về giao tuyến của ba mặt phẳng.

Ứng dụng của hệ quả: Có thêm một phương pháp nữa để tìm giao tuyến của hai mặt phẳng.

Quy trình xác định giao tuyến của hai mặt phẳng phân biệt:

+ Quy trình 1: Để xác định giao tuyến của hai mặt phẳng ta chỉ cần xác định hai điểm chung của chúng.

+ Quy trình 2: Để xác định giao tuyến của hai mặt phẳng cùng song song với 1 đường thẳng (hoặc lần lượt chứa hai đường thẳng song song) ta chỉ cần xác định một điểm chung của chúng. Giao tuyến của 2 mặt phẳng này là đường thẳng đi qua điểm chung ấy và song song với đường thẳng (hoặc song song với 2 đường thẳng) đã biết.

Ví dụ 2: Cho hình chóp S. ABCD có đáy là hình bình hành ABCD.

a. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD).

b. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAD) và (SBC).

Dùng phần mềm vẽ hình theo yêu cầu (hình 5).

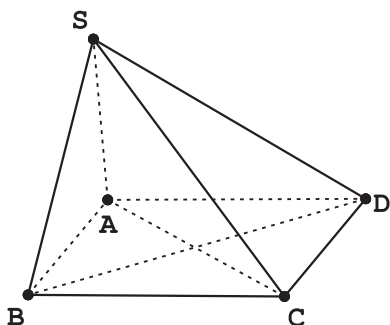
Chúng ta có thể xác định giao tuyến của hai mặt phẳng theo một trong hai quy trình trên:

a. Đối với câu này, HS có thể áp dụng quy trình 1 để giải bài này. Xét hai mặt phẳng (SAC) và (SBD), ta có S là điểm chung thứ nhất. Gọi O là giao điểm AC và BD thì O là điểm chung thứ hai. Vậy giao tuyến của (SAC) và (SBD) là SO.

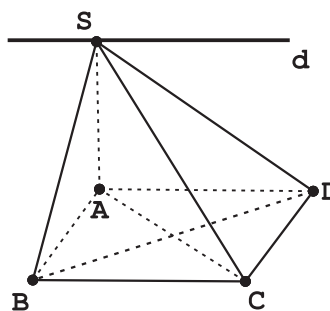
Đối với câu a tương đối dễ, HS có thể dễ dàng tìm được đáp án theo quy trình 1. Tuy nhiên câu b tương đối khó với HS.

b. Xét hai mặt phẳng phân biệt (SAD) và (SBC) có điểm chung thứ nhất là S. Tuy nhiên để tìm điểm chung thứ hai thì rất khó vì AD và BC là hai đường thẳng song song (theo giả thuyết). Ở đây HS gặp chướng ngại nên điều chỉnh lại kiến thức là đường thẳng đi qua điểm

chung và lần lượt chứa hai đường thẳng AD và BC song song nhau. Vậy theo quy trình 2, suy ra giao tuyến của (SAD) và (SBC) là đường thẳng đi qua điểm S và song song với AD và BC (hình 6).



Hình 5



Hình 6

Ứng dụng 2: Chứng minh 2 đường thẳng song song, chúng ta chứng minh chúng là 2 trong 3 giao tuyến phân biệt không đồng quy của 3 mặt phẳng phân biệt.

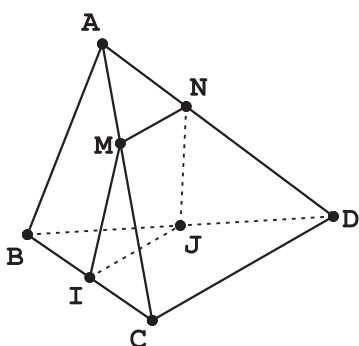
Ví dụ 3: Cho tứ diện ABCD. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của BC và BD. (P) là mặt phẳng qua IJ và cắt AC, AD lần lượt tại M, N. Chứng minh rằng IJMN là hình thang.

Dùng phần mềm dựng hình theo yêu cầu đề bài. Ta thấy ba mặt phẳng (ACD), (BCD), (P) đôi một cắt nhau theo ba giao tuyến CD, IJ, MN.

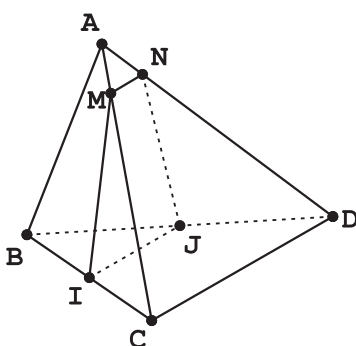
$$(ACD) \cap (BCD) = CD$$

$$(ACD) \cap (P) = MN$$

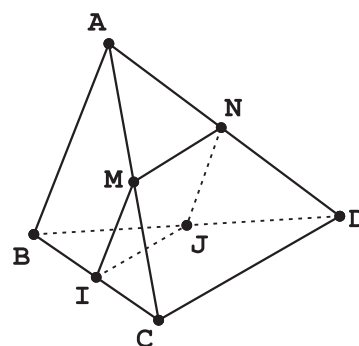
$$(BCD) \cap (P) = IJ$$



Hình 7



Hình 8



Hình 9

Vì $IJ \parallel CD$ (IJ là đường trung bình của tam giác BCD). Theo định lý trên ta có $IJ \parallel MN$. Vậy tứ giác IJMN là hình thang.

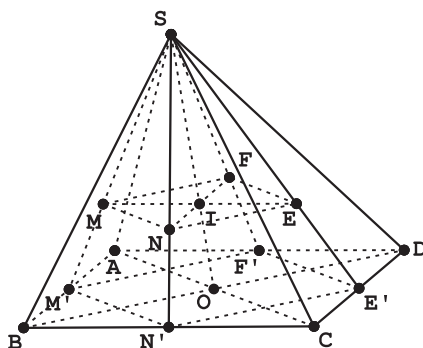
Ở đây có thể làm rõ hơn việc IJMN là hình thang bằng cách dùng chuột di chuyển điểm M để thấy rõ trong các trường hợp khác (hình 7, 8, 9).

Có thể hỏi thêm HS nếu điểm M là trung điểm AC thì hình thang IJMN trở thành hình gì (hình 8)?

Ứng dụng 3: Chứng minh ba đường thẳng đồng quy, ta chứng minh chúng là ba giao tuyến phân biệt của ba mặt phẳng phân biệt, trong đó có hai đường thẳng cắt nhau.

Ví dụ 4: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD có đáy là hình chữ nhật. Gọi M, N, E, F lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB, SBC, SCD và SDA, chứng minh ba đường thẳng ME, NF, SO đồng quy (O là giao điểm của AC và BD).

Sử dụng phần mềm dựng hình theo yêu cầu đề bài (hình 10).



Hình 10

Gọi M', N', E', F' là giao điểm của SM và AB; SN và BC; SE và CD; SF và AD.

Vì M, N lần lượt là trọng tâm của các tam giác SAB và SBC nên

$$\frac{SM}{SM'} = \frac{SN}{SN'} = \frac{2}{3} \Rightarrow MN // M'N' \text{ và } MN = \frac{2}{3} M'N'. \tag{1}$$

$$\text{Tương tự, } EF // E'F' \text{ và } EF = \frac{2}{3} E'F'. \tag{2}$$

$$NE // N'E' \text{ và } NE = \frac{2}{3} N'E'. \tag{3}$$

$$MF // M'F' \text{ và } MF = \frac{2}{3} M'F'. \tag{4}$$

M'N' là đường trung bình của tam giác BAC suy ra:

$$M'N' // AC \text{ và } M'N' = \frac{1}{2} AC. \tag{5}$$

$$\text{Tương tự, } E'F' // AC \text{ và } E'F' = \frac{1}{2} AC. \tag{6}$$

$$\text{Từ (5), (6) suy ra } M'N' // E'F' \text{ và } M'N' = E'F' = \frac{1}{2} AC. \tag{7}$$

$$\text{Từ (1), (2), (7) suy ra } MN // EF. \text{ Vậy bốn điểm } M, N, E, F \text{ đồng phẳng.} \tag{8}$$

Từ (1), (2), (3), (4), (7), (8) và AC = BD suy ra MN = NE = EF = FM = $\frac{1}{3}$ AC. Vậy tứ giác MNEF là một hình thoi. Suy ra ME ∩ NF = I

Dễ dàng thấy O cũng là giao điểm của $M'E'$ và $N'F'$.

Xét ba mặt phẳng $(M'SE')$, $(N'SF')$, $(MNEF)$. Ta có: $(M'SE') \cap (N'SF') = SO$; $(M'SE') \cap (MNEF) = ME$; $(N'SF') \cap (MNEF) = NF$.

Theo định lý trên ba đường thẳng SO , ME và NF đồng quy.

Với cách tương tự, chúng ta có thể sử dụng phần mềm Geospace hỗ trợ dạy học các định lý khác của hình học không gian.

4. Kết luận

Việc sử dụng phần mềm Geospace hỗ trợ dạy học định lý theo quy trình đã vạch ra ở trên sẽ giúp HS tích cực hơn khi được tiếp cận, nghiên cứu, khám phá và trực tiếp thao tác trên mô hình động, từ đó giúp HS phát hiện ra kiến thức mới. Nếu chúng ta biết khai thác hợp lý các chức năng của phần mềm Geospace vào quá trình dạy học định lý hình học không gian sẽ góp phần đổi mới phương pháp dạy học, nâng cao chất lượng dạy học hình học nói riêng và dạy học toán nói chung ở trường phổ thông./.

Tài liệu tham khảo

[1]. Nguyễn Dương Hoàng (2009), *Tổ chức hoạt động dạy học bộ môn Phương pháp dạy học toán theo định hướng tăng cường rèn luyện kỹ năng dạy học cho sinh viên*, Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Đại học Vinh, Nghệ An.

[2]. Nguyễn Bá Kim (2004), *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.

[3]. Nguyễn Phú Lộc (2009), *Giáo trình học tập trong hoạt động và bằng hoạt động*, Tủ sách Đại học Cần Thơ.

[5]. Đào Tam (2007), *Phương pháp dạy học hình học ở trường trung học phổ thông*, NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.

[6]. Trần Trung (chủ biên), Đặng Xuân Cương, Nguyễn Văn Hồng, Nguyễn Danh Nam (2011), *Ứng dụng công nghệ thông tin vào dạy học môn Toán*, NXB Giáo dục Hà Nội.

[7]. Trần Vui (chủ biên), Lê Quang Hùng (2007), *Khám phá hình học 11 với The Geometer's Sketchpad*, NXB Giáo dục Hà Nội.

Summary

Using Geospace software helps students to discover theorems and develop their dynamics in learning activities. The article introduces the procedure of instructing space geometry theorems with the support of Geospace in specific steps of instruction.

Ngày nhận bài: 14/11/2013; ngày nhận đăng: 24/4/2014.