RÈN LUYỆN TƯ DUY PHÂN TÍCH CHO HỌC SINH LỚP 12 THÔNG QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ "PHƯƠNG PHÁP TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN"

Nguyễn Dương Hoàng[1] và Phạm Thị Thắm[2*]

[1]Khoa Sư phạm Toán – Tin, Trường Sư phạm, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam

[2]Học viên cao học, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam

[*]Tác giả liên hệ: Phạm Thị Thắm, Email: phamthamnsl@gmail.com

Lịch sử bài báo

Ngày nhận: 04/11/2024; Ngày nhận chỉnh sửa: 30/11/2024; Ngày duyệt đăng: 03/12/2024

Tóm tắt

Bài viết trình bày các đặc trưng của tư duy phân tích trong dạy học Toán. Từ việc nghiên cứu các tài liệu về tư duy, tư duy phân tích và thực tế giảng dạy môn Toán tại trường phổ thông, chúng tôi đề xuất một số biện pháp góp phần rèn luyện tư duy phân tích cho học sinh lớp 12 thông qua dạy học chủ đề "Phương pháp tọa độ trong không gian".

Từ khóa: *Tọa độ không gian, Toán 12, tư duy, tư duy phân tích.*

TRAINING ANALYTICAL THINKING FOR 12TH GRADERS THROUGH THE TOPIC OF "THE METHOD OF COORDINATES IN SPACE"

Nguyễn Dương Hoàng[1] and Nguyễn Thị Thắm[2*]

[1]Faculty of Mathematics – Informatics Teacher Education, School of Education,

Dong Thap University, Vietnam

[2]Post – graduate student, Dong Thap University, Vietnam

Corresponding author: Pham Thi Tham, Email: phamthamnsl@gmail.com

Article history

Received: 04/11/2024; Received in revised form: 30/11/2024; Accepted: 03/12/2024

Abstract

The article presents the characteristics of analytical thinking in teaching Mathematics. From studying documents on thinking, analytical thinking and the reality of teaching Math in high schools, we proposes some measures to contribute to training analytical thinking for 12th grade students through teaching the topic "The method of coordinates in space".

Keywords: *Analytical thinking, Math 12, spatial coordinates, thinking.*

DOI: https://doi.org/10.52714/dthu.13.02S.2024.1387

Trích dẫn: Nguyễn, D. H., & Nguyễn, T. T. (2024). Rèn luyện tư duy phân tích cho học sinh lớp 12 thông qua dạy học chủ đề "Phương pháp tọa độ trong không gian". *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp, 13*(02S), 284-296. https://doi.org/10.52714/dthu.13.02S.2024.1387.

Copyright © 2024 The author(s). This work is licensed under a CC BY-NC 4.0 License.

1. Đặt vấn đề

Mục tiêu quan trọng của Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018a) là phát triển ở học sinh (HS) phẩm chất và năng lực, theo Chương trình giáo dục môn Toán (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018b), Trong các năng lực toán học cần hình thành cho HS có năng lực "*Tư duy và lập luận toán học*". Đây là dạng năng lực rất đặc trưng của năng lực toán học. Muốn phát triển năng lực tư duy toán học, HS cần được rèn luyện các thao tác tư duy toán học cũng như tư duy phân tích. Bởi vì, thế giới hiện đại ngày nay, đòi hỏi mỗi chúng ta khả năng suy nghĩ, ứng biến nhanh và chính xác để có thể giải quyết vấn đề hiệu quả. Có thể thấy, tư duy phân tích có vai trò quan trọng ở mọi giai đoạn trong cuộc đời mỗi con người.

Tư duy phân tích không chỉ dừng lại ở việc tìm ra câu trả lời cho một bài toán cụ thể. Nó còn là việc xâm nhập sâu vào cấu trúc và ý nghĩa của những dạng biểu diễn toán học, từ đó mở ra cánh cửa cho sự hiểu biết sâu sắc hơn về toán học và vũ trụ toán học rộng lớn hơn. Tư duy phân tích là sự kì công, sự cống hiến và niềm đam mê vô tận trong việc khám phá sự tinh tế và vẻ đẹp ẩn sau những con số và kí hiệu toán học.

"Phương pháp tọa độ trong không gian" là một chủ đề quan trọng trong toán học và các lĩnh vực khoa học khác, đặc biệt là vật lý và địa lí, cũng như trong thực tiễn cuộc sống. Việc sử dụng hệ tọa độ giúp chúng ta mô tả và hiểu các vị trí, hình dạng và tư duy không gian một cách hiệu quả.

Vấn đề đặt ra là làm thế nào để đạt được các yêu cầu trên. Bài viết đề cập đến một số biện pháp nhằm góp phần rèn luyện tư duy phân tích cho HS lớp 12 thông qua dạy học chủ đề "Phương pháp tọa độ trong không gian".

2. Phương pháp nghiên cứu

Dựa trên phân tích tài liệu liên quan đến tư duy phân tích, nội dung toán 12; từ các nghiên cứu thực tiễn về phát triển kĩ năng phân tích trong tư duy toán học ở trường trung học phổ thông (THPT) để đề xuất các biện pháp.

3. Kết quả nghiên cứu

3.1. Tư duy phân tích

3.1.1. Quan niệm về tư duy phân tích

Tác giả Chu (2015) cho rằng: *"Tư duy phân tích là tư duy về một đối tượng, các thành phần tham gia vào đối tượng, các mối liên kết, quan hệ giữa các đối tượng, xác định các đặc điểm, tính chất, đặc trưng, vai trò của đối tượng trong mối quan hệ với các đối tượng khác".*

Theo Nguyen (1995): *"Tư duy phân tích đặc trưng bởi các giai đoạn rành mạch của lập luận và suy nghĩ, tư duy như vậy thường được thực hiện nhờ nắm đầy đủ nội dung và các thao tác tạo nên; Tư duy phân tích liên hệ chặt chẽ với thao tác tư duy là thao tác phân tích"*.

Như vậy có thể hiểu tư duy phân tích là một thành phần của tư duy trừu tượng trong toán học; thể hiện sự suy nghĩ về các thành phần, mối liên hệ, quan hệ của các thành phần trong một đối tượng toán học, cũng như mối liên hệ giữa đối tượng toán học này với đối tượng toán học khác; gắn liền với thao tác tư duy là thao tác phân tích.

3.1.2. Sự cần thiết rèn luyện tư duy phân tích trong dạy học Toán

Từ mối liên hệ của tư duy phân tích với việc phát triển năng lực tư duy, việc rèn luyện tư duy phân tích trong dạy học Toán cho HS là rất cần thiết vì những lí do sau:

- Trong dạy học khái niệm, HS phân tích xác định được các thành phần cơ bản: tính chất, đặc điểm, quy luật,… của khái niệm; điều tra các mối quan hệ và thuộc tính của các thành phần đó. Từ đó HS phân loại khái niệm và nắm được mối quan hệ giữa một khái niệm với các khái niệm

khác trong cùng một hệ thống. Phân tích kết quả thu được và đưa ra các kết luận hoặc ứng dụng của khái niệm trong việc giải quyết các bài toán và tình huống thực tế.

- Trong dạy học định lí, HS phân tích để hiểu rõ cấu trúc của định lí, nhận dạng định lí, thể hiện định lí, đồng thời hiểu rõ mối quan hệ của định lí với các định lí khác trong hệ thống và áp dụng định lí vào giải quyết bài toán.

- Trong dạy học giải bài tập, HS phân tích để hiểu bài toán cho gì, yêu cầu làm gì, từ đó tìm cách giải bài toán. Đồng thời, phân tích để phát hiện sai lầm trong cách giải bài toán. Ngoài ra, phân tích để tìm mối liên hệ với thực tiễn và áp dụng giải các bài toán thực tiễn.

Như vậy, trong dạy học môn Toán ở phổ thông, việc rèn luyện tư duy phân tích không chỉ là mục tiêu mà còn là phương tiện quan trọng thúc đẩy quá trình dạy học toán.

3.2. Biểu hiện của tư duy phân tích trong dạy học chủ đề "Phương pháp tọa độ trong không gian"

3.2.1. Nội dung chủ đề "Phương pháp tọa độ trong không gian" - Toán 12

Chủ đề "Phương pháp tọa độ trong không gian" đều được đề cập ở cả ba bộ sách: Chân trời sáng tạo (Trần & cs., 2024), Kết nối tri thức với cuộc sống (Hà & cs., 2024), Cánh diều (Đỗ & cs., 2024). Riêng bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống gồm các nội dung:

- Toạ độ của vectơ đối với một hệ trục toạ độ. Biểu thức toạ độ của các phép toán vectơ.
- Phương trình mặt phẳng.
- Phương trình đường thẳng.
- Phương trình mặt cầu.

Đây là những kiến thức có tính kết nối giữa hình học không gian với tọa độ không gian; có sự kế thừa, phát triển từ phương pháp tọa độ trong mặt phẳng mà HS đã được học ở môn Toán lớp 10, cũng như kiến thức hình học không gian thuần túy ở môn Toán lớp 11. Do đó có nhiều cơ hội để rèn luyện tư duy phân tích cho HS.

3.2.2. Biểu hiện của tư duy phân tích của học sinh trong dạy học chủ đề "Phương pháp tọa độ trong không gian" - Toán 12

Căn cứ vào đặc trưng của tư duy phân tích, quá trình nhận thức của tư duy phân tích và căn cứ vào quá trình thực tế giảng dạy chủ đề "Phương pháp tọa độ trong không gian" - Toán 12. Dựa trên kết quả nghiên cứu của Tran (1998), Pham (2020), Nguyen (2021); Chúng tôi xác định biểu hiện của tư duy phân tích của HS trong dạy học chủ đề "Phương pháp tọa độ trong không gian" - Toán 12 như sau.

a) Phát hiện được dấu hiệu bản bản chất của khái niệm; mối liên hệ giữa các khái niệm, hệ thống hóa khái niệm

Trong dạy học khái niệm, HS phát hiện và hiểu rõ các dấu hiệu bản chất của từng khái niệm. Điều này có nghĩa là HS không chỉ hiểu được đặc điểm nổi bật của khái niệm mà còn nhận biết được những yếu tố quan trọng giúp phân biệt chúng với khái niệm khác.

Bên cạnh đó, khi phân tích khái niệm HS cũng nhận thức được mối liên hệ giữa các khái niệm, tức là hiểu được cách mà các khái niệm liên quan và ảnh hưởng lẫn nhau trong hệ thống kiến thức. Từ đó HS xây dựng một hệ thống kiến thức logic, có cấu trúc rõ ràng, dễ dàng áp dụng khái niệm trong việc giải quyết bài toán cụ thể. Việc hệ thống hóa khái niệm cũng là một biểu hiện quan trọng của tư duy phân tích, thể hiện qua việc tổ chức kiến thức theo một trật tự hợp lí, ghi nhớ và vận dụng hiệu quả.

b) Phân tích tìm đường lối chứng minh định lí; thực hiện tương đối thành thạo phân tích một chứng minh

Theo Le (2016), Khi thực hiện hoạt động tìm kiếm đường lối chứng minh, HS sử dụng được các lược đồ suy luận.

Phân tích đi lên, đi xuống.

Sơ đồ phân tích đi lên: $A \leftarrow A_1 \leftarrow A_2 ... \leftarrow A_n$. Trong đó A là điều cần chứng minh, A_n là tiền đề, A_n đúng thì A đúng.

Theo sơ đồ này để chứng minh A, HS phải chứng minh A_1, để chứng minh A_1 phải chứng minh A_2 ….; để chứng minh A_{n-1} phải chứng minh A_n, A_n là mệnh đề đúng.

Sơ đồ phân tích đi xuống: $A \rightarrow A_1 \rightarrow A_2 ... \rightarrow A_n$. Trong đó A là điều cần chứng minh, A_n sai thì A sai.

Sơ đồ phân tích đi xuống giúp phát hiện mệnh đề cần chứng minh là sai.

Theo Lê.(2016), khi phân tích một chứng minh cần xác định rõ:

- Tiền đề: Điều kiện đầu vào (tiên đề, giả thiết, các kết luận của bước trước đó).

- Luận cứ: Quy tắc thay thế (định nghĩa, định lí, tính chất,…).

- Luận đề: Điều phải chứng minh.

- Luận chứng: Quy tắc suy luận.

Như vậy, khi phân tích một chứng minh thường làm rõ ba thành phần: Tiền đề, luận đề, luận cứ (luận chứng ngầm ẩn).

c) Phân tích, xác định được phương pháp giải bài toán tọa độ trong không gian – Toán 12

Để giải một bài toán HS phân tích để:

- Xác định các yếu tố như điều kiện, thông tin đã cho và điều cần tìm của bài toán.

- Phân tích bài toán thành các phần nhỏ hơn và đặt ra các câu hỏi liên quan. Xác định mối liên hệ giữa yếu tố đã cho và yếu tố cần tìm.

- Dựa vào thông tin đã cho và câu hỏi được đặt ra, xác định phương pháp giải quyết phù hợp nhất cho bài toán. Áp dụng phương pháp đã chọn để giải bài toán.

- Kiểm tra lại kết quả đã thu được để đảm bảo tính chính xác và logic. Nếu cần, hãy thử lại phương pháp giải quyết hoặc xem xét các phương pháp khác để tìm ra giải pháp tốt nhất.

d) Phát hiện được sai lầm khi dạy học khái niệm, định lí, bài tập trong chủ đề "Phương pháp tọa độ trong không gian"- Toán 12

Những sai lầm của HS trong dạy học chủ đề liên quan đến kiến thức, suy luận, lập luận, tính toán, vẽ hình,… chẳng hạn:

- Sai lầm về kiến thức khi học khái niệm tọa độ điểm, nhầm lẫn tọa độ điểm A là tọa độ vectơ $\overrightarrow{AO}$.

- Khi học định lí: Khi chứng minh $\vec{a}.\vec{b} = a_1.b_1 + a_2.b_2 + a_3.b_3$ với $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3)$ *và* $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3)$. HS có thể sai lầm khi sử dụng luận cứ như: $\vec{a} = (a_1; a_2; a_3) = a_1\vec{j} + a_2\vec{i} + a_3\vec{k}$, $\vec{b} = (b_1; b_2; b_3) = b_1\vec{j} + b_2\vec{i} + b_3\vec{k}$, dẫn đến sai lầm trong các phép biến đổi phía sau.

- Khi giải bài tập: HS có thể gặp sai lầm trong áp dụng công thức, chẳng hạn: áp dụng công thức tính góc giữa hai vectơ vào tính góc giữa hai mặt phẳng, thay nhầm tọa độ điểm vào tọa độ vectơ trong phương trình tham số của đường thẳng,…

Việc phát hiện sai lầm thể hiện hoạt động phân tích trong hoạt động nhận thức của tư duy phân tích (theo Marzano 2000).

e) Phân tích mối liên hệ giữa kiến thức phương pháp tọa độ trong không gian với thực tiễn, vận dụng vào thực tiễn

Kiến thức về phương pháp tọa độ trong không gian không chỉ là một phần quan trọng của chương trình học mà còn là công cụ hữu ích và cần thiết trong nhiều lĩnh vực thực tiễn. Từ lĩnh vực kĩ thuật, khoa học tự nhiên đến ứng dụng trong cuộc sống hàng ngày; việc hiểu và áp dụng kiến thức này mang lại nhiều lợi ích đáng kể. Do đó, để giải được những bài toán thực tiễn bằng kiến thức phương pháp tọa độ trong không gian đòi hỏi học HS có khả năng phân tích tìm ra mối liên hệ giữa kiến thức với thực tiễn, từ đó tìm ra cách giải bài toán.

3.2.3. Đánh giá tư duy phân tích của học sinh

Căn cứ vào các đặc trưng của tư duy phân tích; các biểu hiện của tư duy phân tích của HS trong học tập chủ đề "Phương pháp tọa độ trong không gian"; dựa trên quy trình đánh giá năng lực của chương trình toán 2018. Chúng tôi đề xuất thang đánh giá tư duy phân tích của HS như sau:

Nội dung	**Tiêu chí đánh giá**	**Mức độ**			
		Mức 0	**Mức 1**	**Mức 2**	**Mức 3**
Xác định các thành phần tham gia trong đối tượng phân tích (khái niệm, định lý, bài tập).	Xác định các thành phần tham gia trong đối tượng phân tích (khái niệm, định lý, bài tập).	HS không xác định được các thành phần tham gia trong đối tượng phân tích.	HS xác định được một số thành phần nhưng chưa đầy đủ trong đối tượng phân tích.	HS xác định tương đối đầy đủ các thành phần tham gia trong đối tượng phân tích.	HS xác định được đầy đủ các thành phần tham gia tham gia trong đối tượng phân tích.
Xác định mối liên hệ giữa các thành phần tham gia trong đối tượng phân tích.	Xác định mối liên hệ giữa các thành phần tham gia trong đối tượng phân tích.	HS không xác định được mối liên hệ giữa các thành phần tham gia trong đối tượng phân tích.	HS xác định mối liên hệ nhưng chưa đầy đủ trong đối tượng phân tích.	HS xác định mối liên hệ tương đối đầy đủ trong đối tượng phân tích.	HS xác định đầy đủ mối liên hệ giữa các thành phần tham gia trong đối tượng phân tích.
Xác định được các đặc trưng, vai trò của các thành phần	Xác định được các đặc trưng, vai trò của các thành phần	HS không xác định được các đặc trưng, vai trò của các thành phần	HS xác định được các đặc trưng, vai trò của các thành phần tham gia đối	HS xác định được các đặc trưng, vai trò của các thành phần tham gia đối	HS xác định được đầy đủ các đặc trưng, vai trò của các thành phần

tham gia đối tượng.	tham gia đối tượng.	tham gia đối tượng.	tượng nhưng chưa đầy đủ.	tượng nhưng tương đối đầy đủ.	tham gia đối tượng.
Chọn và sử dụng đúng các công cụ toán học để giải quyết vấn đề.	Chọn và sử dụng đúng các công cụ toán học để giải quyết vấn đề.	HS không chọn và sử dụng đúng các công cụ toán học để giải quyết vấn đề.	HS chọn và sử dụng đúng các công cụ toán học để giải quyết vấn đề dựa vào hướng dẫn của GV.	HS chọn và sử dụng đúng các công cụ toán học để giải quyết vấn đề dựa vào gợi ý của GV.	HS tự chọn và sử dụng đúng các công cụ toán học để giải quyết vấn đề.
Kiểm tra lại cách giải, xem xét tính hợp lý của kết quả.	Kiểm tra lại cách giải, xem xét tính hợp lý của kết quả.	HS không kiểm tra lại cách giải, xem xét tính hợp lý của kết quả.	HS kiểm tra lại cách giải, xem xét tính hợp lý của kết quả dựa vào hướng dẫn của GV.	HS kiểm tra lại cách giải, xem xét tính hợp lý của kết quả dựa vào gợi ý của GV.	HS tự kiểm tra lại cách giải, xem xét tính hợp lý của kết quả.
Xây dựng các bài toán khái quát từ bài toán đã cho.	Xây dựng các bài toán khái quát từ bài toán đã cho.	HS không xây dựng các bài toán khái quát từ bài toán đã cho.	HS xây dựng các bài toán khái quát từ bài toán đã cho dựa vào hướng dẫn của GV.	HS xây dựng các bài toán khái quát từ bài toán đã cho dựa vào gợi ý của GV.	HS tự xây dựng các bài toán khái quát từ bài toán đã cho.

Từ bảng đánh giá trên, GV phải thực hiện liên tục và lặp đi lặp lại các hoạt động như: quan sát, nhận xét, kết luận, điều chỉnh, phản hồi. Các kết quả ghi nhận sẽ là cơ sở cho biện pháp rèn luyện tư duy phân tích cho HS.

3.3. Một số biện pháp rèn luyện tư duy phân tích cho học sinh thông qua dạy học chủ đề "Phương pháp tọa độ trong không gian" - Toán 12

3.3.1. Biện pháp 1: Hướng dẫn học sinh phân tích xác định thuộc tính của khái niệm; thực hiện phân loại, hệ thống hóa khái niệm

Mục đích: Biện pháp này giúp HS phân tích để xác định được thành phần cơ bản của khái niệm như tính chất, đặc điểm và quy luật. Phân tích kết quả để đưa ra kết luận hoặc ứng dụng khái niệm trong việc giải quyết các bài toán và tình huống thực tế. Phân loại khái niệm và hiểu mối quan hệ của nó với các khái niệm khác trong cùng hệ thống từ đó HS xây dựng được hệ thống hóa khái niệm.

Cách thực hiện

- Giáo viên (GV) lựa chọn khái niệm phù hợp với thực hiện các thao tác tư duy cần rèn luyện trong chủ đề.

- GV tổ chức hướng dẫn HS phân tích khái niệm cũng như thực hiện các thao tác tư duy để xác định các thuộc tính của khái niệm; thực hiện phân loại, hệ thống hóa khái niệm.

Ví dụ 1: Phân tích khái niệm phương trình tham số của đường thẳng: *"Phương trình tham số của đường thẳng* Δ *đi qua điểm* $M_0(x_0;y_0;z_0)$ *và có vectơ chỉ phương (VTCP)* $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$ *là phương trình có dạng* $\begin{cases}x=x_0+ta_1\\y=y_0+ta_2\\z=z_0+ta_3\end{cases}$ *trong đó* t *là tham số".*

+ GV: Theo định nghĩa trên muốn xác định phương trình tham số của đường thẳng cần các yếu tố nào?

+ HS: Một điểm và một VTCP của đường thẳng.

+ GV: Một đường thẳng đi qua bao nhiêu điểm và có bao nhiêu VTCP?

+ HS: Một đường thẳng đi qua vô số điểm và có vô số VTCP.

+ GV: Giả sử a_1,a_2,a_3 đều khác 0, từ phương trình tham số đường thẳng hãy suy ra tham số t.

+ HS: $\begin{cases}x=x_0+ta_1\\y=y_0+ta_2\\z=z_0+ta_3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=\dfrac{x-x_0}{a_1}\\t=\dfrac{y-y_0}{a_2}\\t=\dfrac{z-z_0}{a_3}\end{cases}$ (1).

+ GV: Từ (1) ta có điều gì?

+ HS : $\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y_0}{a_2}=\dfrac{z-z_0}{a_3}$.

+ GV: Nêu định nghĩa phương trình chính tắc của đường thẳng.

+ GV: Nếu Δ đi qua hai điểm $A(x_A;y_A;z_A),B(x_B;y_B;z_B)$ thì có VTCP là gì?

+ HS: Δ có VTCP là $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)$ hoặc các vectơ cùng phương với vectơ $\overrightarrow{AB}$.

+ GV: Khi đó phương trình của Δ có dạng như thế nào?

+ HS: Đường thẳng Δ đi qua hai điểm $A(x_A;y_A;z_A),B(x_B;y_B;z_B)$ có:

Phương trình tham số là: $\begin{cases}x=x_A+(x_B-x_A)t\\y=y_A+(y_B-y_A)t\\z=z_A+(z_B-z_A)t\end{cases}$.

Phương trình chính tắc là:

$$\frac{x-x_A}{x_B-x_A}=\frac{y-y_A}{y_B-y_A}=\frac{z-z_A}{z_B-z_A}\left(x_B\neq x_A;y_B\neq y_A;z_B\neq z_A\right).$$

Qua việc phân tích khái niệm phương trình tham số của đường thẳng hình thành được khái niệm phương trình chính tắc của đường thẳng và phương trình đường thẳng đi qua hai điểm. Đồng thời giúp HS phân loại được các dạng phương trình đường thẳng trong không gian.

3.3.2. Biện pháp 2: Hướng dẫn học sinh phân tích tìm cách chứng minh định lí, bài toán chứng minh, phân tích một chứng minh

Mục đích

Biện pháp này giúp HS phân tích để xác định được giả thiết, kết luận của định lí và bài toán, từ đó tìm ra cách chứng minh định lí và bài toán chứng minh, phân tích chứng minh. Đồng thời rèn luyện cách phân tích tìm đường lối chứng minh định lí và bài toán chứng minh, xác định rõ các thành phần trong chứng minh.

Cách thực hiện

GV lựa chọn định lí và bài toán phù hợp với thực hiện các thao tác tư duy cần rèn luyện cho HS.

GV tổ chức hướng dẫn HS phân tích định lí và bài toán cũng như thực hiện các thao tác tư duy để chứng minh định lí và bài toán.

***Ví dụ 2**:* Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, $AA'=h$ và vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết rằng khoảng cách giữa $A'B'$ và BC' bằng d. Chứng minh rằng $a=\dfrac{2dh}{\sqrt{3\left(h^2-d^2\right)}}$.

Hướng dẫn HS tìm đường lối chứng minh.

+ GV: Hãy nêu giả thiết và kết luận của bài toán.

+ HS:

Giả thiết	Lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, $AA'=h$, $AA'\perp(ABC)$, $d=d\left(A'B',BC'\right)$.
Kết luận	$a=\dfrac{2dh}{\sqrt{3\left(h^2-d^2\right)}}$.

+ GV: Em có nhận xét gì về vị trí tương đối giữa $A'B'$ và BC'?

+ HS: Hai đường thẳng chéo nhau.

+ GV: Ở lớp 11 chúng ta đã có cách tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau. Bây giờ chúng ta sẽ giải bài toán này theo cách khác là cách dùng phương pháp tọa độ trong không gian.

Hình lăng trụ có đáy là tam giác đều nên ta có thể chọn gốc tọa độ trùng với đỉnh của hình lăng trụ không?

+ HS: Không thể vì tam giác đều có góc bằng 60^0.

+ GV: Trong tam giác đều thì đường thẳng nào xuất phát từ đỉnh vuông góc với đáy?

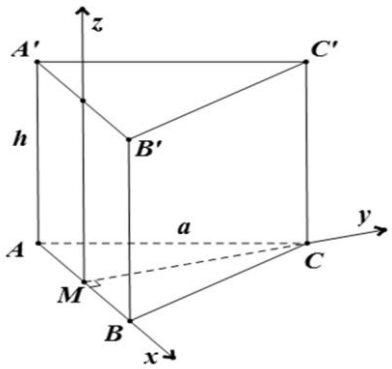
+ HS: Đường trung tuyến, đường cao, đường trung trực, đường phân giác.

+ GV: Vậy nên chọn gốc tọa độ như thế nào?

+ HS: Là trung điểm của một cạnh.

+ GV: Yêu cầu HS vẽ hình và chọn hệ trục tọa độ.

+ HS:



+GV: Công thức tính khoảng cách giữa $A'B'$ và BC' là gì?

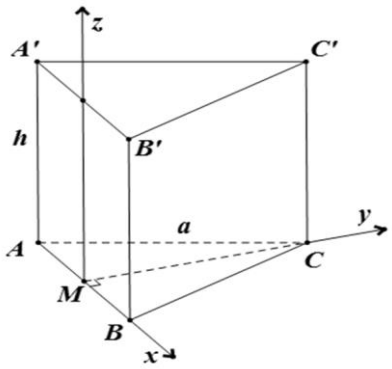
+ HS: $d = d\left(A'B', BC'\right) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{BC'}\right].\overrightarrow{A'B}\right|}{\left\|\left[\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{BC'}\right]\right\|}$.

+ GV: Theo hình vẽ và công thức ở trên thì cần xác định tọa độ những điểm nào?

+ HS: $M\left(0;0;0\right)$, $A'\left(-\dfrac{a}{2};0;h\right)$, $B'\left(\dfrac{a}{2};0;h\right)$, $B\left(\dfrac{a}{2};0;0\right)$, $C'\left(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{2};h\right)$.

+ GV: Thực hiện biến đổi từ công thức tính khoảng cách ở trên ta sẽ chứng minh được bài toán.

Chứng minh:



Gọi M là trung điểm AB. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ sao cho $M \equiv O, B \in Ox, C \in Oy$.

Ta có : $M\left(0;0;0\right)$, $A'\left(-\dfrac{a}{2};0;h\right)$, $B'\left(\dfrac{a}{2};0;h\right)$, $B\left(\dfrac{a}{2};0;0\right)$, $C'\left(0;\dfrac{a\sqrt{3}}{2};h\right)$.

$\overrightarrow{A'B'} = \left(a;0;0\right), \overrightarrow{A'B} = \left(a;0;-h\right), \overrightarrow{BC'} = \left(-\dfrac{a}{2};\dfrac{a\sqrt{3}}{2};h\right)$

$\left[\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{BC'}\right] = \left(0;-ah;\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}\right)$.

Suy ra:

$$d = d\left(A'B', BC'\right) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{BC'}\right].\overrightarrow{A'B}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{BC'}\right]\right|} = \frac{\left|\frac{-ha^2\sqrt{3}}{2}\right|}{\sqrt{a^2h^2 + \frac{3a^4}{4}}} = \frac{ah\sqrt{3}}{\sqrt{4h^2 + 3a^2}}$$

$$\Leftrightarrow d\sqrt{a^2h^2 + \frac{3a^4}{4}} = ah\sqrt{3} \Leftrightarrow d^2\left(4h^2 + 3a^2\right) = 3a^2h^2 \Leftrightarrow a = \frac{2dh}{\sqrt{3\left(h^2 - d^2\right)}} \text{ (đpcm).}$$

Thực hiện phân tích chứng minh: Từ việc chứng minh bài toán, GV yêu cầu HS hoàn thành bảng phân tích.

Tiền đề	**Các mệnh đề kết luận**	**Luận cứ**
Lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a. $AA' \perp (ABC)$.	Gọi M là trung điểm AB. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ sao cho $M \equiv O, B \in Ox, C \in Oy$. (1)	Định nghĩa và tính chất tam giác đều. Định nghĩa hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian.
Kết luận 1	$M(0;0;0)$, $A'\left(-\frac{a}{2};0;h\right)$, $B'\left(\frac{a}{2};0;h\right)$, $B\left(\frac{a}{2};0;0\right)$, $C'\left(0;\frac{a\sqrt{3}}{2};h\right)$. $\left[\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{BC'}\right] = \left(0;-ah;\frac{a^2\sqrt{3}}{2}\right)$. (2)	Khái niệm tọa độ điểm trong không gian $Oxyz$. Biểu thức tọa độ tích có hướng của hai vectơ trong không gian $Oxyz$.
Kết luận 2	$d = d\left(A'B', BC'\right) = \frac{\left\|\left[\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{BC'}\right].\overrightarrow{A'B}\right\|}{\left\|\left[\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{BC'}\right]\right\|}$.(3)	Công thức tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau trong không gian $Oxyz$.
Kết luận 3	$d = \frac{\left\|\frac{-ha^2\sqrt{3}}{2}\right\|}{\sqrt{a^2h^2 + \frac{3a^4}{4}}} = \frac{ah\sqrt{3}}{\sqrt{4h^2 + 3a^2}}$ $a = \frac{2dh}{\sqrt{3\left(h^2 - d^2\right)}}$	Biểu thức tọa độ của tích vô hướng của hai vectơ và công thức tính độ dài của một vectơ trong không gian $Oxyz$.

Qua hướng dẫn HS tìm cách chứng minh và phân tích chứng minh bài toán đã rèn luyện cho HS năng lực: phân tích giả thiết, kết luận; kết nối kiến thức đã học, phân loại, cụ thể hóa để tìm ra cách chứng minh bài toán. HS hiểu rõ mối liên hệ giữa các khác niệm, định lí, tính chất đã học để phân tích chứng minh.

3.3.3. Biện pháp 3: Hướng dẫn học sinh huy động kiến thức để tìm ra nhiều cách giải khác nhau, đề xuất bài toán tương tự, bài toán tổng quát

Mục đích

Mục đích của việc hướng dẫn HS huy động kiến thức để tìm ra nhiều cách giải khác nhau là rèn luyện khả năng phân tích - tổng hợp giả thiết và kết luận theo nhiều hướng khác nhau, từ đó biết huy động kiến thức để giải bài toán theo nhiều cách khác nhau, biết đề xuất bài toán tương tự, bài toán tổng quát.

Cách thực hiện

GV lựa chọn bài toán nhiều cách giải, phù hợp với xác định bài toán tương tự, bài toán tổng quát.

GV tổ chức hướng dẫn HS huy động kiến thức cũng như thực hiện các thao tác tư duy để tìm ra nhiều cách giải khác nhau, đề xuất bài toán tương tự, bài toán tổng quát.

Ví dụ 3: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-2+2t\\z=t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):3x-y+2z-5=0$. Lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P).

+ GV: Bài toán cho gì? Yêu cầu làm gì?

+ HS: Tìm (Q) chứa d và vuông góc với (P)

+ GV: Hãy tóm tắt bài toán

+ HS:

GT	Trong $Oxyz$ cho $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-2+2t\\z=t\end{cases}$, $(P):3x-y+2z-5=0$ $d\subset(Q),(Q)\perp(P)$.
KL	Tìm (Q).

+ GV: Hãy nêu các cách lập phương trình mặt phẳng đã học.

+ HS: Cách 1: Xác định một điểm thuộc mặt phẳng và một vectơ pháp tuyến (VTPT).

Cách 2: Tìm các hệ số của phương trình tổng quát.

Theo cách 1

+ GV: Bài này tìm điểm thuộc mặt phẳng như thế nào?

+ HS: $d\subset(Q)\Rightarrow M\in d\Rightarrow M\in(Q)$

+ GV: Điều kiện (Q) chứa d thì VTPT của (Q) và VTCP của d có mối liên hệ gì?

+ HS: VTPT của (Q) vuông góc với VTCP của d

+ GV: $(Q)\perp(P)$ thì VTPT của (Q) và VTPT của (P) có mối liên hệ gì?

+ HS: VTPT của (Q) và VTPT của (P) vuông góc với nhau

+ GV: Từ hai điều trên chúng ta suy ra điều gì?

+ HS: (Q) song song hoặc chứa giá của hai vectơ là VTCP của d và VTPT của (P)

+ GV: Khi đó VTPT của (Q) được tính như thế nào?

+ HS: Lấy tích có hướng cặp vectơ trên.

Theo cách 2

+ GV: Xuất phát từ cách tìm lời giải trên, em có lời giải theo cách 2 không?

+ HS: Gọi $(Q): Ax+By+Cz+D=0$, $\overrightarrow{n_Q}=(A;B;C)$ là một VTPT của (Q).

Đường thẳng d đi qua $M(2;-2;0)$ và có một VTCP là $\vec{a}=(1;2;1)$. $M\in d\Rightarrow M\in(Q)$

(Q) chứa d nên ta có $\overrightarrow{n_Q}.\vec{a}=0\Leftrightarrow A+2B+C=0$ (1)

Mặt phẳng (P) có một VTPT là $\overrightarrow{n_P}(3;1;2)$. Vì $(Q)\perp(P)$ nên ta có $\overrightarrow{n_Q}.\overrightarrow{n_P}=0\Leftrightarrow 3A+B+2C=0$ (2)

Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases}A+2B+C=0\\3A+B+2C=0\end{cases}$

+ GV: Hướng dẫn giải hệ phương trình trên

Tìm được (Q) đi qua $M(2;-2;0)$ và có một VTPT là $\overrightarrow{n_Q}=(1;3;-5)$.

Bài toán trên rèn luyện cho HS năng lực huy động kiến thức để tìm ra nhiều cách giải khác nhau

Kiến thức	**Cách 1**	**Cách 2**
Khái niệm PTTQ của mặt phẳng (Q).	Xác định tìm điểm và VTPT để lập PTTQ.	Gọi $(Q): Ax+By+Cz+D=0$ và xác định tìm các hệ số A,B,C,D.
Đường thẳng nằm trong mặt phẳng	Tìm được 1 điểm của mặt phẳng và 1 VTCP của mặt phẳng.	Xác định 1 phương trình: (Q) chứa d nên ta có $\overrightarrow{n_Q}.\vec{a}=0\Leftrightarrow A+2B+C=0$ (1).
Hai mặt phẳng vuông góc	Tìm được 1 VTCP thứ hai của mặt phẳng	Xác định được phương trình thứ 2: $\overrightarrow{n_Q}.\overrightarrow{n_P}=0\Leftrightarrow 3A+B+2C=0$ (2)
Tích có hướng của hai vectơ	Tìm VTPT	
Giải hệ phương trình		Tìm A,B,C,D

Thông thường HS giải theo cách 1, khi giải theo cách 2 HS gặp khó khăn khi giải hệ phương trình 3 ẩn nhưng 2 phương trình.

Bài toán tổng quát: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$. Hãy lập phương trình mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P).

4. Kết luận

Rèn luyện tư duy phân tích trong dạy học chủ đề "Phương pháp tọa độ trong không gian" sẽ góp phần phát triển năng lực toán học trong việc thực hiện đổi mới dạy học toán theo hướng tiếp cận năng lực. Có nhiều cách tiếp cận trong dạy học phát triển tư duy, ba biện pháp nêu trên nếu được thực hiện một cách linh hoạt trong dạy học chủ đề sẽ có hiệu quả trong rèn luyện tư duy phân tích cho HS.

Tài liệu tham khảo

Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018a). *Chương trình giáo dục phổ thông - Chương trình tổng thể*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.

Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018b). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.

Chu, C. T. (2015). *Phát triển tư duy thông qua dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. Hà Nội: NXB Đại học Sư phạm.

Đỗ, Đ. T., Phạm, X .C., Nguyễn, S. H., Nguyễn, T. P. L., Phạm, S. N., & Phạm, M. P. (2024). *Toán 12 (Tập 1, tập 2)- Bộ sách Cánh Diều*. Hà Nội: NXB Thiết bị Giáo dục Việt Nam.

Hà, H. Kh., Cung, T. A., Trần, V. T., Đặng, H. T ., Trần, M. C., Lê, V. C., Nguyễn, Đ. Đ., Lê, V. H., Phan, T. H., Trần, Đ. K., Phạm, A. M., & Nguyễn, T. K. S. (2024). *Toán 12 (Tập 1, tập 2) – Bộ sách kết nối tri thức với cuộc sống*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.

Lê, V.T. (2016). *Phương pháp dạy học môn Toán*. Hồ Chí Minh: NXB Đại học Sư phạm.

Marzano, R. J. (2000). *Thiết kế một phân loại tư duy mới dựa trên mục tiêu giáo dục*. Thousand Oaks, CA: Corwin Press.

Nguyễn, V. L. (1995). *Tư duy và hoạt động toán học. Tài liệu dành cho học viên cao học chuyên ngành Lý luận và Phương pháp dạy học Toán.* Nghệ An: Đại học Vinh.

Phạm, M. T. (2020). *Phát triển năng lực tư duy phân tích toán học cho học sinh thông qua dạy học chương: Ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số - Giải tích 12*. Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam.

Trần, N. D., Trần, Đ. H., Nguyễn, T. A., Vũ, N. T. H., Ngô, H. L., Phạm, H. Q., & Phạm, T. T. T. (2024). *Toán 12 (Tập 1, tập 2) – Bộ sách Chân trời sáng tạo*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.

Trần, T. T. (1988). *Tư duy và hoạt động học toán*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.

Vũ, T. H. (2021). *Rèn luyện tư duy phân tích cho học sinh lớp 11 thông qua dạy học chủ đề lượng giác*. Trường Đại học Đồng Tháp. Việt Nam.