VẬN DỤNG PHƯƠNG PHÁP MÔ HÌNH HÓA TRONG DẠY HỌC KHÁI NIỆM TOÁN HỌC

Trần Thị Bích Hoà

Trường Đại học Công nghệ thông tin và Truyền thông Việt - Hàn, Đại học Đà Nẵng, Việt Nam

Email: ttbhoa@vku.udn.vn

Lịch sử bài báo

Ngày nhận: 27/12/2021; Ngày nhận chỉnh sửa: 15/5/2022; Ngày duyệt đăng: 14/7/2022

Tóm tắt

Bài báo đề xuất phương pháp mô hình hóa vận dụng vào dạy học các khái niệm trong toán học dựa trên cơ sở lý thuyết về mô hình hóa được các nhà nghiên cứu đưa ra để nghiên cứu các đối tượng toán học nói chung. Để minh họa rõ phương pháp mô hình hóa, bài báo trình bày một trong số những bài giảng trong học phần Đại số tuyến tính được giảng dạy cho sinh viên ngành Công nghệ thông tin, Trường Đại học Công nghệ thông tin và Truyền thông Việt - Hàn, qua đó khẳng định tính hiệu quả của phương pháp dạy học này.

Từ khóa: *Mô hình hóa, mô hình hóa toán học, phương pháp dạy học, phương pháp mô hình hóa.*

MODELING METHOD IN TEACHING MATHEMATICAL CONCEPTS

Tran Thi Bich Hoa

Vietnam-Korea University of Information and Communication Technology, Da Nang University, Vietnam

Email: ttbhoa@vku.udn.vn

Article history

Received: 27/12/2021; Received in revised form: 15/5/2022; Accepted: 14/7/2022

Abstract

The article proposes the modeling method applied in teaching mathematical concepts based on relevant theories in the existing literature. For illustration, the article presents one of the lectures in the Linear Algebra module teaching Information-Technology students at Vietnam-Korea University of Information and Communication Technology, thereby confirming the effectiveness of this teaching method.

Keywords: *Mathemmatical modeling, modeling, modeling method, teaching method.*

DOI: https://doi.org/10.52714/dthu.12.6.2023.1111

Trích dẫn: Trần, T. B. H. (2023). Vận dụng phương pháp mô hình hóa trong dạy học khái niệm toán học. *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp*, *12*(6), 12-21. https://doi.org/10.52714/dthu.12.6.2023.1111.

1. Đặt vấn đề

Toán học là một môn khoa học cơ bản, được ứng dụng rộng rãi trong thực tế và trong các ngành khoa học khác, nhưng tại các trường đại học, cao đẳng không chuyên Toán, đa số sinh viên khi học môn học này không hứng thú nhiều với môn học và sau khi tốt nghiệp đều cho rằng chẳng biết dùng kiến thức Toán đã học được trong nhà trường vào việc gì trong cuộc sống, cũng như trong thực tiễn công việc.

Có nhiều nguyên nhân của thực trạng này, có những nguyên nhân chủ quan lẫn khách quan, nhưng khó khăn mà đại đa số sinh viên đối mặt chính là tính trừu tượng cao của học phần này, hơn nữa các ứng dụng của Toán học ít khi trực tiếp đi được vào các ứng dụng trong thực tiễn mà thường phải "ẩn" sau các ngành khoa học khác: Sinh học, Môi trường, Tài chính, Kinh tế, Công nghệ thông tin...

Nội dung của các học phần Toán trong các trường đại học, cao đẳng không chuyên toán là những kiến thức kinh điển, cơ bản của toán học để người học làm cơ sở nghiên cứu các môn học chuyên ngành, chứ không phải là "vô nghĩa", "thừa" hay "không dùng vào đâu cả" như suy nghĩ của nhiều sinh viên hiện nay. Vấn đề ở đây chính là do cách dạy, cách kiểm tra, đánh giá và cách học quá hình thức, thiên về mẹo tính toán mà không chú ý đến bản chất và các ứng dụng của Toán học.

Đứng trước cuộc cách mạng khoa học công nghệ 4.0, của tác động thời đại số và trước thực trạng dạy học Toán hiện nay, việc đổi mới phương pháp giảng dạy bậc đại học, cao đẳng đòi hỏi cấp bách để nâng cao chất lượng đào tạo nhân lực bắt kịp với xu thế và đáp ứng nhu cầu phát triển của xã hội. Đặc biệt với môn Toán, một môn khoa học cơ bản có ứng dụng rộng rãi trong nhiều lĩnh vực thì việc đổi mới nội dung và phương pháp gắn liền với thực tiễn thật sự rất cần thiết.

Các khái niệm trong Toán học thường có tính trừu tượng cao nhưng là nền tảng của toàn bộ các kiến thức Toán liên quan đến khái niệm này. Việc hình thành hệ thống khái niệm là tiền đề để người học vận dụng hiệu quả các kiến thức đã học. Trong thực tiễn giảng dạy, cho thấy rất nhiều sinh viên không giải được bài tập cũng như không áp dụng được các kiến thức vào các tình huống cụ thể là do chưa hiểu được các khái niệm Toán học. Do vậy, việc dạy học khái niệm Toán học là vấn đề cốt lõi của việc dạy học Toán, đặc biệt là trong chương trình đào tạo cho sinh viên không chuyên ngành Toán. Có nhiều nghiên cứu về các phương pháp dạy học tích cực như phương pháp giải quyết vấn đề, phương pháp dạy học theo lý thuyết tình huống, phương pháp dạy học theo quan điểm kiến tạo..., nhưng phương pháp mô hình hoá để vận dụng vào việc dạy học các khái niệm Toán chưa được đề cập đến. Mục tiêu của phương pháp này là trong quá trình dạy học người dạy tăng cường giúp sinh viên hiểu về bản chất và ý nghĩa của các khái niệm khi học toán, về sự hình thành của chúng và các ứng dụng của chúng, vì sao chúng tồn tại, người dạy cần xác định câu hỏi "nó để làm gì" quan trọng hơn "nó được định nghĩa như thế nào", áp dụng các phương pháp giảng dạy trực quan hơn, các cách tiếp cận các khái niệm toán học gần gũi hơn, xuất phát từ thực tế cuộc sống, giảm tải những kiến thức nặng nề mang tính hàn lâm để đưa vào những vấn đề mang tính thực tiễn để những kiến thức toán học bớt trừu tượng hơn, bớt khô khan hơn, giúp người học hứng thú và yêu môn học này hơn.

Bài báo gợi ý phương pháp dạy học khái niệm Toán học bằng phương pháp mô hình hóa, dựa trên phương pháp mô hình hoá được đề xuất bởi Aristides C. Barreto từ giữa những năm 70 của thế kỉ trước (Kaur & Dindyal, 2010) và khẳng định tính hiệu quả của phương pháp này thông qua thực nghiệm sư phạm.

2. Dữ liệu và phương pháp nghiên cứu

- Dữ liệu nghiên cứu: Các tài liệu (Sách, bài báo, đề tài nghiên cứu khoa học...) về đổi mới phương pháp dạy học Toán, về phương pháp mô hình hoá trong dạy học Toán và thông qua kết quả khảo sát ý kiến gần 200 sinh viên năm thứ nhất với bảng câu hỏi.

- Phương pháp nghiên cứu: Kết quả của bài báo dựa trên phương pháp phân tích, tổng hợp các tài liệu có liên quan đến nội dung nghiên cứu và phương pháp điều tra thông qua bảng câu hỏi đối với sinh viên sau khi học bằng phương pháp mô hình hoá để thấy được hiệu quả của phương pháp dạy học này.

3. Kết quả và thảo luận

3.1. Phương pháp mô hình hoá toán học

Ý tưởng về sử dụng mô hình hóa trong dạy học được đề xuất bởi Aristides C. Barreto (Kaur & Dindyal, 2010) từ giữa những năm 70 của thế kỉ trước. Mô hình hóa là quá trình tạo ra các mô hình để giải quyết các vấn đề toán học. Từ quan điểm này, có thể nói không có một định nghĩa thống nhất nào về mô hình hóa toán học. Mô hình toán học được xây dựng bằng cách chuyển các vấn đề từ thực tiễn bằng phương tiện ngôn ngữ viết sang phương tiện ngôn ngữ biểu tượng, kí hiệu, hay nói cách khác, mô hình hóa là bỏ đi các tính chất không bản chất của vấn đề và được trình bày dưới dạng ngôn ngữ toán học.

Quy trình mô hình hóa được Swetz và Hartzler (Blum & cs. 2007) mô tả gồm bốn bước:

Bước 1. Xây dựng mô hình phỏng thực tiễn của vấn đề, tức là xác định các yếu tố có ý nghĩa quan trọng nhất trong hệ thống và xác lập những quy luật mà chúng ta phải tuân theo.

Bước 2: Xây dựng mô hình toán học cho vấn đề đang xét, tức là diễn tả lại dưới dạng ngôn ngữ toán học cho mô hình trung gian. Lưu ý là ứng với vấn đề đang xem xét có thể có nhiều mô hình toán học khác nhau, tùy theo chỗ các yếu tố nào của hệ thống và mối liên hệ nào giữa chúng được xem là quan trọng.

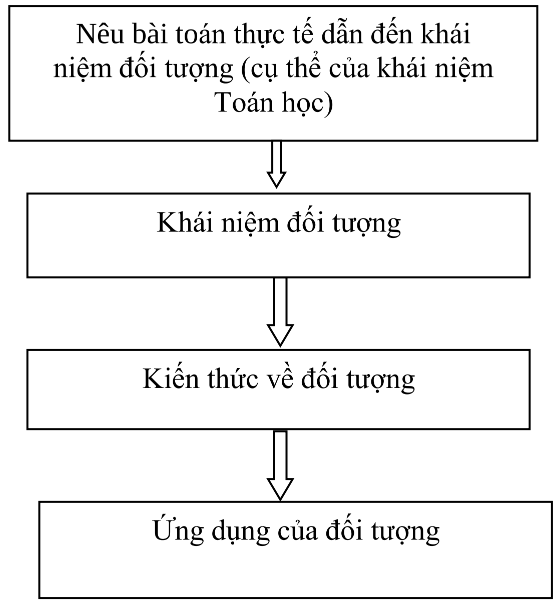
Bước 3. Sử dụng các công cụ toán học để khảo sát và giải quyết bài toán hình thành ở bước hai.

Bước 4. Phân tích và kiểm định lại các kết quả thu được trong bước ba. Ở đây, người ta phải xác định mức độ phù hợp của mô hình và kết quả tính toán với vấn đề thực tế. Nếu kết quả không thể chấp nhận được thì phải lặp lại quá trình để tìm câu trả lời phù hợp cho bài toán ban đầu.

3.2. Vận dụng phương pháp mô hình hóa trong dạy học khái niệm Toán học

Có thể nói mô hình hoá toán học là việc sử dụng ngôn ngữ và công cụ toán học để mô tả một tình huống thực tiễn nào đó, ví dụ như các hình vẽ, hàm số, đồ thị, phương trình, hệ phương trình, biểu đồ, các mô hình ảo trên máy tính… Và phương pháp dạy học bằng mô hình hoá là quá trình chuyển những vấn đề thuộc lĩnh vực ngoài toán học thành vấn đề của toán học rồi sử dụng kiến thức toán học để tìm ra câu trả lời cho vấn đề được đặt ra ban đầu.

Dựa trên 4 bước của quy trình mô hình hóa trong nghiên cứu toán học của Swetz và Hartzler ở trên, có thể gợi ý các bước dạy học khái niệm bằng phương pháp mô hình hóa thông qua sơ đồ sau:



Hình 1. Sơ đồ dạy học khái niệm bằng phương pháp mô hình hoá

Ứng với mỗi bài học cụ thể, giáo viên có thể thiết kế bài giảng theo hướng mà sơ đồ thể hiện với mục tiêu để vai trò của phương pháp dạy học bằng mô hình hóa được phát huy triệt để và đặc biệt chú trọng đến tính ứng dụng của đối tượng toán học.

3.3. Thiết kế bài giảng bằng cách sử dụng phương pháp mô hình hóa

Trong phần này, tác giả trình bày một bài giảng về khái niệm "Ma trận nghịch đảo" thuộc học phần Đại số tuyến tính cho sinh viên ngành Công nghệ thông tin, đây là một trong số những bài giảng được thiết kế theo phương pháp mô hình hóa bằng cách sử dụng sơ đồ ở Hình 1, qua đó so sánh với bài giảng không sử dụng phương pháp mô hình hóa, để giúp người học thấy rõ được sự khác biệt.

Bảng 1. Vận dụng phương pháp mô hình hoá vào bài giảng minh họa

Bài giảng không áp dụng phương pháp mô hình hóa	Bài giảng được áp dụng phương pháp mô hình hóa
1. Ma trận nghịch đảo **1.1. Định nghĩa** Cho $A \in M_n(R)$. A được gọi là khả nghịch (hay	**1. Ma trận nghịch đảo** Ma trận có nhiều ứng dụng trong thực tiễn các ngành khoa học như đã giới thiệu trong bài học đầu tiên về ma trận từ vật lý, địa chất, thống kê,

có ma trận nghịch đảo) nếu tồn tại ma trận vuông B cùng cấp n sao cho: $AB = BA = I_n$ (ma trận đơn vị cấp n). Khi đó, B được gọi là ma trận nghịch đảo của A, kí hiệu là A^{-1}. Ví dụ: a. Cho $A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$, với $a \neq 0, b \neq 0$. Dễ kiểm tra A khả nghịch và $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/a & 0 \\ 0 & 1/b \end{bmatrix}$. b. Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ không khả nghịch vì $\forall B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$, thì $AB = \begin{bmatrix} a+b & b+d \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Chú ý: i. Ma trận nghịch đảo (nếu có) của một ma trận là duy nhất. Thật vây, giả sử B và B' là 2 ma trận nghịch đảo của A thì: B=BI=BAB'=(BA)B'=IB'=B'. ii. I khả nghịch và $I^{-1} = I$. **1.2. Tính chất** 1. Giả sử A khả nghịch và $k \neq 0$. Lúc đó, ma trận kA cũng khả nghịch và có: $(kA)^{-1} = \frac{1}{k} A^{-1}$. 2. Giả sử A, B là 2 ma trận vuông cùng cấp và khả nghịch. Lúc đó: $(AB)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$. 3. Nếu A khả nghịch thì A^{-1} cũng khả nghịch và $(A^{-1})^{-1} = A$. 4. A^t cũng khả nghịch và $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$. **1.3. Điều kiện để tồn tại ma trận nghịch đảo. Công thức tính ma trận nghịch đảo** Định lý: Cho $A \in M_n(R)$. A khả nghịch khi và chỉ khi $\det(A) \neq 0$.	kinh tế, công nghệ thông tin… Trong lĩnh vực công nghệ thông tin thì ứng dụng quan trọng nhất của ma trận và ma trận nghịch đảo chính là mã hóa thông tin. Sau khi học xong bài ma trận nghịch đảo, ta sẽ tìm hiểu kĩ hơn về vấn đề này. **1.1. Định nghĩa** Cho $A \in M_n(R)$. A được gọi là khả nghịch (hay có ma trận nghịch đảo) nếu tồn tại ma trận vuông B cùng cấp n sao cho: $AB = BA = I_n$ (ma trận đơn vị cấp n). Khi đó, B được gọi là ma trận nghịch đảo của A, kí hiệu là A^{-1}. Ví dụ: a. Cho $A = \begin{bmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{bmatrix}$, với $a \neq 0, b \neq 0$. Dễ kiểm tra A khả nghịch và $A^{-1} = \begin{bmatrix} 1/a & 0 \\ 0 & 1/b \end{bmatrix}$. b. Cho $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ không khả nghịch vì $\forall B = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ thì $AB = \begin{bmatrix} a+c & b+d \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \neq \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$. Chú ý: i. Ma trận nghịch đảo (nếu có) của một ma trận là duy nhất. Thật vậy, giả sử B và B' là 2 ma trận nghịch đảo của A thì: B=BI=BAB'= (BA) B'=IB'=B'. ii. I khả nghịch và $I^{-1} = I$. **1.2. Tính chất** 1. Giả sử A khả nghịch và $k \neq 0$. Lúc đó, ma trận kA cũng khả nghịch và có: $(kA)^{-1} = \frac{1}{k} A^{-1}$. 2. Giả sử A, B là 2 ma trận vuông cùng cấp và khả nghịch. Lúc đó: $(AB)^{-1} = B^{-1}.A^{-1}$. 3. Nếu A khả nghịch thì A^{-1} cũng khả nghịch và $(A^{-1})^{-1} = A$.

Khi đó, $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)} P_A$.

Chú ý:

Ma trận vuông A có $\det(A) \neq 0$ còn được gọi là ma trận không suy biến còn nếu $\det(A) = 0$ thì A gọi là ma trận suy biến.

1.4. Cách tìm ma trận nghịch đảo

Cho ma trận vuông A cấp n. Để tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A ta làm như sau:

Bước 1: Tính det(A).

- Nếu $\det(A) = 0$ thì A không có ma trận nghịch đảo.
- Nếu $\det(A) \neq 0$, chuyển sang bước 2.

Bước 2: Tìm ma trận phụ hợp P_A của A.

Bước 3: $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)} P_A$.

Trong đó, P_A là ma trận phụ hợp của ma trận A, được định nghĩa như sau:

Cho $A \in M_n(R)$, ma trận phụ hợp của A, kí hiệu là P_A được xác định như sau :

$$P_A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix},$$

$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$, với M_{ij} : định thức của ma trận nhận được từ ma trận A sau khi bỏ đi hàng i cột j.

<u>Ví dụ:</u> Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 0 \\ 4 & -2 & 1 \end{bmatrix}.$$

<u>Giải:</u>

Ta có: $\det(A) = -59 \neq 0$. Nên ma trận A có ma trận nghịch đảo.

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 5 & 0 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = 5,$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ -2 & 1 \end{vmatrix} = -7,$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 0 \end{vmatrix} = -10,$$

4. A^t cũng khả nghịch và $(A^t)^{-1} = (A^{-1})^t$.

1.3. Điều kiện để tồn tại ma trận nghịch đảo. Công thức tính ma trận nghịch đảo

<u>Định lý:</u>

Cho $A \in M_n(R)$.

A khả nghịch khi và chỉ khi $\det(A) \neq 0$.

Khi đó, $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)} P_A$.

Chú ý:

Ma trận vuông A có $\det(A) \neq 0$ còn được gọi là ma trận không suy biến còn nếu $\det(A) = 0$ thì A gọi là ma trận suy biến.

1.4. Cách tìm ma trận nghịch đảo

Cho ma trận vuông A cấp n. Để tìm ma trận nghịch đảo của ma trận A ta làm như sau:

Bước 1: Tính det(A).

- Nếu $\det(A) = 0$ thì A không có ma trận nghịch đảo.
- Nếu $\det(A) \neq 0$, chuyển sang bước 2.

Bước 2: Tìm ma trận phụ hợp P_A của A.

Bước 3: $A^{-1} = \dfrac{1}{\det(A)} P_A$.

Trong đó, P_A là ma trận phụ hợp của ma trận A, được định nghĩa như sau:

Cho $A \in M_n(R)$, ma trận phụ hợp của A, kí hiệu là P_A được xác định như sau :

$$P_A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} & \dots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \dots & A_{n2} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{1n} & A_{2n} & \dots & A_{nn} \end{bmatrix}$$

$A_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}$, với M_{ij} : định thức của ma trận nhận được từ ma trận A sau khi bỏ đi hàng i cột j.

<u>Ví dụ:</u> Tìm ma trận nghịch đảo (nếu có) của

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 2 & 5 & 0 \\ 4 & -2 & 1 \end{bmatrix}$$

<u>Giải:</u>

Ta có: $\det(A) = -59 \neq 0$. Nên ma trận A có ma trận nghịch đảo.

$A_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}2&0\\4&1\end{vmatrix}=-2,$	$A_{11}=(-1)^{1+1}\begin{vmatrix}5&0\\-2&1\end{vmatrix}=5,\ A_{21}=(-1)^{2+1}\begin{vmatrix}3&2\\-2&1\end{vmatrix}=-7,$
$A_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}-1&2\\4&1\end{vmatrix}=-9,$	$A_{31}=(-1)^{3+1}\begin{vmatrix}3&2\\5&0\end{vmatrix}=-10,$
$A_{32}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}-1&2\\2&0\end{vmatrix}=4,$	$A_{12}=(-1)^{1+2}\begin{vmatrix}2&0\\4&1\end{vmatrix}=-2,$
$A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}2&5\\4&-2\end{vmatrix}=-24,$	$A_{22}=(-1)^{2+2}\begin{vmatrix}-1&2\\4&1\end{vmatrix}=-9,$
$A_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}-1&3\\4&-2\end{vmatrix}=10,$	$A_{32}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}-1&2\\2&0\end{vmatrix}=4,$
$A_{33}=(-1)^{3+2}\begin{vmatrix}-1&3\\2&5\end{vmatrix}=-11,$	$A_{13}=(-1)^{1+3}\begin{vmatrix}2&5\\4&-2\end{vmatrix}=-24,$
$\Rightarrow P_A=\begin{bmatrix}5&-7&-10\\-2&-9&4\\-24&10&-11\end{bmatrix}.$	$A_{23}=(-1)^{2+3}\begin{vmatrix}-1&3\\4&-2\end{vmatrix}=10,$
$A^{-1}=\dfrac{1}{\det(A)}P_A=\dfrac{1}{-59}\begin{bmatrix}5&-7&-10\\-2&-9&4\\-24&10&-11\end{bmatrix}$	$A_{33}=(-1)^{3+3}\begin{vmatrix}-1&3\\2&5\end{vmatrix}=-11,$
Dođó: $=\begin{bmatrix}-\frac{5}{59}&\frac{7}{59}&\frac{10}{59}\\ \frac{2}{59}&\frac{9}{59}&-\frac{4}{59}\\ \frac{24}{59}&-\frac{10}{59}&\frac{11}{59}\end{bmatrix}.$	$\Rightarrow P_A=\begin{bmatrix}5&-7&-10\\-2&-9&4\\-24&10&-11\end{bmatrix}.$
Bài tập: Tìm ma trận nghịch đảo của các ma trận sau:	Do đó: $A^{-1}=\dfrac{1}{\det(A)}P_A=\dfrac{1}{-59}\begin{bmatrix}5&-7&-10\\-2&-9&4\\-24&10&-11\end{bmatrix}$
a) $\begin{bmatrix}1&2&-3\\0&1&2\\0&0&1\end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix}1&-1&2\\-1&2&1\\2&-3&2\end{bmatrix}$	$=\begin{bmatrix}-\frac{5}{59}&\frac{7}{59}&\frac{10}{59}\\ \frac{2}{59}&\frac{9}{59}&-\frac{4}{59}\\ \frac{24}{59}&-\frac{10}{59}&\frac{11}{59}\end{bmatrix}.$
c) $\begin{bmatrix}2&1&0&0\\3&2&0&0\\1&1&3&4\\2&-1&2&3\end{bmatrix}.$	**1.5. Mã hóa thông tin** *1.5.1. Mã hóa là gì và vai trò của nó* - Mã hóa là một ngành khoa học về bảo mật thông tin. - Sử dụng ma trận ta có thể mã hóa được thông tin, giữ cho thông tin được bảo mật với người lạ. - Mã hóa thông tin có thể được sử dụng để đảm bảo bí mật trong ngân hàng, trong quân đội, trao đổi thông tin bí mật giữa hai hay nhiều người.

1.5.2. Quá trình mã hóa

- Biến các ký tự trong dòng tin về một dòng các giá trị số.
- Đặt dữ liệu vào trong một ma trận.
- Nhân các dữ liệu với ma trận mã hóa (encoding matrix).
- Chuyển ma trận thu được thành các dòng số có chứa tin nhắn được mã hóa.

1.5.3. Quá trình giải mã

- Viết lại ma trận.
- Tìm ma trận nghịch đảo của ma trận mã hóa.
- Nhân các dữ liệu của ma trận với ma trận nghịch đảo của ma trận mã hóa.
- Đưa dữ liệu từ số về kí tự.

1.5.4. Ví dụ

Xét dòng tin: “CÔNG NGHỆ THÔNG TIN”

*Khâu mã hóa:

- Chuyển dòng tin từ dạng ký tự sang số:

Ta gán mỗi một kí tự cho một số, chú ý là các số phải tương ứng với vị trí của kí tự trong bảng 26 chữ cái, và quy ước ký tự khoảng trắng tương ứng với số 0. Vậy ta có dòng số như sau:

CONG__NGHE__THONG__TIN

3 15 14 7 0 14 7 8 5 0 20 8 15 14 7 0 20 9 14.

- Đặt dãy số này vào trong một ma trận (nên đưa vào một ma trận có nhiều nhất là 3 dòng để đơn giản trong quá trình tính toán). Ở đây dòng tin có 19 ký tự, nghĩa là ta có 19 số, do đó ta sẽ đưa các số vào ma trận có 3 dòng, như vậy ma trận này là:

$$A = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 7 & 0 & 15 & 0 & 14 \\ 15 & 0 & 8 & 20 & 14 & 20 & 0 \\ 14 & 14 & 5 & 8 & 7 & 9 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Tìm một ma trận mã hóa (encoding matrix): Ma trận này người mã hóa tự quyết định nhưng phải đảm bảo được 2 yêu cầu: nó phải là một ma trận vuông có cấp bằng với số dòng của ma trận A; có định thức khác 0. Ở đây, ta cho ma trận mã hóa là:

$$B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- Nhân ma trận mã hóa B với ma trận A, ta được ma trận C:

$$C = BA = \begin{bmatrix} 17 & 21 & 12 & 8 & 22 & 9 & 14 \\ 30 & 0 & 16 & 40 & 28 & 40 & 0 \\ 14 & 14 & 5 & 8 & 7 & 9 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Chuyển ma trận C thành các dòng số, ta được:

17 30 14 21 0 14 12 16 5 8 40 8 22 28 7 9 40 9 14 0 0.

-Với dòng số này, ta đã mã hóa xong dòng tin ban đầu. Giờ ta có thể cung cấp dòng số này và ma trận mã hóa B, sau đó yêu cầu người giải mã tìm ra dòng tin bị ẩn.

Như vậy ta có bài toán sau:

Hãy giải mã thông điệp: 17 30 14 21 0 14 12 16 5 8 40 8 22 28 7 9 40 9 14 0 0

với khóa là $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$.

* Khâu giải mã :

- Vì ma trận mã hóa được cung cấp có cấp 3, nên ta viết dòng số trên về một ma trận có 3 dòng :

$$D = \begin{bmatrix} 17 & 21 & 12 & 8 & 22 & 9 & 14 \\ 30 & 0 & 16 & 40 & 28 & 40 & 0 \\ 14 & 14 & 5 & 8 & 7 & 9 & 0 \end{bmatrix}.$$

- Tìm ma trận nghich đảo của ma trận mã hóa B, ta được:

$$B^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

- Nhân B^{-1} cho ma trận D, ta được ma trận E:

$$E = \begin{bmatrix} 3 & 7 & 7 & 0 & 15 & 0 & 14 \\ 15 & 0 & 8 & 20 & 14 & 20 & 0 \\ 14 & 14 & 5 & 8 & 7 & 9 & 0 \end{bmatrix}$$

- Viết ma trận E về dãy số:

3 15 14 7 0 14 7 8 5 0 20 8 15 14 7 0 20 9 14 0 0.

- Chuyển dãy số này về kí tự theo bảng 26 chữ cái, ta được dòng tin:

CONG_NGHE_THONG_TIN.

<u>Bài tập</u>

1. Tìm ma trận nghịch đảo của các ma trận sau:

	a) $\begin{bmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \\ 3 & 5 & -4 \end{bmatrix}$ b) $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & 1 \\ 2 & -3 & 2 \end{bmatrix}$. 2. Hãy giải mã thông điệp 32 53 -5 36 40 -8 1 16 0 9 38 0 53 31 -20 18 4 -9 5 23 0 22 61 -1 với khóa là $B = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}$. 3. Hãy giải mã thông điệp -11 42 -30 -1 4 -6 -15 17 -4 -1 29 0 với khóa là $B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}$.

Như vậy, bài giảng trên được trình bày theo sơ đồ dạy học của phương pháp mô hình hóa. Thay vì trước đây, khi dạy học khái niệm toán học, giáo viên đi trực tiếp vào định nghĩa, đưa ra ví dụ, rồi nêu tính chất và các bài tập thiên về lý thuyết toán hoặc cũng có nhiều trường hợp giáo viên có thể đặt vấn đề bằng các bài toán ứng dụng của khái niệm toán học đó để dẫn dắt vào bài học, tuy nhiên sau đó vẫn là các dạng bài tập thiên về lý thuyết, do đó sinh viên cũng không thể thấy rõ và gợi nhớ sâu sắc được những ứng dụng thực tiễn của khái niệm toán học đã học. Với phương pháp này, trước khi đưa ra định nghĩa ma trận nghịch đảo, người dạy giới thiệu ứng dụng của ma trận nghịch đảo sau đó mới đưa ra khái niệm ma trận nghịch đảo và cách tính ma trận nghịch đảo bằng cách dùng ma trận phụ hợp, và nêu cách sử dụng ma trận nghịch đảo để giải quyết bài toán mã hóa thông tin.

Mục tiêu khi áp dụng phương pháp mô hình hóa trong dạy học toán là muốn có sự thay đổi sâu sắc trong nội dung dạy học, cũng như gắn nội dung này vào quá trình kiểm tra đánh giá theo hướng liên hệ với thực tiễn phù hợp với trình độ của sinh viên để việc học toán thực sự hiệu quả đối với những sinh viên các ngành không chuyên toán.

3.4. Hiệu quả của phương pháp mô hình hóa thông qua dạy học thực nghiệm

Chúng tôi đã tiến hành áp dụng phương pháp mô hình hóa vào dạy học toán với một số nội dung của học phần Đại số tuyến tính cho sinh viên năm thứ nhất tại Trường Đại học Công nghệ thông tin và Truyền thông Việt - Hàn. Thông qua quá trình dạy thực nghiệm và qua việc thống kê khảo sát ý kiến sinh viên bằng "Phiếu khảo sát sinh viên về thực trạng giảng dạy các học phần toán tại Trường Đại hoc Công nghệ thông tin và Truyền thông Việt - Hàn", chúng tôi có một số nhận xét sau:

- Đối với các tiết học được giảng dạy theo phương pháp mô hình hóa, không khí lớp học sôi nổi, sinh viên hứng thú thảo luận đưa ra hướng giải quyết vấn đề.

- Sinh viên nắm được các bước giải theo hướng sử dụng phương pháp chung để giải các bài toán có nội dung thực tiễn, bước đầu đã biết vận dụng vào việc giải toán và gắn toán học với thực tiễn.

- Đa phần sinh viên hứng thú, có sự hài lòng với tiết học được giảng dạy bằng phương pháp mô hình hóa, trong tiết học thể hiện sự sinh động không có cảm giác nhàm chán, khô khan.

- Khi áp dụng giảng dạy theo phương pháp cũ, hệ thống bài tập thường thiên về lí thuyết, sinh viên ít quan tâm đến bài tập về nhà hoặc làm bài tập một cách miễn cưỡng. Sau các tiết học được áp dụng phương pháp mô hình hóa thì sinh viên chủ động hỏi bài tập về nhà và đề xuất tăng thêm nhiều bài tập hơn.

4. Kết luận

Bài báo trình bày phương pháp dạy học các khái niệm toán học bằng cách mô hình hóa theo sơ đồ ở trên với cơ sở lí thuyết là mô hình hóa toán học được đề xuất bởi Aristides C. Barreto. Nếu các phương pháp dạy học tích cực khác sử dụng các kỹ thuật dạy học, cách thức tổ chức các hoạt động của sinh viên trên lớp để tác động vào nội dung bài học giúp người học tiếp thu bài giảng một cách chủ động, thì phương pháp mô hình hóa tác động trực tiếp vào nội dung bài học theo hướng liên hệ với thực tiễn để giúp người học thấy được tính ứng dụng của toán học trong thực tiễn cuộc sống cũng như trong các lĩnh vực khác. Vấn đề quan trọng nhất của phương pháp dạy học này là tìm ra các bài toán thực tế phù hợp với trình độ của sinh viên khi tiếp cận đối tượng toán học. Điều này tùy thuộc vào từng ngành học cụ thể, giáo viên có thể linh hoạt tìm ra các bài toán thực tế để dẫn dắt, minh họa đối tượng toán học cần nghiên cứu, có như vậy phương pháp này mới phát huy tối đa vai trò của nó**,** đem lại hứng thú cho sinh viên khi học các học phần toán, cũng như giúp sinh viên thấy rõ hiệu quả của môn học**.**

Tài liệu tham khảo

Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, H.W., & Niss, M. (2007). *Modelling and applications in mathematics education*. The 14th ICMI Study. Springer.

Kaur. B., & Dindyal. J. (2010). *Mathematical applications and modelling*. Singapore: World Scientific Publishing Singapore.

Nguyễn, D. N. (2015). Nghiên cứu quy trình mô hình hoá trong dạy toán ở trường phổ thông. *Tạp chí Khoa học Đại học Quốc gia Hà Nội, 31*(3/2015), 1-10.

Nguyễn, Đ. T. (chủ biên). (2010). *Giáo trình Toán cao cấp 1,2.* Hà Nội: NXB Thông tin truyền thông.

Trần, V. (2008). *Những xu hướng nghiên cứu giáo dục toán*. Huế: Đại học Huế.