PHÁT TRIỂN TƯ DUY THUẬT TOÁN CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ DÃY SỐ, CẤP SỐ CỘNG VÀ CẤP SỐ NHÂN – TOÁN 11

Nguyễn Dương Hoàng[1] và Đoàn Thị Hồng Hạnh[2*]

[1]*Khoa Sư phạm Toán - Tin, Trường Sư phạm, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam*

[2]*Học viên cao học, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam*

[*]*Tác giả liên hệ: Đoàn Thị Hồng Hạnh, Email: hanhdth.ttgdtxkg@gmail.com*

Lịch sử bài báo

Ngày nhận: 30/5/2024; Ngày nhận chỉnh sửa: 02/9/2024; Duyệt đăng: 04/9/2024

Tóm tắt

Trong quá trình dạy học toán thì việc phát triển tư duy toán học nói chung và tư duy thuật toán nói riêng là một vấn đề cần được quan tâm nghiên cứu. Phát triển tư duy góp phần thực hiện thắng lợi mục tiêu của Chương trình giáo dục phổ thông 2018. Tư duy thuật toán không chỉ giúp học sinh lĩnh hội kiến thức hiệu quả mà còn thúc đẩy sự phát triển của các thao tác tư duy như: phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hóa, trừu tượng hóa,... Nghiên cứu đã đề xuất 5 biện pháp phát triển tư duy thuật toán cho học sinh trong dạy học chủ đề "Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân" (Toán 11). Các biện pháp này nếu được giáo viên thực hiện một cách linh hoạt, phù hợp với từng đối tượng học sinh sẽ nâng cao hiệu quả dạy học chủ đề "Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân" cũng như dạy học Toán ở trường phổ thông.

Từ khóa: *Biện pháp, cấp số cộng và cấp số nhân, chủ đề dãy số, tư duy, tư duy thuật toán.*

DOI: https://doi.org/10.52714/dthu.13.01S.2024.1313

Cite: Nguyễn, D. H., & Đoàn, T. H. H. (2024). Phát triển tư duy thuật toán cho học sinh trong dạy học chủ đề dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân – Toán 11. *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp, 13*(01S), 187-202. https://doi.org/10.52714/dthu.13.01S.2024.1313.

DEVELOPING STUDENTS' ALGORITHMIC THINKING IN TEACHING THE TOPICS OF NUMBER SEQUENCES, ADDITIVE PROGRESSIONS AND MULTIPLICATION PROGRESSIONS – MATH 11

Nguyen Duong Hoang[1] and Doan Thi Hong Hanh[2*]

[1] Faculty of Mathematics - Informatics Teacher Education, School of Education, Dong Thap University, Cao Lanh 870000, Vietnam

[2]Post-graduate student, Dong Thap University, Cao Lanh 87000, Vietnam

[*]Corresponding author: Doan Thi Hong Hanh, Email: hanhdth.ttgdtxkg@gmail.com

Article history

Received: 30/5/2024; Received in revised form: 02/9/2024; Accepted: 04/9/2024

Abstract

In mathematics teaching, developing mathematical thinking in general and algorithmic thinking in particular is worth researching. Developing thinking contributes to successfully achieving the goals of the 2018 General Education Program. Algorithmic thinking not only helps students acquire knowledge effectively but also promotes operation reasoning such as: analysis, synthesis, comparison, generalization, abstraction, etc. The study has proposed 5 measures to develop algorithmic thinking for students in teaching the topic "Sequences, arithmetic progressions and radicals. multiplier" (Math 11). These measures, if implemented flexibly and appropriately by teachers for each type of student, will improve the effectiveness of teaching the topic "Sequences, arithmetic and exponential progressions" as well as teaching Mathematics at high school.

Keywords: *Algorithmic thinking, arithmetic and exponential progressions, measures, number sequence topics, thinking.*

1. Đặt vấn đề

Mục tiêu của chương trình Giáo dục phổ thông môn toán (2018) nêu rõ môn Toán góp phần hình thành và phát triển cho học sinh năng lực toán học (biểu hiện tập trung nhất của năng lực tính toán) bao gồm các thành phần cốt lõi sau: Năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hóa toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

Để hình thành và phát triển ở học sinh năng lực toán học, cụ thể là năng lực tư duy và lập luận toán học, chúng ta cần rèn luyện và phát triển cho học sinh tư duy thuật toán. Tư duy thuật toán tạo một điều kiện tốt để học sinh tiếp thu kiến thức, rèn luyện các kỹ năng toán học. Tư duy thuật toán phát triển sẽ góp phần thúc đẩy sự phát triển các thao tác trí tuệ cho học sinh như: Phân tích, tổng hợp so sánh, khái quát hoá, trừu tượng hoá, …Mặt khác, còn hình thành cho học sinh những phẩm chất trí tuệ như: tính linh hoạt, tính độc lập. Vì vậy, việc dạy học phát triển tư duy thuật toán có thể góp phần thực hiện mục tiêu đào tạo hình mẫu con người có năng lực tự quyết, có khả năng ứng xử và giải quyết các vấn đề trong khoa học và thực tiễn cuộc sống.

Chủ đề "Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân – toán 11" trang bị cho học sinh những kiến thức về dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân, giải quyết các vấn đề thực tiễn liên quan đến cấp số cộng, cấp số nhân. Nhiều kiến thức của chủ đề như: xét tính tăng, giảm của dãy số; dãy số bị chặn; số hạng tổng quát và tổng n số hạng đầu tiên của cấp số cộng, cấp số nhân…. đều được xây dựng theo tư tưởng quy trình, nên có nhiều cơ hội phát triển tư duy thuật toán cho học sinh.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Khái niệm "tư duy" và "tư duy thuật toán"

2.1.1. Tư duy

Nguyễn & cs. (2007) cho rằng Tư duy là một quá trình tâm lí phản ánh những thuộc tính bản chất, những mối liên hệ và quan hệ bên trong có tính quy luật của sự vật, hiện tượng trong hiện thực khách quan mà trước đó ta chưa biết.

Nguyễn (1995) cho rằng Tư duy là sự phản ánh trong óc ta những sự vật và hiện tượng trong những mối liên hệ, quan hệ có tính quy luật của chúng.

Chúng tôi thống nhất với quan niệm của Phạm (1992) "Tư duy là quá trình nhận thức phản ánh những thuộc tính bản chất, những mối quan hệ có tính quy luật của sự vật và hiện tượng trong hiện thực khách quan."

Như vậy:

- Tư duy là sự phản ánh trong trí óc con người những sự vật và hiện tượng trong những mối liên hệ và mối quan hệ có tính quy luật của chúng.

- Tư duy là sự phản ánh thực tế một cách khái quát, gián tiếp.

- Tư duy là một quá trình sáng tạo giúp con người học hỏi, rèn luyện để có tri thức nhận biết vấn đề và giải quyết những vấn đề đó. Tư duy do não bộ vận hành với những kỹ năng học được, giúp trí thông minh được nuôi dưỡng và phát triển; Khi đó con người dùng suy nghĩ, xem xét, giải quyết những sự vật, hiện tượng trong cuộc sống.

- Tư duy là sự phản ánh quá trình nhận thức ở trình độ cao một cách khái quát, tích cực, gián tiếp và sáng tạo về thế giới qua các khái niệm, suy lý và phán đoán.

2.1.2. Tư duy thuật toán

Bùi (2008) cho rằng Quy trình là một trình tự phải tuân theo để tiến hành một công việc nào đó. Một quy trình có thể chia nhiều các bước, mỗi bước là một hoạt động nhằm một mục đích nhất định, một hoạt động có thể có nhiều thao tác.

Trần (2004) cho rằng tư duy thuật toán (Algorithmic Thinking) là một thành phần của tư duy toán học, nó gắn liền với khái niệm thuật toán, nó giúp cho HS thấy được nền tảng của việc tự động hóa, đặc tính hình thức, thuần túy máy móc của quá trình thực hiện các thuật toán, đó là cơ sở cho việc chuyển giao một số chức năng của con người cho máy thực hiện.

Nguyễn (2011) cho rằng Thuật giải theo nghĩa trực giác được hiểu như một dãy hữu hạn những chỉ dẫn thực hiện được theo một trình tự, kết thúc sau một số hữu hạn bước và đem lại kết quả là biến đổi thông tin vào (INPUT) của một lớp bài toán thành thông tin ra (OUTPUT) mô tả lời giải bài toán đó.

Quan niệm về thuật toán (thuật giải) của các nhà khoa học có thể có sự khác nhau về mặt ngôn ngữ biểu đạt, nhưng bản chất của chúng thống nhất với nhau, đều quan niệm rằng thuật toán (thuật giải) là một quy trình gồm các bước, với việc thực hiện theo các bước đó sẽ đi đến lời giải bài toán. Bởi vậy, trong luận văn này chúng tôi đồng nhất thuật ngữ "thuật toán" và "thuật giải".

Thuật toán có đặc điểm là một dãy hữu hạn các bước sắp xếp theo một trình tự nhất định. Mỗi bước là một thao tác sơ cấp, trường hợp đặc biệt của có thể là một thuật toán đã biết. Các bước rõ ràng, thao tác chính xác (trong cùng một điều kiện, hai bộ xử lí cùng thực hiện một thuật toán thì phải cho ra cùng một kết quả).

Như vậy thuật toán là một quy trình đặc biệt.

2.2. Những biểu hiện của tư duy thuật toán của học sinh trong dạy học chủ đề "Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân" (Toán 11)

Căn cứ vào các đặc trưng của tư duy thuật toán; căn cứ vào chương trình, nội dung và yêu cầu cần đạt của chủ đề dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân - Toán 11. Chúng tôi xác định các biểu hiện tư duy thuật toán của HS trong học tập chủ đề:

2.2.1. Học sinh thực hiện thành thạo các thao tác theo một trình tự xác định phù hợp với quy trình, thuật toán có sẵn trong chủ đề Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân, Toán 11

Đối với chủ đề dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân có nhiều dạng toán; Bài toán được giải quyết theo định nghĩa hoặc công thức sẵn có, HS thành thạo các quy tắc hay quy trình như: tìm số hạng thứ n của một cấp số cộng (cấp số nhân) khi biết số hạng đầu tiên và công sai (công bội) (dựa theo định nghĩa), dãy số tăng, dãy số giảm (dựa theo định nghĩa), tính tổng của n số hạng đầu tiên (dựa theo công thức);…

Ví dụ 1. Cho dãy số (U_n) là một cấp số cộng với $U_1 = 5, d = 3$. Xác định số hạng thứ 9 của CSC trên.

- Công thức số hạng tổng quát của CSC có số hạng đầu tiên là U_1 và công sai d: $U_n = U_1 + (n-1)d\ (n \geq 2)$

- HS biết thuật toán tìm số hạng thứ n của CSC: $U_n = U_{n-1} + d\ (n \geq 2)$

Bước 1: Xác định n, U_1; d

Bước 2: Thay vào công thức số hạng tổng quát

Bước 3: Kết luận

Bài toán được giải như sau:

$U_9 = U_1 + (9-1)d = 5 + 8.3 = 29$. Vậy $U_9 = 29$

2.2.2. Học sinh thực hiện được các thao tác tư duy là phân tích, tổng hợp để hình thành được các quy trình có tính chất thuật toán trong chủ đề Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân, Toán 11

Trong giải toán đối với những bài toán trong chủ đề này, cần phải rèn luyện cho HS phân chia được thành từng bước giải khi thực hiện giải một số bài toán của chủ đề như:

+ Tìm công sai, công bội: dựa vào định nghĩa cấp số nhân, cấp số cộng;

+ Tìm số hạng đầu tiên, số hạng thứ n: dựa vào công thức số hạng tổng quát;

+ Tìm tổng của n số hạng đầu tiên: dựa vào công thức tính tổng;

+ Xác định dãy số tăng, giảm, bị chặn trên, bị chặn dưới, bị chặn: dựa vào tính chất dãy số;

Ví dụ 2. Cho một CSN (U_n) với $U_2 = 4; U_5 = 32$. Tính tổng 10 số hạng đầu tiên của CSN trên.

Tìm hiểu bài toán

- Để giải bài toán tìm tổng n số hạng đầu tiên của CSN cần áp dụng công thức: $S_n = \dfrac{U_1\left(1-q^n\right)}{1-q}$
- Để tìm tổng của n số hạng đầu tiên của CSN thì cần xác định được U_1, n, q
- Dựa vào công thức số hạng tổng quát của CSN: $U_n = U_1.q^{n-1}\left(n \geq 2\right)$ để tìm được $U_1; q$.
- Thay U_1, n, q vào công thức tính tổng.
- Kết luận

2.2.3. Học sinh khái quát hoá một quá trình diễn ra trong một số đối tượng riêng lẻ thành quá trình diễn ra trên một lớp đối tượng

Từ một số bài tập, tổ chức cho HS tiến hành khái quát hóa, tương tự hóa để từ đó HS tự thiết lập ra quy trình giải các bài toán khác trong chủ đề.

Ví dụ 3: Một cấp số cộng có số hạng thứ 6 bằng 17 và số hạng thứ 3 bằng 8. Tìm số hạng thứ 50 của cấp số cộng này.

- Áp dụng công thức số hạng tổng quát của CSC: $U_n = U_1 + \left(n-1\right)d$
- Biểu diễn U_6, U_3 theo U_1, d
- Xác định U_1, d
- Vận dụng công thức $U_{50} = U_1 + \left(50-1\right)d$

Bài toán được giải như sau

$$\begin{cases} U_6 = U_1 + 5d \\ U_3 = U_1 + 2d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 + 5d = 17 \\ U_1 + 2d = 8 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 = 2 \\ d = 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow U_{50} = U_1 + 49d = 2 + 49.3 = 149$. Vậy $U_{50} = 149$

- Qua ví dụ trên, HS khái quát hoá một quá trình như sau:

+ Tìm số hạng thứ n của CSC khi biết số hạng đầu tiên và công sai của CSC đó: Áp dụng công thức số hạng tổng quát $U_n = U_1 + \left(n-1\right)d$.

+ Tìm số hạng thứ n của CSC khi biết 2 số hạng bất kì của CSC đó: Áp dụng công thức số hạng tổng quát, phân tích 2 số hạng đã biết theo U_1, d. Sau khi xác định được U_1, d thì thay vào công thức để tìm số hạng thứ n theo yêu cầu đề bài.

2.2.4. So sánh những thuật toán khác nhau cùng thực hiện một công việc và phát hiện thuật toán tối ưu

Trong giải toán đối với những bài toán trong chủ đề này, rèn luyện HS khả năng so sánh những thuật toán khác nhau cùng thực hiện một công việc và phát hiện thuật toán tối ưu, có thể bắt đầu từ việc rèn luyện cho HS ý thức "tiết kiệm" thao tác giải bài toán.

Ví dụ 4. Một cấp số cộng có số hạng thứ 6 bằng 17 và số hạng thứ 3 bằng 8. Tìm số hạng thứ 50 của cấp số cộng này.

Giải:

Cách 1: như ví dụ 3

Cách 2:

- Biểu diễn U_6 theo U_3, d
- Xét hiệu $U_6 - U_3$ để xác định d
- Vận dụng công thức tìm U_{50}

Bài toán được giải như sau:

$$U_6 = U_3 + 3d \Rightarrow U_6 - U_3 = U_3 + 3d - U_3$$

$$\Rightarrow 3d = 17 - 8 \Rightarrow d = 3 \Rightarrow U_{50} = U_6 + 44d = 17 + 44.3 = 149$$

Vậy $U_{50} = 149$.

- So sánh hai cách trên, chúng ta nhận thấy cách 1 ngắn gọn, dễ thực hiện, tổng quát và "tiết kiệm" thao tác hơn cách 2. Vậy cách 1 tối ưu hơn cách 2.

2.2.5. Học sinh xác định được các thuật toán ứng dụng vào giải quyết bài toán thực tiễn

Một trong những nội dung mới của chương trình GDPT 2018 là ứng dụng vào giải quyết các vấn đề thực tiện. Chủ đề Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân, toán 11 có rất nhiều bài toán thực tiễn: bài toán tài chính, bài toán vật lý, hóa học. Trong giải toán đối với những bài toán trong chủ đề này, rèn luyện HS khả năng giải các bài toán thực tiễn góp phần thực hiện mục tiêu của chương trình GDPT 2018 là điều cần thiết.

Ví dụ 5. Vào năm 2020, dân số một quốc gia là khoảng 97 triệu người và tốc độ tăng trưởng dân số là 0,91%. Nếu tốc độ tăng trưởng dân số này được giữ nguyên hằng năm, hãy ước tính dân số của quốc gia đó vào năm 2030.

Phân tích:

Dựa vào công thức tính tốc độ tăng trưởng dân số:

$$Tăng\,truong\,dân\,so = \frac{Dân\,so\,cuoi\,ki - Dân\,so\,đau\,ki}{Dân\,so\,đau\,ki}.100$$

Gọi U_1 là dân số năm 2020; U_2 là dân số năm 2021

Biểu diễn U_2 theo U_1; Xác định số dân vào các năm hình thành nên cấp số cộng hay cấp số nhân.

Áp dụng công thức số hạng tổng quát của CSC hay CSN để tính dân số quốc gia vào năm 2030: U_{11}

Bài toán được giải như sau:

Gọi U_1 là dân số năm 2020;

U_2 là dân số năm 2021

Áp dụng công thức tính tốc độ tăng trưởng dân số:

$$\frac{U_2 - U_1}{U_1}.100 = 0,91\% \Rightarrow U_2 - U_1 = 0,0091U_1 \Rightarrow U_2 = 1,0091U_1$$

Nhận thấy $\frac{U_2}{U_1} = 1,0091$

Nên dân số quốc gia qua các năm hình thành nên CSN có $U_1 = 97$ triệu, $q = 1,0091$

Dân số quốc gia năm 2030: $U_{11} = U_1.q^{10} = 97.1,0091^{10} = 106,1974$ (triệu người).

Như vậy, tư duy nói chung và tư duy thuật toán nói riêng chỉ có thể hình thành và phát triển trong các biểu hiện nói trên. Vì vậy, để phát triển tư duy thuật toán cho HS cần tổ chức tập luyện các biểu hiện này. Dạy học thuật toán và các quy tắc tựa thuật toán là những cơ hội thuận lợi tác động tích cực tới việc vừa làm cho HS nắm vững các tri thức và kĩ năng toán học, vừa giúp họ phát triển tư duy thuật toán, một yếu tố văn hoá quan trọng trong đời sống hiện nay.

2.3. Một số biện pháp phát triển tư duy thuật toán cho học sinh trong dạy học chủ đề "Dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân" (Toán 11)

2.3.1. Biện pháp 1: Tập luyện cho HS sử dụng thành thạo các thuật toán, các quy trình có tính thuật toán đã có trong chủ đề "Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân, Toán 11"

2.3.1.1. Mục đích của biện pháp

Nội dung của chủ đề: "Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân, Toán 11" sách kết nối tri thức với cuộc sống, có các dạng toán cơ bản có chứa thuật toán mà HS cần nắm vững, cụ thể:

- Xét tính tăng, giảm, bị chặn của một dãy số.
- Nhận biết cấp số cộng, cấp số nhân; tìm các yếu tố của một cấp số cộng, cấp số nhân.
- Tính tổng n số hạng đầu của cấp số cộng, cấp số nhân.

Biện pháp này giúp HS tìm các bước giải một bài toán trong chủ đề "Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân, Toán 11" có chứa thuật toán, chủ yếu là xác định dạng toán cơ bản của bài toán dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân, các bước giải toán và vận dụng linh hoạt vào giải toán.

2.3.1.2. Cách thức thực hiện

- GV lựa chọn các nội dung trong chủ đề chứa thuật toán có sẵn.
- GV hướng dẫn HS phát hiện các bài toán chứa thuật toán có sẵn.
- GV hướng dẫn HS vận dụng để giải bài toán tương tự.

Ví dụ 6. *Xét tính tăng, giảm của dãy số* (U_n) *biết* $U_n = -4n + 5$

* *Tóm tắt bài toán*:

- Giả thiết: Cho dãy số $\left(U_n\right)$ biết $U_n = -4n + 5$
- Kết luận: Dãy số $\left(U_n\right)$ là dãy số tăng hay giảm

* *Phân tích bài toán*:

- Nhận biết dãy số tăng, giảm:

Dãy số (U_n) được gọi là dãy số tăng nếu ta có $U_{n+1} > U_n$, $\forall n \in N^*$

Dãy số (U_n) được gọi là dãy số giảm nếu ta có $U_{n+1} < U_n$, $\forall n \in N^*$

- Tìm số hạng U_{n+1}

- So sánh U_{n+1} với U_n : $U_{n+1} - U_n > 0 \Rightarrow (U_n)$ là dãy số tăng

$U_{n+1} - U_n < 0 \Rightarrow (U_n)$ là dãy số giảm

* *Định hướng các bước giải bài toán*:

$$U_{n+1} = -4(n+1) + 5 = -4n - 4 + 5 = -4n + 1$$

$$U_{n+1} - U_n = (-4n+1) - (-4n+5) = -4 < 0$$

Vậy (U_n) là dãy số giảm.

* *Xây dựng quy trình giải*: **Quy trình xét tính tăng, giảm của dãy số (U_n)**

- Bước 1: Xác định U_n, U_{n+1}

- Bước 2: Tìm hiệu: $U_{n+1} - U_n$

- Bước 3: Kết luận

+ $U_{n+1} - U_n > 0 \Rightarrow (U_n)$ là dãy số tăng.

+$U_{n+1} - U_n < 0 \Rightarrow (U_n)$ là dãy số giảm.

Ví dụ 7. Quy trình chứng minh một dãy số là CSC:

GV hướng dẫn HS giải bài toán: Cho dãy số (U_n), có $U_n = 6n - 4$. Chứng minh $(\mathrm{U_n})$ là một CSC.

GV hướng dẫn HS:

* *Tóm tắt bài toán:*

- Giả thiết: Cho dãy số $(\mathrm{U_n})$ với

- Kết luận: Dãy số $(\mathrm{U_n})$ là một CSC

* *Phân tích bài toán:*

- Định nghĩa CSC: CSC là một dãy số (hữu hạn hay vô hạn), trong đó kể từ số hạng thứ hai, mỗi số hạng đều bằng số hạng đứng trước nó cộng với một số không đổi d. Số d được gọi là công sai của CSC.

- Từ định nghĩa trên nhận biết dãy số lập thành CSC: Để chứng minh $(\mathrm{U_n})$ là một CSC, hãy chứng minh hiệu hai số hạng liên tiếp $U_n - U_{n-1}$ không đổi.

- Xác định U_n, U_{n-1}

- Xét hiệu $U_n - U_{n-1}$

- Kết luận.

** Định hướng các bước giải bài toán:*

$$U_{n-1} = 6(n-1) - 4 = 6n - 10$$

$$U_n - U_{n-1} = 6n - 4 - (6n - 10) = 6, \quad \forall n \geq 2$$

Vậy (U_n) là một CSC

** Xây dựng quy trình giải*:

Quy trình chứng minh dãy số là một CSC

Để chứng minh dãy số (U_n) là một CSC, ta thực hiện các bước sau:

- Bước 1: Xác định
- Bước 2: Xét hiệu $U_n - U_{n-1}$
- Bước 3: Kết luận

Ví dụ 8. Quy trình tính tổng n số hạng đầu tiên của một CSC

GV hướng dẫn HS giải bài toán: Cho một CSC có số hạng đầu là $U_1 = 2; d = 3$ .Tính tổng 15 số hạng đầu tiên của CSC trên.

GV hướng dẫn HS:

** Tóm tắt bài toán:*

- Giả thiết: Cho một CSC có các số hạng đầu là $U_1 = 2; d = 3$
- Kết luận: Tính tổng 15 số hạng đầu tiên

** Phân tích bài toán:*

- Công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của CSC: $S_n = \frac{n}{2}\left[2U_1 + (n-1)d\right]$
- Để tính tổng n số hạng đầu tiên cần xác định được U_1, d, n
- Tính tổng n số hạng đầu tiên theo công thức

** Định hướng các bước giải bài toán:*

Số hạng đầu tiên: $U_1 = 2$

Công sai của CSC: $d = 3$

Tổng 15 số hạng đầu tiên của CSC:

$$S_{15} = \frac{15}{2}\left[2.2 + (15-1).3\right] = 345$$

Vậy $S_{15} = 345$

** Xây dựng quy trình giải*:

Quy trình tính tổng n số hạng đầu tiên của một CSC

- Bước 1: Xác định U_1, d

- Bước 2: Áp dụng công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của CSC: $S_n = \frac{n}{2}\left[2U_1 + (n-1)d\right]$.

- Bước 3: Kết luận.

2.3.2. Biện pháp 2: Hướng dẫn để HS phân tích bài toán theo một trình tự để vận dụng vào giải toán trên một lớp bài tập trong chủ đề

2.3.2.1. Mục đích của biện pháp

Mục đích của biện pháp là nhằm giúp HS từ những bài toán cụ thể về chủ đề Dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân, toán 11 có thể khái quát thành thuật toán vận dụng cho một lớp bài tập trong chủ đề

2.3.2.2. Cách thức thực hiện

GV lựa chọn các bài toán phù hợp

- Hướng dẫn HS phân tích giả thiết, tổng hợp và xác định các mối liên hệ trong bài toán để tìm ra các bước giải.

- Hướng dẫn HS phân tích kết luận, từ bài toán chưa quen thuộc thành bài toán quen thuộc, huy động kiến thức tổng hợp, gợi động cơ, xác định hướng đi và đích đến, biết nhận ra một số đặc điểm đặc biệt để có thể đưa bài toán về dạng toán đã biết thuật toán.

- Trong một số bài toán hướng dẫn HS phân tích đồng thời giả thiết và kết luận để tìm ra mối liên hệ giữa chúng, phát hiện đường lối giải.

Ví dụ 9. Một CSN có số hạng đầu bằng 5 và công bội bằng 2. Hỏi phải lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của CSN này để có tổng bằng 5115.

** Tóm tắt bài toán:*

- Giả thiết: Một CSN có số hạng đầu bằng 5 và công bội bằng 2

- Kết luận: phải lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của CSN này để có tổng bằng 5115

** Phân tích bài toán:*

- GV: Xác định công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của một CSN

- HS: $S_n = \frac{U_1\left(1-q^n\right)}{1-q}$

- GV: Để tính tổng n số hạng đầu tiên của một CSN cần xác định được những yếu tố nào ?

- HS: $U_1; n; q$

- GV: Đề bài đã cho yếu tố nào, cần tìm yếu tố nào ?

- HS: Đã cho $S_n; U_1; q$. Cần xác định n

- GV: Với các yếu tố đề bài cho, dựa vào công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của CSN, có tìm được n không ?

- HS: Ta tìm được n bằng các thế các dữ kiện đề bài cho vào công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của CSN và biến đổi thành phương trình với ẩn n. Giải phương trình sẽ tìm được giá trị n.

** Định hướng các bước giải bài toán:*

- Từ đề bài ta có:

$S_n = 5115; U_1 = 5; q = 2$

- Thay vào công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của CSN

$$\frac{U_1\left(1-q^n\right)}{1-q} = S_n \Rightarrow \frac{5\left(1-2^n\right)}{1-2} = 5115 \Rightarrow 2^n = 1024 = 2^{10} \Rightarrow n = 10$$

- Vậy, cần lấy tổng của 10 số hạng đầu của CSN để có tổng bằng 5115

** Khái quát hóa thành quy trình giải bài toán:*

- Bước 1: Xác định $U_1; q; S_n$

- Bước 2: Thay các yếu tố ở bước 1 vào công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của CSN: $S_n = \frac{U_1\left(1-q^n\right)}{1-q}$

- Bước 3: Giải phương trình ở bước 2 để tìm được n

- Bước 4: Kết luận.

Ví dụ 10. Số hạng thứ 10 của một CSC $\left(U_n\right)$ bằng 48 và số hạng thứ 18 bằng 88. Hỏi phải lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của CSC này để có tổng bằng 2265.

GV hướng dẫn HS:

** Tóm tắt bài toán*

- Giả thiết: Cho cấp số cộng $\left(U_n\right)$ có số hạng thứ 10 bằng 48, số hạng thứ 18 bằng 88.

- Kết luận: phải lấy tổng của bao nhiêu số hạng đầu của CSC này để có tổng bằng 2265

** Phân tích bài toán*

- GV: Nêu công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của CSC?

- HS: $S_n = \frac{n}{2}\left[2U_1 + \left(n-1\right)d\right]$

- GV: Căn cứ theo công thức tính tổng trên, đề bài đã cho yếu tố nào? Đề bài yêu cầu tìm gì?

- HS: Đề bài cho $S_n = 2265$; $U_{10} = 48; U_{18} = 88$. Đề bài yêu cầu tìm n

- GV: Trong công thức tính tổng ngoài S_n và n, còn cần yếu tố gì nữa?

- HS: Cần thêm $U_1; d$

- GV: Tìm $U_1; d$ dựa theo công thức nào khi đề bài đã cho $U_{10} = 48$; $U_{18} = 88$

- HS: Dựa vào công thức số hạng tổng quát của CSC: $U_n = U_1 + \left(n-1\right)d$

Sau khi tìm được $U_1; d$ cùng với dữ kiện đề bài cho là $S_n = 2265$ thay vào công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của CSC để tìm n.

** Định hướng các bước giải bài toán*

Theo đề bài ta có

$$\begin{cases} U_{10} = 48 \\ U_{18} = 88 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 + 9d = 48 \\ U_1 + 17d = 88 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 = 3 \\ d = 5 \end{cases}$$

Thay vào công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của CSC ta được:

$$S_n = \frac{n}{2}[2U_1 + (n-1)d \Rightarrow \frac{n}{2}\left[2.3 + (n-1)5\right] = 2265$$

$$\Rightarrow 6n + 5n^2 - 5n = 4530 \Rightarrow 5n^2 + n - 4530 = 0$$

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} n = 30 \\ n = -\dfrac{151}{5} \end{array}\right. \Rightarrow n = 30$$

Vậy phải lấy tổng của 30 số hạng đầu của cấp số cộng trên để có tổng bằng 2265.

** Khái quát hóa thành quy trình giải bài toán*

- Bước 1: Dựa vào công thức số hạng tổng quát, tìm $U_1; d$

- Bước 2: Thay $S_n; U_1; d$ vào công thức tính tổng n số hạng đầu tiên để tìm n

- Bước 3: Kết luận.

2.3.3. Biện pháp 3: Rèn luyện cho học sinh phát hiện quy trình tối ưu trong giải toán để giải quyết một bài tập trong chủ đề "Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân, toán 11"

2.3.3.1. Mục đích của biện pháp

Việc tập cho HS biết nhìn nhận bài toán dưới nhiều góc độ khác nhau, tìm nhiều cách giải cho một bài toán, từ đó phân tích và tìm được cách giải hay nhất hay thuật toán tối ưu nhất.

Biện pháp này nhằm rèn luyện hoạt động so sánh những thuật toán khác nhau cùng thực hiện một công việc và phát hiện thuật toán tối ưu của tư duy thuật toán, giúp HS hứng thú hơn trong quá trình học toán cũng như tiết kiệm thao tác, tiết kiệm thời gian hơn trong giải toán.

2.3.3.2. Cách thức thực hiện

- GV lựa chọn một số bài toán có nhiều quy trình giải.

- GV hướng dẫn HS tìm ra các quy trình giải, lựa chọn quy trình giải tối ưu cho bài toán. Sau đó trình bày lời giải theo quy trình đã chọn, có thể cho HS trình bày bài toán theo các quy trình đã tìm được để HS có sự nhìn nhận rõ ràng hơn.

Ví dụ 11. Một cấp số cộng có số hạng thứ 7 bằng (-13), số hạng thứ 10 bằng (-22). Tìm tổng 40 số hạng đầu tiên của CSC trên.

GV hướng dẫn HS:

** Tóm tắt bài toán:*

- Giả thiết: Một cấp số cộng có số hạng thứ 7 bằng (-13), số hạng thứ 10 bằng (-22)

- Kết luận: Tìm tổng 40 số hạng đầu tiên của CSC trên.

** Phân tích bài toán:*

- Bước 1:

Công thức tính tổng n số hạng đầu tiên của một CSC:

$$S_n = \frac{n}{2}\left[2U_1 + (n-1)d\right]$$

$$S_n = \frac{n\left(U_1 + U_n\right)}{2}$$

- Bước 2:

* Hướng phân tích 1: Dựa vào công thức số 1, cần xác định được $n;U_1;d$.

* Hướng phân tích 2: Dựa vào công thức số 2, cần xác định $n,U_1;U_n$

- Bước 3:

* Dựa vào hướng phân tích 1, GV hướng dẫn HS đưa ra quy trình tính tổng n số hạng đầu tiên của một CSC như sau:

Quy trình 1

- Bước 1. Biểu diễn $U_7;U_{10}$ theo $U_1;d$
- Bước 2. Giải hệ phương trình tìm $U_1;d$.
- Bước 3: Thay vào công thức 1
- Bước 3. Kết luận

* Dựa vào hướng phân tích 2, GV hướng dẫn HS đưa ra quy trình trình tính tổng n số hạng đầu tiên của một CSC như sau:

Quy trình 2

- Bước 1. Biểu diễn $U_7;U_{10}$ theo $U_1;d$
- Bước 2. Tìm $U_1;d$
- Bước 3. Tìm U_{40}
- Bước 4. Thay vào công thức 2
- Bước 5. Kết luận.

** Lời giải bài toán:*

Quy trình 1:

Theo đề bài ta có: $\begin{cases} U_7 = -13 \\ U_{10} = -22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 + 6d = -13 \\ U_1 + 9d = -22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 = 5 \\ d = -3 \end{cases}$

$$\Rightarrow S_{40} = \frac{40}{2}\left[2.5 + \left(40-1\right)\left(-3\right)\right] = -2140$$

Vậy $S_{40} = -2140$

Quy trình 2:

Theo đề bài ta có: $\begin{cases} U_7 = -13 \\ U_{10} = -22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 + 6d = -13 \\ U_1 + 9d = -22 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} U_1 = 5 \\ d = -3 \end{cases}$

$$\Rightarrow U_{40} = U_1 + \left(40-1\right)d = 5 + 39.\left(-3\right) = -112$$

$$\Rightarrow S_{40} = \frac{n(U_1 + U_n)}{2} = \frac{40[5 + (-112)]}{2} = -2140$$

Vậy $S_{40} = -2140$

** Kết luận:*

- Với hai quy trình 1 và quy trình 2, đa số HS sẽ chọn quy trình 1 vì tiết kiệm thao tác hơn.

- Từ đó có thể kết luận quy trình 1 tối ưu hơn.

2.3.4. Biện pháp 4: Rèn luyện cho học sinh giải quyết một số bài tập trong chủ đề dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân, toán 11 với phần mềm lập trình Python

2.3.4.1. Mục đích của biện pháp

Giúp hình thành tốt ở HS năng lực TDTT, đáp ứng tốt yêu cầu, mục tiêu của chương trình GDPT 2018.

2.3.4.2. Cách thức thực hiện

- GV lựa chọn một số bài toán.

- GV hướng dẫn HS viết code giải toán với phần mềm lập trình Python.

- Từ code áp dụng cho một bài toán, phát triển lên thành code cho một lớp bài toán tương tự.

Ví dụ 12. Một cấp số cộng có số hạng thứ 5 bằng 12, số hạng thứ 9 bằng 20. Tìm số hạng thứ 30 của CSC trên.

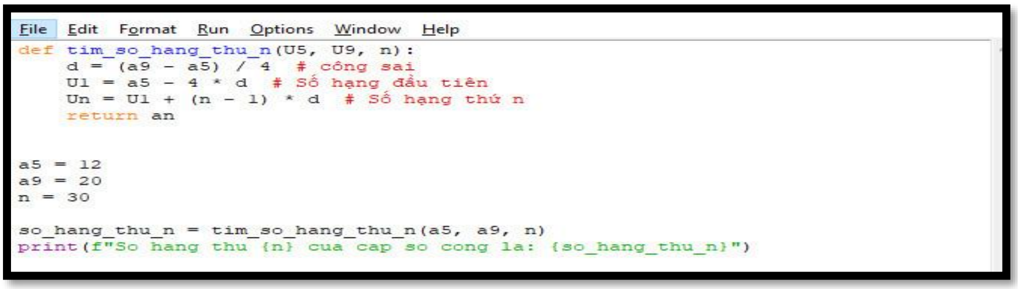
GV hướng dẫn HS:

** Tóm tắt bài toán:*

- Giả thiết: Một cấp số cộng có số hạng thứ 5 bằng 12, số hạng thứ 9 bằng 20

- Kết luận: Tìm số hạng thứ 30

** Phân tích bài toán:* Dựa vào quy trình đã xác định ở biện pháp 1 để viết code cho phần mềm lập trình Python:

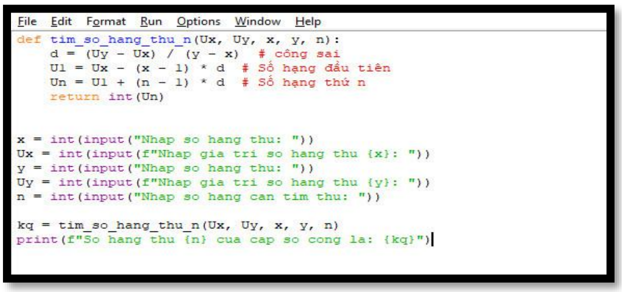


```
File  Edit  Format  Run  Options  Window  Help
def tim_so_hang_thu_n(U5, U9, n):
    d = (a9 - a5) / 4  # công sai
    U1 = a5 - 4 * d  # Số hạng đầu tiên
    Un = U1 + (n - 1) * d  # Số hạng thứ n
    return an


a5 = 12
a9 = 20
n = 30

so_hang_thu_n = tim_so_hang_thu_n(a5, a9, n)
print(f"So hang thu {n} cua cap so cong la: {so_hang_thu_n}")
```

Sau khi viết xong code, nhấn Run hoặc F5 để nhận được kết quả bài toán.



```
File  Edit  Format  Run  Options  Window  Help
def tim_so_hang_thu_n(Ux, Uy, x, y, n):
    d = (Uy - Ux) / (y - x)  # công sai
    U1 = Ux - (x - 1) * d  # Số hạng đầu tiên
    Un = U1 + (n - 1) * d  # Số hạng thứ n
    return int(Un)


x = int(input("Nhap so hang thu: "))
Ux = int(input(f"Nhap gia tri so hang thu {x}: "))
y = int(input("Nhap so hang thu: "))
Uy = int(input(f"Nhap gia tri so hang thu {y}: "))
n = int(input("Nhap so hang can tim thu: "))

kq = tim_so_hang_thu_n(Ux, Uy, x, y, n)
print(f"So hang thu {n} cua cap so cong la: {kq}")
```

Từ code phần mềm lập trình Python áp dụng cho một bài toán cụ thể, hướng dẫn HS viết code áp dụng cho một lớp bài toán tương tự: cho 2 số hạng bất kỳ của CSC, yêu cầu tìm số hạng thứ n của CSC đó.

2.3.5. Biện pháp 5: Hướng dẫn HS áp dụng thuật toán trong chủ đề giải các bài toán thực tiễn

2.3.5.1. Mục đích của biện pháp

Chủ đề dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân, toán 11 có nhiều bài toán liên hệ thực tiễn: bài toán về dân số, bài toán về lãi kép, bài toán sinh học, bài toán áp dụng vào thiết kế xây dựng,…

Hướng dẫn HS áp dụng các quy trình thuật toán, quy trình tựa thuật toán trong chủ đề vào thực tiễn, giúp HS giải quyết được các vấn đề liên quan đến thực tế, từ đó tăng hứng thú học tập cho học sinh, đáp ứng chương trình GDPT 2018.

2.3.5.2. Cách thức thực hiện

- GV lựa chọn một số bài toán thực tiễn trong chủ đề.

- GV hướng dẫn cho HS giải quyết các bài toán thực tiễn trên.

- Rèn luyện thuật toán để giải quyết các bài toán thực tiễn.

Ví dụ 13. Bài toán tài chính:

Ông An gửi tiết kiệm 100 triệu đồng kì hạn 1 tháng với lãi suất 6% một năm theo hình thức lãi kép. Tính số tiền ông An nhận được sau 1 năm.

GV hướng dẫn HS:

** Tóm tắt bài toán*

- Giả thiết: Ông An gửi tiết kiệm 100 triệu đồng kì hạn 1 tháng với lãi suất 6% một năm theo hình thức lãi kép.

- Kết luận: Tính số tiền ông An nhận được sau 1 năm.

** Phân tích bài toán*

- Hình thức lãi kép: Số tiền lãi sau khi nhận được sẽ cộng vào số tiền gốc bỏ ra ban đầu để tiếp tục một chu kỳ đầu tư mới.

** Định hướng các bước giải bài toán*

Số tiền lãi ông An nhận được sau tháng thứ nhất: $100.\frac{0,06}{12}$

Tổng số tiền sau tháng thứ nhất (dùng để tính lãi cho tháng thứ hai): $100+100.\frac{0,06}{12}=100\left(1+\frac{0,06}{12}\right)$

Số tiền lãi sau tháng thứ hai: $100\left(1+\frac{0,06}{12}\right).\frac{0,06}{12}$

Tổng số tiền sau tháng hai (dùng để tính lãi cho tháng thứ ba):

$$100\left(1+\frac{0,06}{12}\right)+100\left(1+\frac{0,06}{12}\right).\frac{0,06}{12}=100\left(1+\frac{0,06}{2}\right)\left(1+\frac{0,06}{12}\right)=100\left(1+\frac{0,06}{12}\right)^2$$

Số tiền lãi sau tháng thứ ba: $100\left(1+\frac{0,06}{12}\right)^2.\frac{0,06}{12}$

Tổng số tiền sau tháng ba (dùng để tính lãi cho tháng thứ ba):

$$100\left(1+\frac{0,06}{12}\right)^2+100\left(1+\frac{0,06}{12}\right)^2.\frac{0,06}{12}=100\left(1+\frac{0,06}{12}\right)^2\left(1+\frac{0,06}{12}\right)=100\left(1+\frac{0,06}{12}\right)^3$$

Tương tự ta có số tiền ông An nhận được sau 1 năm:

$$100\left(1+\frac{0,06}{12}\right)^{12}=106,1677812 \text{ (triệu đồng).}$$

Vậy số tiền ông An nhận được sau khi gửi tiết kiệm 1 năm là: 106,1677812 triệu đồng.

3. Kết luận

Bài viết đã đề xuất 5 biện pháp nhằm phát triển tư duy thuật toán cho HS trong dạy học chủ đề "Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân, toán 11". Các biện pháp được xây dựng tương đối đầy đủ, đáp ứng yêu cầu lý luận đề ra, phù hợp với yêu cầu đổi mới giáo dục của Bộ GD-ĐT. Đồng thời, chúng tôi cũng đưa ra các ví dụ theo từng biện pháp để phân tích, minh họa và làm sáng tỏ nội dung từng biện pháp được đề xuất để phát triển tư duy thuật toán cho HS, nhất là kiến thức về dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân, toán 11.

Để mang lại hiệu quả cao trong việc phát triển tư duy thuật toán cho HS, GV phải có kỹ năng sư phạm tốt, áp dụng PPDH phù hợp, tạo hứng thú học tập cho HS. Từ đó, HS chủ động hơn, say mê hơn trong học tập và có khả năng vận dụng những kiến thức đã học để giải quyết những tình huống thực tiễn; nhằm nâng cao chất lượng dạy và học ở trường phổ thông cũng như đáp ứng mục tiêu giáo dục của chương trình GDPT 2018.

Tài liệu tham khảo

Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018a). *Chương trình giáo dục phổ thông– chương trình tổng thể.* Hà Nội. NXB Giáo dục Việt Nam.

Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018b). *Chương trình giáo dục phổ thông môn toán.* Hà Nội. NXB Giáo dục Việt Nam.

Bùi, V. N. (2008). *Giáo trình phương pháp dạy học những nội dung cụ thể*. Hà Nội. NXB Đại học Sư phạm.

Hà, H. K., Cung, T. A., Trần, V. T., Đặng, H. T., Hạ, V. A., Trần, M. C., Phan, T. H. D., Nguyễn, Đ. Đ., Phạm, H. H., Đặng, Đ. H., Phan, T. H., Nguyễn, T. K. S., Dương, A. T., & Nguyễn, C. G. V., (2023). *Toán 11 – Tập 1. Bộ sách kết nối tri thức với cuộc sống*. Hà Nội. NXB Giáo dục Việt Nam.

Hà, H. K., Cung, T. A., Trần, V. T., Đặng, H. T., Hạ, V. A., Trần, M. C., Phan, T. H. D., Nguyễn, Đ. Đ., Phạm, H. H., Đặng, Đ. H., Phan, T. H., Nguyễn, T. K. S., Dương, A. T., & Nguyễn, C. G. V. (2023). *Sách giáo viên Toán 11 - Kết nối tri thức với cuộc sống*. Hà Nội. NXB Giáo dục Việt Nam.

Nguyễn, B. K. (2011). *Phương pháp dạy học toán*. Hà Nội. NXB Đại học Sư phạm.

Nguyễn, Q. U., Nguyễn, V. L., & Đinh, V. V. (2007). *Giáo trình Tâm lí học đại cương*. Hà Nội. NXB ĐHSP Hà Nội.

Nguyễn, V. L. (1995). *Tư duy và hoạt động Toán học. Tài liệu dành cho học viên cao học chuyên ngành Lý luận và Phương pháp dạy học Toán*. Nghệ An. Đại học Vinh.

Phạm, M. H., Trần, T. T., & Nguyễn, Q. U. (1992). *Tâm lý học*. Hà Nội. NXB Giáo dục.

Trần, V. (2004). *Một số xu hướng mới trong dạy học toán bậc trung học phổ thông*. Hà Nội. NXB Giáo dục.