PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ TOÁN HỌC CHO HỌC SINH LỚP 10 QUA DẠY HỌC GIẢI BÀI TẬP PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

Võ Xuân Mai[1*] và Tô Quốc Lộc[2]

[1]*Khoa Sư phạm Toán - Tin, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam*

[2]*Sinh viên, Khoa Sư phạm Toán - Tin, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam*

[*]*Tác giả liên hệ: Võ Xuân Mai, Email: vxmai@dthu.edu.vn*

Lịch sử bài báo

Ngày nhận: 09/11/2022; Ngày nhận chỉnh sửa: 07/12/2022; Ngày duyệt đăng: 16/01/2023

Tóm tắt

Theo Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán năm 2018, năng lực giải quyết vấn đề toán học là một trong những năng lực thành tố quan trọng của năng lực toán học cần hình thành và phát triển cho học sinh. Nhiều nhà giáo dục trong nước đã quan tâm nghiên cứu đề xuất các cách thức khác nhau nhằm phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh trong dạy học toán. Trên cơ sở các nghiên cứu đó, bài viết đề cập các biểu hiện của năng lực giải quyết vấn đề toán học đối với học sinh trung học phổ thông, từ đó đề xuất một số biện pháp phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh qua dạy học giải bài tập phương trình quy về phương trình bậc hai (Toán 10).

Từ khóa: *Dạy học giải bài tập, năng lực giải quyết vấn đề toán học, phát triển năng lực, phương trình quy về phương trình bậc hai.*

DEVELOPING MATHEMATICAL PROBLEM-SOLVING COMPETENCE FOR 10th GRADERS THROUGH SOLVING EQUATIONS TO QUADRATIC EQUATION

Vo Xuan Mai[1*] and To Quoc Loc[2]

[1]*Faculty of Mathematics - Information Teacher Education, Dong Thap University, Vietnam*

[2]*Student, Faculty of Mathematics - Information Teacher Education, Dong Thap University, Vietnam*

[*]*Corresponding author: Vo Xuan Mai, Email: vxmai@dthu.edu.vn*

Article history

Received: 09/11/2022; Received in revised form: 07/12/2022; Accepted: 16/01/2023

Abstract

Under the 2018 General Education Program, mathematical problem-solving competence is critical and needs to be formed and developed for students. Nationawide studies have been done on relevant issues and recommended ways to improve this competence. Based on those studies, the article presents the manifestations of mathematical problem-solving competence for students in high schools. Thereby, the article proposes some measures for improvement through teaching to tackle equations related to quadratic equations (Math 10).

Keywords: *Equations to quadratic equation, mathematical problem-solving competence, teaching on solving problemscompetence development.*

DOI: https://doi.org/10.52714/dthu.12.6.2023.1110

Trích dẫn: Võ, X. M., & Tô, Q. L. (2023). Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh lớp 10 qua dạy học giải bài tập phương trình quy về phương trình bậc hai. *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp*, *12*(6), 3-11. https://doi.org/10.52714/dthu.12.6.2023.1110.

1. Đặt vấn đề

Trong bối cảnh ngày nay, giáo dục phổ thông đang hướng tới việc dạy học mang tính chủ động, sáng tạo, giúp học sinh tự tìm hiểu những vấn đề trong các môn học cũng như vấn đề cuộc sống, tự định hướng và tìm tòi ra cách tốt nhất giải quyết các vấn đề một cách hiệu quả nhất. Việc phát triển năng lực toán học nói chung và năng lực giải quyết vấn đề toán học nói riêng cho học sinh là một trong những nhiệm vụ quan trọng cần thiết trong quá trình dạy học môn Toán. Trong dạy học giải bài tập, các bài toán trong chủ đề phương trình không những mang tính chất tư duy, lập luận cao mà có sự liên kết nhằm giải quyết bài toán trong thực tiễn. Những bài toán phương trình quy về phương trình bậc hai có sự phong phú được trình bày trong rất nhiều lĩnh vực, khi tiếp xúc với các bài toán có phương trình quy về phương trình bậc hai, học sinh được tiếp cận với nhiều vấn đề thực tiễn xảy ra, việc giải quyết các vấn đề đó tạo cơ hội học sinh phát huy năng lực giải quyết vấn đề toán học một cách tốt nhất. Trên cơ sở nghiên cứu về năng lực giải quyết vấn đề toán học và các biểu hiện của năng lực này đối với cấp trung học phổ thông, bài viết đề xuất một số biện pháp phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh qua dạy học giải bài tập phương trình quy về phương trình bậc hai (Toán 10).

2. Năng lực giải quyết vấn đề toán học

2.1. Năng lực toán học

Theo Krutexki (1973), "năng lực toán học được hiểu là những đặc điểm tâm lí cá nhân (trước hết là những đặc điểm của hoạt động trí tuệ) đáp ứng những yêu cầu của hoạt động học tập toán và trong những điều kiện vững chắc như nhau, là nguyên nhân của sự thành công trong việc nắm vững một cách sáng tạo toán học với tư cách là một môn học, đặc biệt nắm vững tương đối nhanh, dễ dàng, sâu sắc những kiến thức, kỹ năng, kỹ xảo trong lĩnh vực toán học".

Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, các thành tố cốt lõi của năng lực toán học gồm năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực giao tiếp toán học và năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

2.2. Năng lực giải quyết vấn đề toán học và các biểu hiện năng lực giải quyết vấn đề toán học ở học sinh trung học phổ thông

Năng lực giải quyết vấn đề toán học được quan tâm nghiên cứu khá đa dạng và có nhiều quan niệm khác nhau. Tác giả Phan (2014) cho rằng: năng lực giải quyết vấn đề của học sinh trong dạy học Toán ở trung học phổ thông được cấu thành bởi các thành tố sau: năng lực hiểu vấn đề, năng lực phát hiện và triển khai giải pháp giải quyết vấn đề, năng lực trình bày giải pháp giải quyết vấn đề, năng lực phát hiện giải pháp khác để giải quyết vấn đề và năng lực phát hiện vấn đề mới. Còn Chu (2014) đã đề cập đến năng lực vận dụng toán học và giải quyết vấn đề là năng lực vận dụng các tri thức toán, năng lực giải một số bài toán có tính thực tiễn điển hình, khuynh hướng, khả năng toán học hóa các tình huống và vận dụng tư duy toán học vào thực tiễn.

Bảng 1. Thành tố của năng lực giải quyết vấn đề toán học và biểu hiện của học sinh trung học phổ thông

Thành tố của năng lực giải quyết vấn đề toán học	Biểu hiện của học sinh trung học phổ thông
Nhận biết, phát hiện được vấn đề cần giải quyết bằng toán học	Xác định được tình huống có vấn đề, thu thập, sắp xếp, giải thích và đánh giá được độ tin cậy của thông tin; chia sẻ sự am hiểu vấn đề với người khác
Lựa chọn, đề xuất được cách thức, giải pháp giải quyết vấn đề	Lựa chọn và thiết lập được cách thức, quy trình và trình bày được các cách thức giải quyết vấn đề
Sử dụng được các kiến thức, kĩ năng toán học tương thích (bao gồm các công cụ, thuật toán) để giải quyết vấn đề đặt ra	Thực hiện và trình bày được cách giải quyết vấn đề
Đánh giá được phương pháp đề ra và khái quát hóa được cho vấn đề tương tự	Đánh giá được giải pháp đã thực hiện; phản ánh được giá trị của giải pháp; khái quát hóa được cho vấn đề tương tự

Nguyễn (2016) cho rằng năng lực giải quyết vấn đề được cấu tạo từ bốn thành tố gồm: năng lực xác định vấn đề: Xác định được tình huống có vấn đề, thu thập, sắp xếp, giải thích và đánh giá được độ tin cậy của thông tin; chia sẻ sự am hiểu vấn đề với người khác; năng lực xác định giải pháp: Lựa chọn và thiết lập được cách thức, quy trình và trình bày được các cách thức giải quyết vấn đề; năng lực giải quyết vấn đề: Thực hiện và trình bày được cách giải quyết vấn đề; năng lực đánh giá và nghiên cứu: Đánh giá được giải pháp đã thực hiện; phản ánh được giá trị của giải pháp; khái quát hóa được cho vấn đề tương tự.

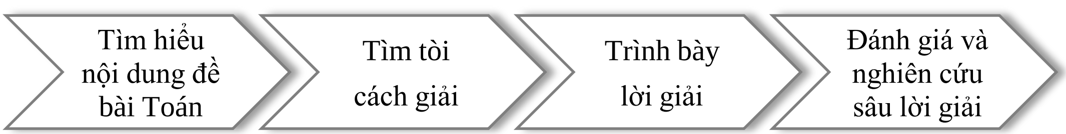
Tóm lại, chúng tôi hiểu rằng năng lực giải quyết vấn đề toán học của học sinh trong môn toán là tổ hợp những thuộc tính tâm lí của người học giúp họ huy động kiến thức, kĩ năng, kinh nghiệm và các phẩm chất cá nhân để có thể giải quyết thành công những vấn đề toán học nhất định trong những điều kiện cụ thể. Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán 2018, yêu cầu cần đạt đối với học sinh cấp trung học phổ thông về năng lực giải quyết vấn đề toán học biểu hiện qua Bảng 1.

3. Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học qua dạy học giải bài tập phương trình quy về phương trình bậc hai (Toán 10)

3.1. Quy trình dạy học giải bài tập

Theo G.Polya (1945), một phương pháp giải bài toán theo quy trình bốn bước: Tìm hiểu bài toán; xây dựng quy trình giải bài toán; trình bày lời giải và nghiên cứu sâu lời giải. Kế thừa tư tưởng sư phạm của Polya, Đỗ và cs. (2018) đã đưa ra các bước giải bài tập toán theo hướng phát triển năng lực gồm các bước: Bước 1 - Tìm hiểu nội dung đề bài: học sinh nhìn nhận vấn đề được xuất hiện trong bài tập Toán, thu thập các dữ kiện (giả thuyết- kết luận) của bài tập. Tổng hợp được các kiến thức có liên quan đến vấn đề trong bài toán. Bước 2 - Tìm cách giải: Từ những giả thuyết của bài toán học sinh sẽ tổng hợp lại các dữ kiện cần để giải quyết bài toán, đưa ra phương pháp để giải bài toán, xem xét phương pháp giải có thỏa đủ các dữ kiện hay điều kiện đề bài đưa ra để tổng hợp thành phương pháp giải bài toán. Bước 3 - Trình bày lời giải: học sinh sẽ dựa vào phương pháp được tìm ra kết hợp với ngôn ngữ và ký hiệu toán học trình bày lời giải chi tiết cụ thể. Bước 4 - Đánh giá và nghiên cứu sâu lời giải: học sinh cần đánh giá lời giải đã thực hiện, nghiên cứu sâu những lời giải, vận dụng liên kết với các dạng toán tương tự hoặc nâng cao từ đó khái quát hóa vấn đề tương tự hoặc những vấn đề thực tiễn xuất hiện trong các bài toán. Tóm tắt các bước giải bài tập thể hiện qua Sơ đồ 1.

Vì vậy, quá trình dạy học giải bài tập là sự tổng hợp lại và vận dụng những kiến thức mà học sinh được học, đưa học sinh vào con đường tìm tòi, tự phát hiện và giải một bài toán dưới nhiều cách khác nhau. Nhận định lại ưu khuyết điểm của bản thân học sinh sau khi giải bài tập, những kiến thức còn thiếu hay cách giải nào tối ưu đều được thể hiện một cách cụ thể hơn.



Sơ đồ 1. Các bước chủ yếu trong tiến trình dạy học giải bài tập Toán

3.2. Biểu hiện năng lực giải quyết vấn đề toán học qua dạy học giải bài tập phương trình quy về phương trình bậc hai (Toán 10)

Trên cơ sở tìm hiểu và phân tích các thành tố của năng lực giải quyết vấn đề toán học kết hợp với mục tiêu nội dung của chủ đề phương trình ở trường trung học phổ thông theo Chương trình giáo dục phổ thông năm 2018, chúng tôi xác định một số biểu hiện năng lực giải quyết vấn đề toán học của học sinh qua giải bài tập chủ đề phương trình quy về phương trình bậc hai như sau:

Biểu hiện 1: Xác định mâu thuẫn trong tình huống có vấn đề, nhận biết và phân tích được vấn đề cần giải quyết trong nội dung liên quan đến giải phương trình quy về phương trình bậc hai.

Biểu hiện 2: Nhận dạng các loại phương trình, huy động kiến thức, lựa chọn và thiết lập được cách thức, quy trình giải quyết vấn đề phù hợp cho bài toán liên quan giải phương trình quy về phương trình bậc hai.

Biểu hiện 3: Triển khai được cách thức giải quyết vấn đề và trình bày giải pháp giải quyết các vấn đề của bài toán liên quan đến giải phương trình quy về phương trình bậc hai.

Biểu hiện 4: Đánh giá được giải pháp đã thực hiện trong giải các bài toán liên quan đến giải phương trình quy về phương trình bậc hai, đề xuất được giải pháp khác, lựa chọn giải pháp tối ưu, khái quát hoá được cho vấn đề.

3.3. Một số biện pháp phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học qua dạy học giải bài tập phương trình quy về phương trình bậc hai (Toán 10)

3.3.1. Biện pháp 1: Hệ thống hóa kiến thức, xây dựng và luyện tập các dạng bài tập cơ bản và phương pháp giải các bài toán về giải phương trình quy về phương trình bậc hai

• *Mục đích của biện pháp:* Biện pháp giúp học sinh hệ thống hóa kiến thức, xây dựng và luyện tập các dạng bài tập cơ bản và phương pháp giải các bài toán về giải phương trình, các dạng phương trình quy về phương trình bậc hai giúp học sinh củng cố kiến thức một cách hệ thống, nhận dạng được các loại phương trình, nâng cao tư duy logic trong việc sắp xếp và huy động được kiến thức có liên quan, từ đó tạo cơ hội cho học sinh biết lựa chọn và thiết lập được cách thức, quy trình giải quyết vấn đề phù hợp cho bài toán liên quan giải phương trình.

• *Cách thức tổ chức:* Giáo viên tổ chức thực hiện theo các bước sau:

Bước 1: Giáo viên yêu cầu học sinh nhắc lại kiến thức các dạng bài tập liên quan đến chủ đề phương trình và phương pháp giải các dạng giải phương trình cơ bản.

Bước 2: Giáo viên hướng dẫn học sinh trình bày từng nội dung, từng vấn đề học sinh đưa ra, thiết lập mối liên hệ giữa kiến thức và các dạng phương trình đưa ra các phương pháp giải hợp lý cho từng dạng.

Bước 3: Hệ thống hóa kiến thức, xây dựng các dạng bài tập cơ bản và phương pháp giải các bài toán về giải phương trình thường gặp bằng bảng, sơ đồ tư duy.

Bước 4: Giáo viên đưa ra một số bài tập tự luyện các dạng bài tập cơ bản và phương pháp giải các bài toán về giải phương trình thường gặp cụ thể.

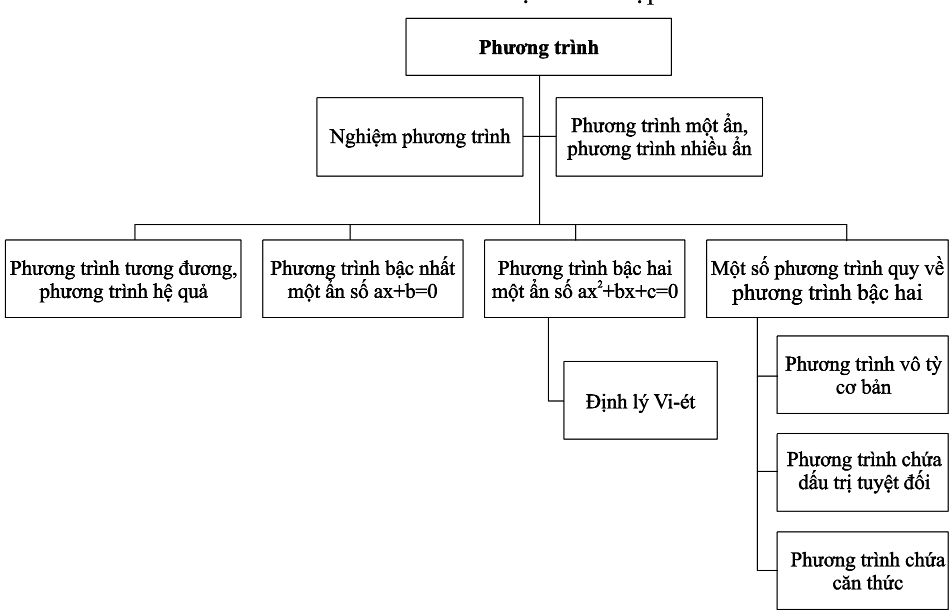
Ví dụ 1. Trong tiết giải bài tập, tiến hành hệ thống hóa kiến thức bằng sơ đồ các vấn đề cơ bản trong chương về phương trình:

- Học sinh nhắc lại các kiến thức về khái niệm phương trình, nghiệm của một phương trình, các phép biến đổi trên phương trình, các dạng phương trình thường gặp và phương pháp giải.

- Học sinh thiết lập mối liên hệ giữa các kiến thức đã phát biểu.

- Học sinh hệ thống hóa kiến thức bằng sơ đồ các vấn đề cơ bản trong chương về phương trình (Toán 10) qua Sơ đồ 2.

- Học sinh hệ thống các dạng toán cơ bản đã biết phương pháp giải và thực hành luyện tập với một số bài tập.



Sơ đồ 2. Hệ thống kiến thức chương phương trình

Bảng 2. Phương pháp giải một số dạng phương trình quy về phương trình bậc hai thường gặp

Dạng phương trình quy về phương trình bậc hai thường gặp		**Phương pháp giải**
Phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối	Dạng $\lvert f(x)\rvert=\lvert g(x)\rvert$	$\lvert f(x)\rvert=\lvert g(x)\rvert \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=g(x) \\ f(x)=-g(x) \end{array}\right.$ hoặc $\lvert f(x)\rvert=\lvert g(x)\rvert \Leftrightarrow f^2(x)=g^2(x)$.
	Dạng $\lvert f(x)\rvert=g(x)$	$\lvert f(x)\rvert=g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} g(x)\geq 0 \\ f^2(x)=g^2(x) \end{cases}$ hoặc $\lvert f(x)\rvert=g(x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} f(x)=g(x) \\ f(x)\geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} -f(x)=g(x) \\ f(x)<0 \end{cases} \end{array}\right.$.
	Phương pháp chung: Khử dấu giá trị tuyệt đối bằng định nghĩa, bình phương hai vế hoặc đặt ẩn phụ	
Phương trình chứa căn thức	Dạng $\sqrt{f(x)}=\sqrt{g(x)}$	$\sqrt{f(x)}=\sqrt{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=g(x) \\ f(x)\geq 0\left(g(x)\geq 0\right) \end{cases}$
	Dạng $\sqrt{f(x)}=g(x)$	$\sqrt{f(x)}=g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=g^2(x) \\ g(x)\geq 0 \end{cases}$
	Phương pháp chung: Khử dấu căn thức bằng bình phương hai vế (điều kiện) hoặc đặt ẩn phụ	
Phương trình chứa ẩn ở mẫu	Phương pháp chung: Quy đồng ở mẫu số (điều kiện mẫu số phải khác không) hoặc đặt ẩn phụ	

Cơ hội phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh được thể hiện qua: Nhận dạng, hệ thống các loại phương trình, huy động kiến thức, lựa chọn được cách thức giải quyết vấn đề phù hợp cho bài toán liên quan giải phương trình quy về phương trình bậc hai, biết lựa chọn và thiết lập được cách thức, quy trình giải quyết vấn đề phù hợp cho bài toán liên quan giải phương trình.

3.3.2. Biện pháp 2: Vận dụng quy trình giải bài tập theo hướng phát triển năng lực trong giải bài tập về phương trình quy về phương trình bậc hai

• *Mục đích của biện pháp:* Biện pháp giúp học sinh vận dụng quy trình giải bài tập theo hướng phát triển năng lực gồm bốn bước từ đó học sinh biết được cách thức phát hiện vấn đề, cách thức tìm tòi, định hướng để giải quyết vấn đề, trình bày lời giải chặt chẽ cũng như sau khi giải được bài toán học sinh tự rút ra được phương pháp cho các dạng toán đã thực hiện, khái quát hóa được các vấn đề tương tự, điều này góp phần phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh.

• *Cách thức thực hiện:*

Bước 1: Giáo viên lựa chọn bài tập phù hợp với mục tiêu, nội dung.

Bước 2: Giáo viên dự kiến đưa ra các câu hỏi gợi ý trong mỗi bước của quy trình.

Bước 3: Tiến hành thực hiện quy trình bốn bước gồm tìm hiểu nội dung đề bài, tìm tòi cách giải, trình bày lời giải, đánh giá và nghiên cứu sâu trong quá trình giải bài toán cụ thể.

Ví dụ 2. Dạy học giải bài tập sau "Giải phương trình sau $2x^2-3\sqrt{2x^2-1}-5=0$".

Bước 1: Tìm hiểu nội dung đề bài: Sau khi quan sát đề bài, điều đầu tiên học sinh cần xác định là tập nghiệm của phương trình trên được xác định như thế nào? Dạng của phương trình đã từng gặp chưa? Cách giải đã biết về phương trình này như thế nào? Để trả lời các câu hỏi đó giáo viên cần phải gợi ý cho học sinh điểm đặc trưng trong từng vấn đề câu hỏi: phương trình có chứa căn thức vậy điều kiện của phương trình như thế nào? phương trình trên có thể đưa về các dạng bậc nhất, bậc hai,… được không?

Bước 2: Tìm tòi cách giải: Một số câu hỏi giáo viên đặt ra cho học sinh như sau: Các phương pháp giải cho phương trình chứa căn thức? Với phương trình chứa căn thức, phương pháp khử căn thức bằng bình phương hai vế có thuận lợi trong trường hợp này không? Tại sao? Phương pháp khác giải phương trình dạng này?

Học sinh đưa ra nhiều phương pháp để giải một phương trình: Dùng ẩn phụ; Biến đổi tương đương; Phương pháp đánh giá... học sinh suy nghĩ áp dụng phương pháp nào để giải. Nếu sử dụng phương pháp đặt ẩn phụ: Có thể đặt ẩn phụ không? Nếu có thì đặt như thế nào là hợp lý, có điều kiện gì khi đặt ẩn phụ không? Nếu học sinh chưa quan sát được giáo viên sẽ phân tích phương trình ra:

$$2x^2-3\sqrt{2x^2-1}-5=(2x^2-1)-3\sqrt{2x^2-1}-4=0 \quad (1).$$

Đặt $t=\sqrt{2x^2-1}\ (t\ge 0)$, $(1)\Leftrightarrow t^2-3t-4=0$.

Giải phương trình chứa ẩn t, đối chiếu với điều kiện cho ra nghiệm t, đối chiếu với điều kiện cho ra nghiệm x. Nếu sử dụng phương pháp tương đương: phương trình trên có thể đưa về dạng như thế nào? Cách giải dạng mới sẽ ra sao?

$$2x^2-3\sqrt{2x^2-1}-5=0\Leftrightarrow 3\sqrt{2x^2-1}=2x^2-5.$$

Giải phương trình trên, kết hợp với điều kiện để cho ra nghiệm. Bài toán trên có hai cách giải đều thỏa điều kiện đề bài cho sẵn.

Bước 3: Trình bày lời giải: Lời giải mong đợi từ học sinh với phương pháp giải đặt ẩn phụ:

Điều kiện: $2x^2-1\ge 0\Leftrightarrow x\le -\frac{\sqrt{2}}{2}\vee x\ge \frac{\sqrt{2}}{2}$.

$$2x^2-3\sqrt{2x^2-1}-5=(2x^2-1)-3\sqrt{2x^2-1}-4=0 \quad (1).$$

Đặt $t=\sqrt{2x^2-1}\ (t\ge 0)$,

$$(1)\Leftrightarrow t^2-3t-4=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=4 \end{array}\right..$$

Do $t\ge 0$ nên

$$t=4\Leftrightarrow \sqrt{2x^2-1}=4\Leftrightarrow 2x^2-1=16$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\frac{\sqrt{34}}{2} \\ x=\frac{\sqrt{34}}{2} \end{array}\right..$$

Kiểm tra lại điều kiện tập xác định. Vậy nghiệm của phương trình là $\left\{-\frac{\sqrt{34}}{2};\frac{\sqrt{34}}{2}\right\}$.

Lưu ý: Trong trường hợp giải bài toán bằng cách đặt ẩn phụ $t=\sqrt{2x^2-1}\ (t\ge 0)$. Khi đã có điều kiện $t\ge 0$ thì không cần đặt điều kiện của x, cách giải vẫn đúng.

Bước 4: Đánh giá và nghiên cứu sâu: Đối với phương pháp đặt ẩn phụ: học sinh cần phải xác định được ẩn phụ đặt như thế nào mới hợp lý, điều kiện để đặt ẩn phụ ra sao? Sau khi đặt ẩn phụ, bài toán và việc xét điều kiện của nghiệm cũng dễ dàng hơn. Khái quát hóa được vấn đề, hướng dẫn học sinh đưa ra dạng tổng quát:

i) Dạng $f(x)+a\sqrt{f(x)}+b=0$ trong đó $a,b\in\mathbb{R}$. Ta sẽ áp dụng phương pháp đặt ẩn phụ $t=\sqrt{f(x)},(t\ge 0)$.

ii) Dạng $\sqrt{f(x)}=g(x)$, sử dụng biến đổi tương đương $\sqrt{f(x)}=g(x)\Leftrightarrow \begin{cases} g(x)\ge 0 \\ f(x)=g^2(x) \end{cases}$.

Cơ hội phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh được thể hiện qua: Nhận dạng được phương trình, xác định mâu thuẫn trong tình huống có vấn đề, huy động được kiến thức, lựa chọn và thiết lập được cách thức, triển khai được quy trình giải quyết vấn đề phù hợp cho bài toán liên quan giải phương trình quy về phương trình bậc hai, đánh giá giải pháp đã thực hiện, đề xuất được giải pháp khác, khái quát hoá được cho vấn đề.

3.3.3. Biện pháp 3: Rèn luyện cho học sinh nhìn bài toán nhiều góc độ khác nhau, khai thác nhiều lời giải khác nhau cho bài toán giải phương trình quy về bậc hai

• *Mục đích của biện pháp:* Biện pháp giúp học sinh hình thành thói quen nhìn bài toán dưới nhiều góc độ, để tìm phương hướng giải cần tập trung vào nhiều đối tượng kiến thức khác nhau, rèn luyện cho học sinh năng lực huy động kiến thức vốn có để triển khai được nhiều cách thức giải quyết vấn đề, đánh giá giải pháp đã thực hiện, đề xuất giải pháp mới, lựa chọn giải pháp tối ưu, khái quát hóa được cho vấn đề tương tự.

• *Cách thức tổ chức*

Bước 1: Giáo viên lựa chọn, đề xuất được những bài toán có thể giải quyết bằng nhiều cách khác nhau thuộc hoặc có liên quan đến chủ đề phương trình.

Bước 2: Giáo viên xây dựng những câu hỏi nêu vấn đề, gợi mở các vấn đề và kiến thức liên quan, hướng dẫn học sinh giải bài toán bằng nhiều cách khác nhau hoặc xây dựng nhiều phương án khác nhau cho từng đối tượng học sinh khác nhau trong lớp.

Bước 3: Học sinh cần tổng quát và đánh giá các phương pháp giải quyết bài toán cụ thể, lựa chọn được cách giải quyết vấn đề phù hợp với bản thân và phù hợp với từng bài toán, tìm lời giải tối ưu.

Trở lại bài ví dụ 2 trên, trong bước Nghiên cứu giải pháp khác cho bài toán bằng phương pháp biến đổi tương đương. Đối với phương pháp tương đương: học sinh chỉ cần áp dụng đúng công thức có thể giải quyết bài toán. Điều khó khăn ở đây là sau khi giải phương trình sẽ có thêm sự xuất hiện nghiệm ảo nên việc xác định nghiệm có thỏa điều kiện sẽ dễ gây khó khăn cho học sinh.

$$2x^2 - 3\sqrt{2x^2-1} - 5 = 0 \Leftrightarrow 3\sqrt{2x^2-1} = 2x^2 - 5$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 - 5 \geq 0 \\ \left(3\sqrt{2x^2-1}\right)^2 = (2x^2-5)^2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in -\infty; -\dfrac{\sqrt{10}}{2} \cup \dfrac{\sqrt{10}}{2}; +\infty) \\ 2x^4 - 19x^2 + 17 = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(-\infty; -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\dfrac{\sqrt{2}}{2}; +\infty\right) \\ \left[\begin{array}{l} x^2 = 1 \\ x^2 = \dfrac{17}{2} \end{array}\right. \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x \in \left(-\infty; -\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right] \cup \left[\dfrac{\sqrt{2}}{2}; +\infty\right) \\ \left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x = \pm\dfrac{\sqrt{34}}{2} \end{array}\right. \end{cases}.$$

Vậy nghiệm của phương trình là $\left\{-\dfrac{\sqrt{34}}{2}; \dfrac{\sqrt{34}}{2}\right\}$.

Như vậy bài toán này có thể giải quyết bằng phương pháp khác. Từ hai lời giải khác nhau cho bài toán đã biết, giáo viên yêu cầu học sinh đánh giá các phương pháp giải và tự rút ra cách giải tối ưu đối với bản thân.

Cơ hội phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh được thể hiện qua: Lựa chọn và thiết lập được cách thức khác nhau của cùng vấn đề, đề xuất được giải pháp khác, triển khai được quy trình giải quyết vấn đề phù hợp cho bài toán liên quan giải phương trình quy về phương trình bậc hai.

3.3.4. Biện pháp 4: Tăng cường khai thác những bài tập giải phương trình liên quan đến các tình huống thực tiễn

• *Mục đích của biện pháp:* Biện pháp rèn luyện học sinh khai thác những bài toán giải phương trình liên quan đến các tình huống thực tiễn, giúp học sinh nâng cao năng lực nhận thức kết hợp với tư duy logic để phát hiện vấn đề, vận dụng kiến thức vào giải quyết vấn đề thực tiễn cuộc sống.

• *Cách thức tổ chức:*

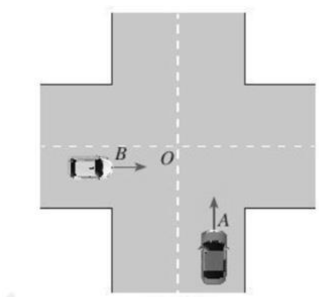
Bước 1: Giáo viên lựa chọn được hệ thống bài toán thực tế xuất phát từ những hoạt động trong cuộc sống có liên quan đến chủ đề phương trình và hệ phương trình.

Bước 2: Giáo viên hướng dẫn học sinh tìm hiểu bài toán, thiết lập được giả thuyết và kết luận của đề bài, đưa bài toán thực tiễn về bài toán toán học.

Bước 3: Học sinh thiết kế phương hướng giải quyết bằng cách thiết lập bài toán liên quan và lựa chọn cách giải bài toán phù hợp.

Bước 4: Học sinh đánh giá phương hướng giải quyết vấn đề, xây dựng hệ thống phương pháp giải quyết vấn đề thực tế tương tự.

Ví dụ 3. Hai ô tô xuất phát tại cùng một thời điểm với vận tốc trung bình như nhau $40\ km/h$ từ hai vị trí A và B trên hai con đường vuông góc với nhau để đi về bến O là giao của hai con đường. Vị trí A cách bến $8\ km$, vị trí B các bến $7\ km$. Xác định thời gian hai xe bắt đầu chạy cho tới khi cách nhau $5\ km$?



Sau khi quan sát đề bài, giáo viên cần hướng dẫn học sinh xác định được yêu cầu bài toán là gì? Vấn đề đó liên quan đến kiến thức toán học nào mà chúng ta đã biết? Đưa bài toán từ ngôn ngữ bình thường sang ngôn ngữ toán học? Cách để giải bài toán như thế nào?

Gọi x là thời gian hai xe bắt đầu chạy cho tới khi cách nhau $5\ km$. Quãng đường hai xe ở thời điểm x là $8-40x; 7-40x$. Từ vấn đề cần xác định ta thấy bài toán thực tế trên trở thành bài toán giải phương trình, khi đó chúng ta xác định được x thoả mãn phương trình $\sqrt{(8-40x)^2+(7-40x)^2}=5$.

Lúc này học sinh sẽ phải trả lời những câu hỏi sau đây từ giáo viên: Phương trình có chứa căn thức vậy điều kiện của phương trình như thế nào? phương trình trên có thể đưa về các dạng bậc hai được không? Cách giải quyết nào đã biết cho dạng phương trình này?

Quan sát phương trình trên, học sinh nhận dạng đây là phương trình chứa căn thức. Học sinh suy nghĩ sử dụng phương pháp nào thích hợp để giải phương trình chứa căn thức với xác định điều kiện. Trong căn thức bao gồm: $(8-40x)^2$; $(7-40x)^2$. Đây đều là những biểu thức không âm nên vế trái là số dương. Điều kiện lúc này là $x \in \mathbb{R}$. Lúc này điều kiện của giá trị x cần tìm là $x \geq 0$. Sau khi xác định được điều kiện như trên, để giải phương trình trên sử dụng phương pháp bình phương hai vế là cách hiệu quả nhất. Khi đó:

$$(8-40x)^2+(7-40x)^2=25$$
$$\Leftrightarrow 3200x^2-1200x+88=0$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{11}{40} \\ x=\frac{1}{10} \end{array}\right..$$

Xét điều kiện ta thấy hai giá trị x đều thỏa mãn. Kết luận: Sau $x=\dfrac{11}{40}h$ hoặc $x=\dfrac{1}{10}h$ hai xe cách nhau $5\ km$.

Những bài toán thực tế luôn gắn liền với nhiều vấn đề, việc xác định được vấn đề cần giải quyết trong những bài toán trên luôn là điều khó khăn với học sinh. Giáo viên cần giúp học sinh có thể tóm tắt ngắn gọn bài toán bằng ngôn ngữ thông thường sang ngôn ngữ toán học thông qua những câu hỏi giả thiết là gì? Và kết luận là gì? Đối với chương trình trung học phổ thông học sinh giải phương trình trên tập hợp $\mathbb{R}$, nên việc khi giải nghiệm học sinh chỉ nhớ đến điều kiện của phương trình nhưng học sinh lại quên đi những điều kiện có thể xuất hiện trong bài toán thực tế. Vì vậy tăng cường giải các vấn đề thực tiễn đưa về các dạng phương trình quen thuộc giúp cho học sinh thấy được ý nghĩa ứng dụng của kiến thức, giúp học sinh phát triển năng lực giải quyết vấn đề trong thực tiễn.

Cơ hội phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh được thể hiện qua: Phát hiện vấn đề thực tiễn và thiết lập được phương trình quy về phương trình bậc hai, huy động kiến thức giải quyết vấn đề phù hợp và vận dụng kiến thức giải phương trình quy về phương trình bậc hai vào bài toán thực tiễn.

4. Kết luận

Bài viết đã đề xuất bốn biện pháp sư phạm nhằm phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh trong dạy học giải bài tập phương trình quy về phương trình bậc hai. Khi dạy học giải bài tập chủ đề phương trình và hệ phương trình nói chung và dạng bài tập phương trình quy về phương trình bậc hai nói riêng, giáo viên cần lưu ý những vấn đề như nhận dạng các dạng bài toán, phát hiện các phương pháp giải khác nhau và ứng dụng thực tiễn của bài toán, từ đó linh hoạt trong việc thiết kế và tổ chức các hoạt động dạy học giúp học sinh phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học.

Lời cảm ơn: Nghiên cứu này được hỗ trợ bởi đề tài nghiên cứu khoa học của Trường Đại học Đồng Tháp, mã số SPD2021.02.03.

Tài liệu tham khảo

Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.

Chu, C. T. (2014). Bàn về những năng lực toán học của học sinh phổ thông. *Journal of Science of HNUE - Interdisciplinary SCI, 59*(1),12-18.

Đỗ, Đ. T. (Chủ biên). (2018). *Dạy học phát triển năng lực môn Toán trung học phổ thông*. Hà Nội: NXB Đại học Sư phạm.

Đỗ, T. H. M., Bùi, M. Đ. (2019). Xây dựng câu hỏi, bài tập kiểm tra, đánh giá năng lực giải quyết vấn đề toán học của học sinh trung học phổ thông trong dạy học chủ đề "hàm số". *Tạp chí Giáo dục, Số đặc biệt kì 2*, tháng 5/2019, 226-234.

Krutexki, V. A. (1973). *Tâm lí năng lực toán học của học sinh*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.

Nguyễn, H. C. (2005). *Những vấn đề cơ bản về chương trình và quá trình dạy học*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.

Nguyễn, N. H., Nguyễn, V. T. B. (2020). Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học trong dạy học giải phương trình bằng phương pháp vectơ ở trường trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục, Số đặc biệt kì 1*, tháng 5/2020, 98-104.

Nguyễn, T. L. P. (2016). *Chương trình tiếp cận năng lực và đánh giá năng lực người học*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.

Phan, A. T. (2014). *Đánh giá năng lực giải quyết vấn đề của học sinh trong dạy học toán lớp 11 trung học phổ thông*. Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Vinh.

Polya, G. (1945). *How to solve it*. Princeton University Press.

Trần, N. D., Trần, Đ. H., Nguyễn, T. A., Vũ, N. T. H., Ngô, H. L., Phạm, H. Q., & Phạm, T. T. T. (2020). *Sách giáo khoa Toán 10 - Chân trời sáng tạo*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.

Trần, V. H., Vũ, T., Doãn, M. C., Đỗ, M. H., Nguyễn, T. T. (2000). *Đại số 10*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.