



DOI: <https://doi.org/10.52714/dthu.15.2.2026.1748>

## ĐIỆN TRỞ COULOMB DRAG TRONG LỚP ĐÔI GRAPHENE LỚP KÉP VỚI ĐIỆN MÔI NỀN KHÔNG ĐỒNG NHẤT

Trương Văn Oai<sup>1\*</sup> và Nguyễn Văn Mện<sup>2,3</sup>

<sup>1</sup>Học viên cao học, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam

<sup>2</sup>Phòng Đào tạo, Trường Đại học An Giang, Việt Nam

<sup>3</sup>Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh, Việt Nam

\*Tác giả liên hệ, Email: [truongvanoai1983@gmail.com](mailto:truongvanoai1983@gmail.com)

### Lịch sử bài báo

Ngày nhận: 09/4/2025; Ngày nhận chỉnh sửa: 26/5/2025; Ngày duyệt1 đăng: 11/6/2025

### Tóm tắt

Bài báo này trình bày kết quả khảo sát điện trở Coulomb drag trong lớp đôi graphene lớp kép dưới ảnh hưởng của hằng số điện môi nền không đồng nhất. Bằng cách sử dụng phương pháp gần đúng pha ngẫu nhiên (RPA), chúng tôi xác định hàm phân cực của hệ và hàm điện môi động theo tần số, từ đó tính toán điện trở Coulomb drag. Kết quả cho thấy điện trở Coulomb drag trong hệ tăng theo nhiệt độ nhưng giảm nhanh khi khoảng cách giữa hai lớp graphene kép tăng lên. Đáng chú ý, khi xét đến hằng số điện môi nền không đồng nhất, điện trở Coulomb drag cao hơn đáng kể so với trường hợp hằng số điện môi nền đồng nhất. Điều này xuất phát từ sự thay đổi cường độ của thế tương tác Coulomb giữa các điện tử trong hai lớp dưới tác động của sự không đồng nhất về hằng số điện môi nền. Ngoài ra, các tính toán còn cho thấy, ở các nhiệt độ khác nhau, điện trở Coulomb drag có xu hướng giảm khi mật độ hạt tải tăng. Tuy nhiên, sự khác biệt rõ rệt xuất hiện khi xét đến hai trường hợp: khoảng cách lớp nhỏ và khoảng cách lớp lớn. Khi khoảng cách giữa hai lớp kép nhỏ, điện trở Coulomb drag bị ảnh hưởng mạnh hơn bởi mật độ hạt tải và nhiệt độ. Những kết quả này giúp làm sáng tỏ hơn vai trò của hằng số điện môi nền không đồng nhất trong hệ graphene hai lớp kép, đồng thời gợi mở hướng ứng dụng cho các linh kiện điện tử thế hệ mới dựa trên graphene.

**Từ khóa:** Coulomb drag, hằng số điện môi nền không đồng nhất, graphene lớp kép, nhiệt độ.

Trích dẫn: Trương, V. O., & Nguyễn, V. M. (2026). Điện trở coulomb drag trong lớp đôi graphene lớp kép với điện môi nền không đồng nhất. *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp*, 15(2), 17-29. <https://doi.org/10.52714/dthu.15.2.2026.1748>

Copyright © 2026 The author(s). This work is licensed under a CC BY-NC 4.0 License.

## **COULOMB DRAG IN DOUBLE BILAYER GRAPHENE WITH INHOMOGENOUS BACKGROUND DIELECTRIC**

**Truong Van Oai<sup>1\*</sup> and Nguyen Van Men<sup>2,3</sup>**

<sup>1</sup>*Master student, Dong Thap University, Cao Lanh 870000, Vietnam*

<sup>2</sup>*Academic Affairs Office, An Giang University, Vietnam*

<sup>3</sup>*Vietnam National University Ho Chi Minh City, Vietnam*

*\*Corresponding author, Email: truongvanoai1983@gmail.com*

*Article history*

*Received: 09/4/2025; Received in revised form: 26/5/2025; Accepted: 11/6/2025*

### **Abstract**

*This paper presents the results of studying Coulomb drag resistivity in double bilayer graphene under the influence of an inhomogeneous substrate dielectric. Using the random phase approximation (RPA), this study determines the system's polarization function and the frequency-dependent dielectric function, thereby calculating the Coulomb drag resistivity. The results indicate that the Coulomb drag resistivity increases with increasing temperature but decreases rapidly as the interlayer distance between the bilayer graphene sheets increases. Notably, with an inhomogeneous background dielectric, the Coulomb drag resistivity is significantly higher than that in the case of a homogeneous dielectric. This phenomenon arises from the modification of the Coulomb interaction potential between electrons in the two layers due to the inhomogeneity of the background dielectric. Furthermore, calculations reveal that at different temperatures, the Coulomb drag resistivity tends to decrease with increasing carrier density. However, a distinct difference emerges between two cases: small and large interlayer separations. Under a small interlayer separation, the Coulomb drag resistivity is more strongly influenced by carrier density and temperature. These findings provide further insights into the role of the inhomogeneous background dielectric in double bilayer graphene systems and suggest potential applications for next-generation graphene-based electronic devices.*

**Keywords:** *Bilayer graphene, Coulomb drag, inhomogenous background dielectric, temperature.*

## 1. Giới thiệu

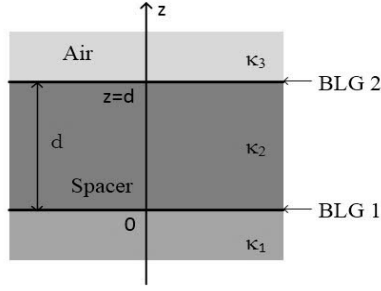
Trong những năm gần đây, các nhà khoa học quan tâm nhiều đến các cấu trúc lớp đôi do bởi chúng đóng vai trò quan trọng trong khoa học và công nghệ. Các cấu trúc lớp đôi biểu hiện những tính chất điện và tính chất quang hoàn toàn khác biệt so với cấu trúc khối cũng như các cấu trúc lớp đơn. Các cấu trúc chứa khí điện tử hai chiều đã được nghiên cứu và ứng dụng rộng rãi trong các thiết bị điện tử. Kể từ khi graphene được khám phá bằng thực nghiệm lần đầu tiên vào năm 2004, các tính chất điện, quang cơ bản của vật liệu này đã được nghiên cứu kỹ lưỡng và công bố nhiều công trình (Hwang & Das Sarma, 2009; Nguyen & cs., 2019; Principi & cs., 2011; Ryzhii & cs., 2013; Stauber & Gómez-Santos, 2012). Graphene đơn lớp (MLG) được cấu tạo từ một lớp nguyên tử carbon duy nhất, sắp xếp theo mạng tổ ong. Việc áp dụng mô hình Dirac vào graphene cho thấy rằng graphene bao gồm các hạt fermion không khối lượng với hệ thức tán sắc tuyến tính theo vector sóng ở vùng năng lượng thấp, so với các fermion có khối lượng với quan hệ tán sắc bậc hai của khí điện tử hai chiều truyền thống. Những tính chất đặc biệt này dẫn đến sự khác biệt cho graphene và các cấu trúc dựa trên graphene so với các cấu trúc hai chiều đã biết trước đây (DasSarma & cs., 2010; Geim & Novoselov, 2007; Hwang & DasSarma, 2007; Politano & cs., 2017, 2018).

Graphene lớp kép (bilayer graphene – BLG) là một cấu trúc lớp được cấu tạo từ hai lớp MLG xếp chồng lên nhau. Sự tương tác giữa các điện tử giữa hai lớp MLG đã tạo nên các chuẩn hạt có khối lượng với hệ thức năng lượng bậc hai theo vector sóng trong MLG, tương tự như khí điện tử hai chiều. Tuy nhiên, đặc tính chirality của graphene vẫn không bị thay đổi do bởi sự tương tác này (SenSarma & cs., 2011; Zhu & cs., 2013). Do đó, những cấu trúc có chứa BLG được chứng minh là có nhiều tính chất mới lạ so với các cấu trúc có chứa khí điện tử hai chiều truyền thống và MLG (Nguyen & cs., 2019).

Tính chất vận chuyển đã được chứng minh là đặc tính quan trọng của vật liệu, nó ảnh hưởng trực tiếp đến ứng dụng của vật liệu trong việc tạo ra linh kiện điện tử. Một trong những hiện tượng thú vị tạo nên tính chất vận chuyển cho vật liệu là hiện tượng điện ma sát (frictional drag). Trong hiện tượng điện ma sát, khi hai lớp vật liệu đặt gần nhau, sự xuất hiện của dòng điện  $j_a$  trong lớp này (lớp chủ động – active layer) sẽ làm phát sinh cường độ điện trường  $E_p$  trong lớp kia (lớp thụ động – pasive layer) do sự tương tác, trao đổi xung lượng giữa các điện tích ở hai lớp. Để đánh giá lực ma sát điện giữa hai lớp, các nhà khoa học thường tính toán điện trở Coulomb drag. Điện trở Coulomb drag được xác định bằng tỷ số giữa điện trường trong lớp thụ động và dòng điện trong lớp chủ động ( $\rho_D = E_p / j_a$ ). Việc xác định giá trị điện trở Coulomb drag trong một cấu trúc lớp đôi sẽ có ích cho việc ứng dụng chúng vào các linh kiện điện tử (Asgari & cs., 2008; Principi & cs., 2012; Narozhny & Levchenko, 2016; Upadhyay & Saini, 2020). Bài báo này trình bày các kết quả tính toán điện trở Coulomb drag trong một cấu trúc lớp đôi, được tạo thành từ hai lớp BLG song song và cách nhau một khoảng bằng  $d$  trên hằng số điện môi nền không đồng nhất. Ảnh hưởng của một số yếu tố đặc trưng quan trọng như nhiệt độ, khoảng cách lớp, hằng số điện môi nền, mật độ hạt tải lên điện trở Coulomb drag sẽ được khảo sát chi tiết.

## 2. Cơ sở lý thuyết

Mô hình cấu trúc lớp đôi được nghiên cứu trong bài báo này gồm hai tấm BLG song song, cách điện nhau bởi một lớp điện môi có độ dày  $d$ , có hằng số điện môi  $\kappa_2$ ; xung quanh được bao bọc bởi các lớp điện môi có hằng số điện môi  $\kappa_1$  và  $\kappa_3$  (Hình 1). Trong các tính toán, mỗi lớp BLG được xem như pha tạp đồng nhất với mật độ hạt tải  $n_1$  và  $n_2$ . Khi đó, các đại lượng vector sóng Fermi và năng lượng Fermi của mỗi lớp BLG có thể được coi là hằng số trên toàn bộ mặt phẳng graphene.



**Hình 1. Cấu trúc lớp đôi graphene lớp kép trong môi trường điện môi không đồng nhất.**

Theo các nghiên cứu đã được công bố (Amorim & Peres, 2012; Arora & cs., 2018; Asgari & cs., 2008; Badalyan & Peeters, 2012b; Flensberg & cs., 1995; Ho & cs., 2018; Hwang & cs., 2011; Narozhny & Levchenko, 2016; Upadhyay & Saini, 2020, 2021), điện trở Coulomb drag, tương ứng với hiện tượng điện ma sát, có thể được xác định từ phương trình vận chuyển Boltzmann theo phương trình. Các tính toán đi đến kết quả là:

$$\rho_D \approx -\frac{\sigma_D}{\sigma_1 \sigma_2} = \frac{\hbar^2}{8\pi^2 e^2 n_1 n_2 k_B T} \times \int_0^\infty dq q^3 \int_0^\infty d\omega \frac{|U_{12}(q, \omega)|^2 \text{Im} \Pi_1(q, \omega) \text{Im} \Pi_2(q, \omega)}{\sinh^2\left(\frac{\hbar\omega}{2k_B T}\right)} \quad (1)$$

Trong đó,  $\sigma_D \ll \sigma_{1,2}$  lần lượt là độ dẫn điện nội lớp và xuyên lớp của hệ.  $n_1$  và  $n_2$  là mật độ pha tạp trong các tấm BLG thứ nhất và thứ hai.  $\text{Im} \Pi_{1,2}(q, \omega)$  lần lượt biểu diễn phần ảo của hàm phân cực của BLG ứng với giá trị động lượng  $q$  và tần số  $\omega$ . Các hàm này đã được dẫn ra một cách chi tiết bởi SenSarma và các cộng sự (2011). Mẫu số  $\sinh^2[\hbar\omega / 2k_B T]$  thể hiện sự phụ thuộc của điện trở Coulomb drag ở nhiệt độ thấp (trong đó  $T$  là nhiệt độ), và  $U_{12}(q, \omega)$  là thế tương tác hiệu dụng giữa các lớp, được cho bởi phương trình (2) dưới đây (Amorim & Peres, 2012; Badalyan & Peeters, 2012b; Carrega & cs., 2012; Ho & cs., 2018; Upadhyay & Saini, 2020, 2021).

$$U_{12}(q, \omega) = \frac{v_{12} q}{\varepsilon(q, \omega)} \quad (2)$$

Ở đây,  $\varepsilon(q, \omega)$  là hàm điện môi động phụ thuộc tần số trong gần đúng pha ngẫu nhiên của hệ. Hàm điện môi động của lớp đôi (Badalyan & Peeters, 2012a; Hwang & Das Sarma, 2009; Nguyen & cs., 2020; Nguyen & Dong, 2020; Vazifeshenas & cs., 2010):

$$\varepsilon(q, \omega) = \varepsilon_1(q, \omega) \varepsilon_2(q, \omega) - v_{12} q \Pi_1(q, \omega) \Pi_2(q, \omega) \quad (3)$$

trong đó  $\varepsilon_1(q, \omega)$  và  $\varepsilon_2(q, \omega)$  là các hàm điện môi động của từng lớp BLG,  $v_{12} q$  là thế tương tác Coulomb giữa hai lớp, và  $\Pi_1(q, \omega)$ ,  $\Pi_2(q, \omega)$  là các hàm phân cực của từng lớp BLG.

Hàm điện môi động của BLG trong RPA đã được rút ra trong các nghiên cứu trước đây (Badalyan & Peeters, 2012a; Nguyen & cs., 2020; Nguyen & Dong, 2020):

$$\varepsilon_{12}(q, \omega) = 1 + v_{11} q \Pi_{12}(q, \omega) \quad (4)$$

Với  $v_{ij}(q)$  biểu diễn thế tương tác Coulomb nội lớp và xuyên lớp giữa các điện tử trong hai lớp, được xác định theo phương trình (Badalyan & Peeters, 2012a; Nguyen & cs., 2019; Nguyen & Dong, 2021):

$$v_{ij}(q) = \frac{2\pi e^2}{q} \kappa_{ij}^{-1}(q) \quad (5)$$

Trong đó,  $\kappa_{ij}^{-1}(q)$  là nghịch đảo hằng số điện môi hiệu dụng phụ thuộc vector sóng và khoảng cách giữa hai lớp, được xác định theo các phương trình:

$$\kappa_{11}^{-1}(q) = \frac{2\kappa_2 \cosh qd + \kappa_3 \sinh qd}{\kappa_2 \kappa_1 + \kappa_3 \cosh qd + \kappa_1 \kappa_3 + \kappa_2^2 \sinh qd} \quad (6)$$

$$\kappa_{22}^{-1}(q) = \frac{2\kappa_2 \cosh qd + \kappa_1 \sinh qd}{\kappa_2 \kappa_1 + \kappa_3 \cosh qd + \kappa_1 \kappa_3 + \kappa_2^2 \sinh qd} \quad (7)$$

$$\kappa_{12}^{-1}(q) = \frac{2\kappa_2}{\kappa_2 \kappa_1 + \kappa_3 \cosh qd + \kappa_1 \kappa_3 + \kappa_2^2 \sinh qd} \quad (8)$$

Các hằng số  $\kappa_\alpha$  ( $\alpha = 1 \div 3$ ) là hằng số điện môi của đế, lớp cách điện và lớp trên cùng, tương ứng (Hình 1). Khoảng cách  $d$  biểu thị độ tách giữa hai lớp graphene. Trong trường hợp môi trường hằng số điện môi nền không đồng nhất,  $\kappa_\alpha$  được thiết lập với các giá trị khác nhau cho từng lớp. Trong trường hợp hệ đồng nhất ( $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3$ ), các biểu thức (6) và (8) sẽ đi đến kết quả hằng số, không phụ thuộc khoảng cách lớp  $d$  và vector sóng  $q$  trong khi biểu thức (7) cho thấy hàm  $\kappa_{12}^{-1}$  vẫn phụ thuộc vào hai đại lượng này.

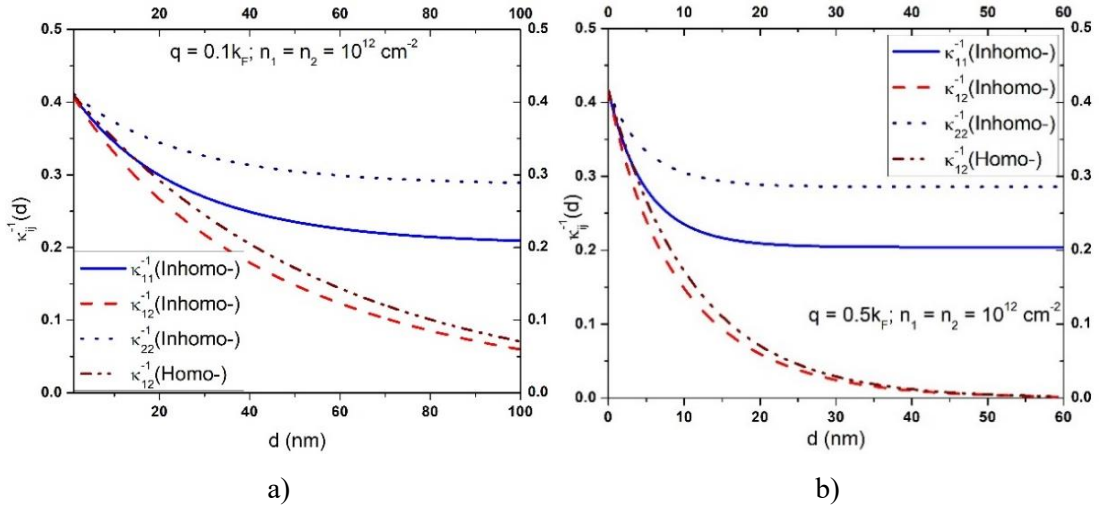
Trong mô hình này, chúng tôi khảo sát điện trở Coulomb drag ở miền nhiệt độ thấp với  $T \leq 0.4T_F \approx 540K$  (trong đó  $T_F = E_F / k_B$  là nhiệt độ Fermi của BLG). Trong giới hạn này, đóng góp của nhiệt độ vào hàm phân cực và hàm điện môi động là không đáng kể và có thể bỏ qua (Badalyan & Peeters, 2012a; Carrega & cs., 2012; Hwang & Das Sarma, 2009; Vazifeshenas & cs., 2010). Điều này cho phép đặt nhiệt độ bằng không khi tính toán các hàm phân cực và hàm điện môi động của hệ, giúp đơn giản hóa các phép tính.

Để tính toán điện trở Coulomb drag từ phương trình (1), trước tiên chúng tôi xác định hàm điện môi phụ thuộc tần số từ các phương trình (2) đến (8). Các tính toán được thực hiện bằng số trong chương trình C++ và kết quả được nhập vào phần mềm Origin để biểu diễn đồ họa.

### 3. Kết quả và thảo luận

Trong phần này, chúng tôi nghiên cứu điện trở Coulomb drag trong lớp đôi graphene lớp kép (DBLG) trong môi trường có hằng số điện môi không đồng nhất (Hình 1). Trong các

tính toán, chúng tôi thiết lập các hằng số điện môi như sau:  $\kappa_1 = \kappa_{SiO_2} = 3,8$ ,  $\kappa_2 = \kappa_{Al_2O_3} = 6,1$ ,  $\kappa_3 = \kappa_{kir} = 1,0$  (Badalyan & Peeters, 2012a; Carrega & cs., 2012). Đối với hệ có hằng số điện môi nền đồng nhất, chúng tôi sử dụng hằng số điện môi trung bình  $\bar{\kappa} = \kappa_1 + \kappa_3 / 2 = 2,4$  (Badalyan & Peeters, 2012a)



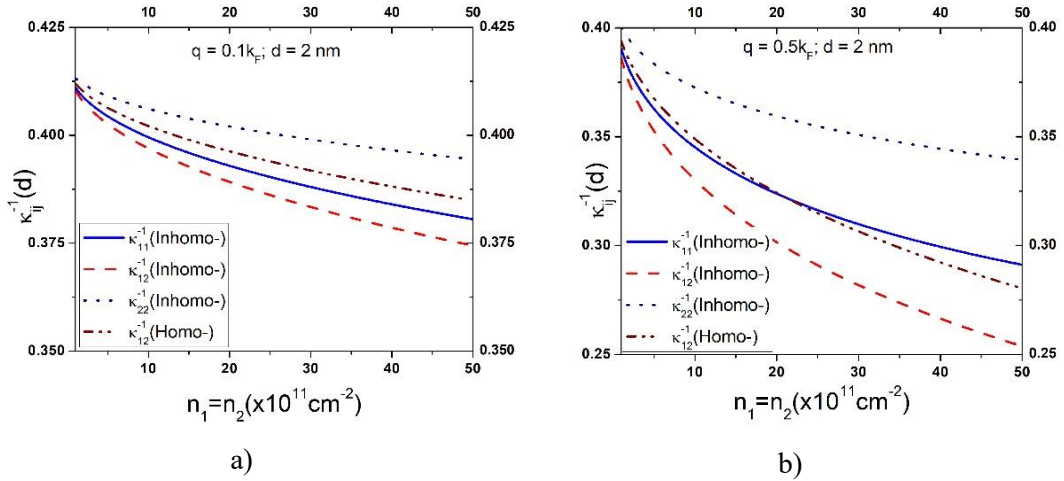
**Hình 2. Sự phụ thuộc của các thành phần nghịch đảo của hằng số điện môi nền  $\kappa_{ij}^{-1} d$  cho hệ đồng nhất (Homo-) và hệ không đồng nhất (Inhomo-) vào khoảng cách  $d$  giữa hai lớp trong hệ lớp đôi graphene lớp kép, với mật độ hạt mang  $n_1 = n_2 = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ .**

**(a) Trường hợp  $q = 0,1k_F$ ; (b) Trường hợp  $q = 0,5k_F$ .**

Các đường biểu diễn gồm:  $\kappa_{11}^{-1}$  (Inhomo - đường liền màu xanh),  $\kappa_{12}^{-1}$  (Inhomo - đường đứt màu đỏ),  $\kappa_{22}^{-1}$  (Inhomo - chấm chấm xanh), và  $\kappa_{12}^{-1}$  (Homo - chấm gạch đỏ).

Để cho thấy ảnh hưởng của sự không đồng nhất của hằng số điện môi nền lên thế tương tác Coulomb giữa các điện tử trong hai lớp, chúng tôi biểu diễn sự thay đổi của nghịch đảo hằng số điện môi hiệu dụng  $\kappa_{ij}^{-1} d$  theo khoảng cách  $d$  giữa hai lớp BLG trong hệ có hằng số điện môi nền không đồng nhất (Inhomo-) và hệ có hằng số điện môi nền đồng nhất (Homo-) như **Hình 2**, với mật độ hạt tải  $n_1 = n_2 = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  và hai vector sóng khác nhau  $q = 0,1k_F$  (Hình 2a) và  $q = 0,5k_F$  (Hình 2b). Ở cả hai trường hợp, tất cả các giá trị  $\kappa_{ij}^{-1} d$  đều giảm khi khoảng cách  $d$  tăng, phản ánh sự suy giảm của tương tác Coulomb giữa hai lớp BLG. Trong trường hợp  $q = 0,1k_F$  (Hình 2a), sự suy giảm của  $\kappa_{ij}^{-1} d$  diễn ra chậm hơn so với trường hợp  $q = 0,5k_F$  (Hình 2b). Điều này cho thấy khi vector sóng  $q$  lớn hơn, sự tác động của hằng số điện môi nền đến tương tác giữa hai lớp BLG mạnh hơn trong phạm vi khoảng cách ngắn. Đặc biệt, đường  $\kappa_{12}^{-1}$  (đối với hệ không đồng nhất) trong Hình 2b giảm nhanh hơn so với Hình 2a, chứng tỏ rằng sự không đồng nhất của nền có ảnh hưởng đáng kể đến tương tác giữa hai lớp khi  $q$  tăng. Trong cả hai trường hợp của vector sóng, hằng số điện môi hiệu dụng  $\kappa_{12}$  đối với hệ đồng nhất và hệ không đồng nhất có giá trị khác nhau nhiều. So sánh hai đồ thị cho thấy rằng khi  $q$  lớn hơn, tác động của hằng số điện môi nền không đồng nhất lên hệ graphene hai lớp trở nên mạnh hơn trong phạm vi khoảng cách nhỏ, nhưng cũng suy giảm nhanh hơn khi khoảng cách tăng. Điều này có ý nghĩa quan trọng trong việc thiết kế các thiết

bị điện tử dựa trên graphene, sự điều chỉnh hằng số điện môi nền có thể được sử dụng để kiểm soát tính chất điện tử và quang học của hệ.



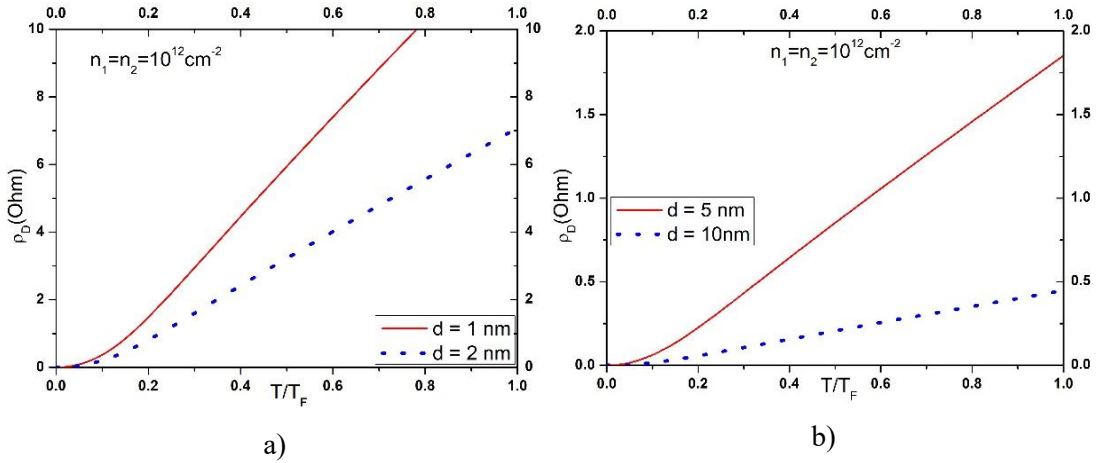
**Hình 3.** Sự phụ thuộc của các thành phần nghịch đảo của hằng số điện môi nền  $\kappa_{ij}^{-1} d$  cho hệ đồng nhất (Homo-) và hệ không đồng nhất (Inhomo-) vào mật độ hạt tải  $n_1 = n_2$  trong hệ lớp đôi graphene, với khoảng cách giữa hai lớp cố định  $d = 2 \text{ nm}$ .

(a) Trường hợp  $q = 0.1k_F$ ; (b) Trường hợp  $q = 0.5k_F$ .

Các đường biểu diễn gồm:  $\kappa_{11}^{-1}$  (Inhomo - đường liền màu xanh),  $\kappa_{12}^{-1}$  (Inhomo - đường đứt màu đỏ),  $\kappa_{22}^{-1}$  (Inhomo - chấm chấm xanh), và  $\kappa_{12}^{-1}$  (Homo - chấm gạch nâu đỏ).

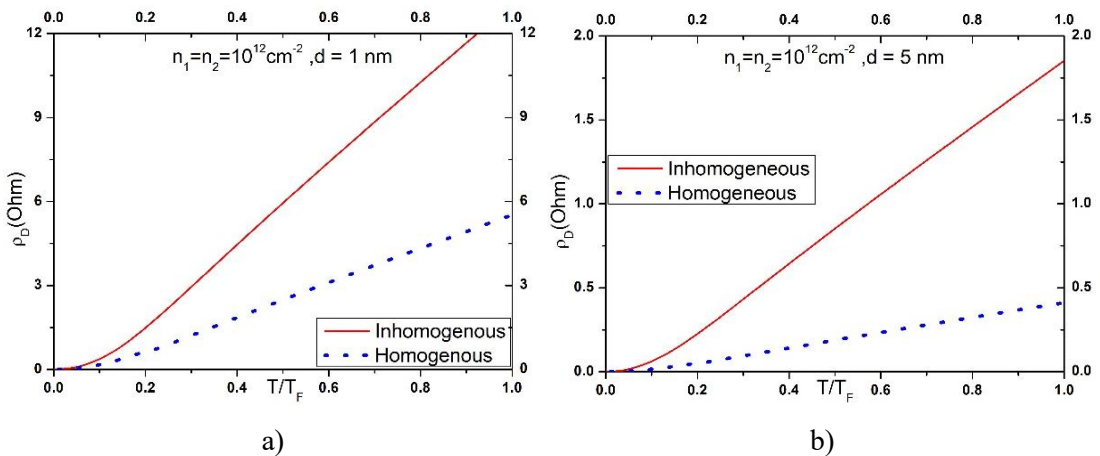
Sự phụ thuộc của nghịch đảo hằng số điện môi hiệu dụng vào mật độ hạt tải trong hai lớp BLG với khoảng cách xác định  $d = 2 \text{ nm}$  được biểu diễn trên **Hình 3** cho hai trường hợp vector sóng  $q = 0,1k_F$  (Hình 3a) và  $q = 0,5k_F$  (Hình 3b). Ở cả hai đồ thị, tất cả các giá trị  $\kappa_{ij}^{-1}$  đều giảm khi mật độ hạt tải tăng. Điều này cho thấy rằng khi mật độ hạt tải lớn hơn, sự ảnh hưởng của hằng số điện môi nền suy giảm, làm yếu đi tương tác Coulomb giữa hai lớp graphene. Nghịch đảo hằng số điện môi hiệu dụng  $\kappa_{12}^{-1}$  biểu diễn sự tương tác Coulomb giữa hai lớp trong hệ đồng nhất và hệ không đồng nhất ngày càng khác nhau nhiều khi mật độ hạt tải tăng lên. Do đó, có thể dự đoán rằng, sự khác biệt về giá trị của điện trở Coulomb drag đối với hệ đồng nhất và không đồng nhất sẽ càng lớn khi mật độ hạt tải càng tăng. So sánh hai đồ thị cho thấy rằng khi  $q$  lớn hơn, tốc độ suy giảm của  $\kappa_{ij}^{-1}$  theo mật độ hạt tải nhanh hơn. Điều này gợi ý rằng với giá trị  $q$  lớn, hằng số điện môi nền không đồng nhất có ảnh hưởng mạnh hơn ở mật độ hạt tải thấp, nhưng ảnh hưởng này giảm nhanh hơn khi mật độ tăng.

Tiếp theo, ta nghiên cứu sự phụ thuộc của điện trở Coulomb drag trong DBLG vào nhiệt độ. **Hình 4** biểu diễn điện trở Coulomb drag  $\rho_D$  như một hàm theo nhiệt độ với mật độ hạt tải  $n_1 = n_2 = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  với các khoảng cách lớp khác nhau:  $d = 1 \text{ nm}$ ,  $2 \text{ nm}$ , (Hình 3a) và  $d = 5 \text{ nm}$ ,  $10 \text{ nm}$  (Hình 4b). Ở cả hai đồ thị, điện trở Coulomb drag  $\rho_D$  tăng khi nhiệt độ tăng. Đối với các khoảng cách nhỏ hơn (Hình 4a),  $\rho_D$  có giá trị cao hơn và tăng mạnh khi  $T > 0,2T_F$ .



**Hình 4.** Điện trở Coulomb drag phụ thuộc vào nhiệt độ ở mật độ hạt tải  $n_1 = n_2 = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  với một vài khoảng cách lớp  $d = 1 \text{ nm}, 2 \text{ nm}, 5 \text{ nm}$  và  $10 \text{ nm}$

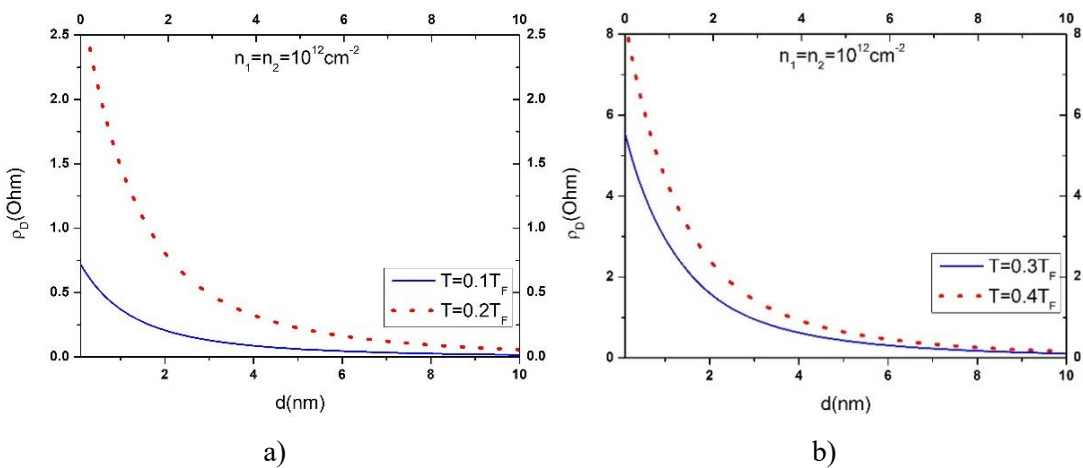
Đặc biệt, khi  $d = 1 \text{ nm}$ ,  $\rho_D$  tăng nhanh hơn so với  $d = 2 \text{ nm}$ , chứng tỏ rằng tương tác Coulomb giữa hai lớp BLG mạnh hơn ở khoảng cách nhỏ. Điều này hoàn toàn phù hợp với kết quả khảo sát hằng số điện môi hiệu dụng ở trên. Ở khoảng cách lớn hơn (Hình 3b),  $\rho_D$  có giá trị nhỏ hơn đáng kể. Khi  $d = 5 \text{ nm}$ , điện trở Coulomb drag vẫn có sự tăng tuyến tính khi nhiệt độ tăng, nhưng với tốc độ chậm hơn so với các khoảng cách nhỏ hơn. Khi  $d = 10 \text{ nm}$ ,  $\rho_D$  có giá trị rất thấp và sự tăng theo nhiệt độ diễn ra yếu hơn nhiều, độ dốc của đường biểu diễn giảm đi rõ rệt. Điều này cho thấy rằng khi khoảng cách giữa hai lớp graphene tăng, ảnh hưởng của lực Coulomb giảm dần, dẫn đến điện trở drag thấp hơn. Có thể thấy rằng điện trở Coulomb drag phụ thuộc mạnh vào khoảng cách lớp, với sự suy giảm nhanh của  $\rho_D$  khi  $d$  tăng. Tại  $d \leq 2 \text{ nm}$ , hiệu ứng drag vẫn duy trì đáng kể, trong khi tại  $d = 10 \text{ nm}$ , giá trị điện trở Coulomb drag rất nhỏ, hiệu ứng này gần như bị triệt tiêu.



**Hình 5.** Điện trở Coulomb drag phụ thuộc vào nhiệt độ ở mật độ hạt tải  $n_1 = n_2 = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ , với hằng số điện môi nền đồng nhất và không đồng nhất ở hai khoảng cách lớp  $d = 1 \text{ nm}$  và  $d = 5 \text{ nm}$

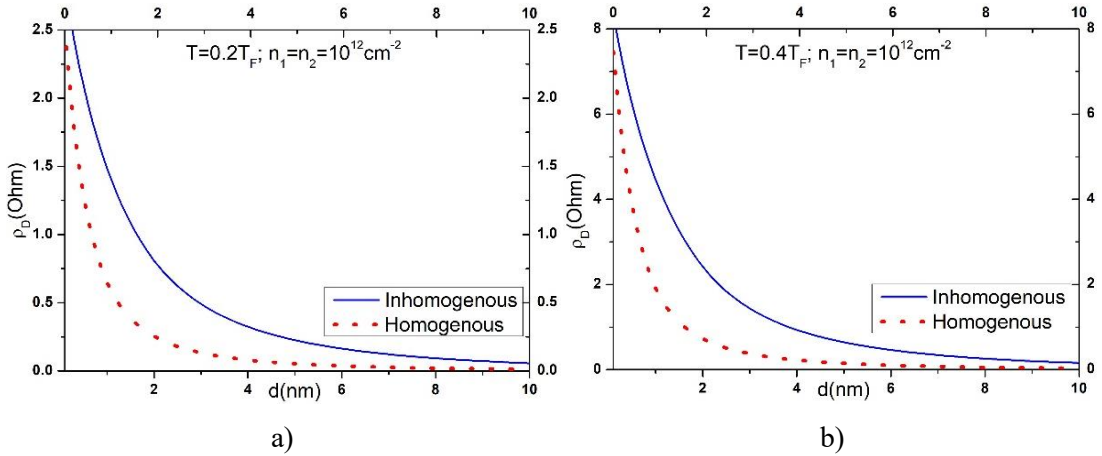
Để xem xét ảnh hưởng của sự không đồng nhất của hằng số điện môi nền lên điện trở Coulomb drag, **Hình 5** biểu diễn  $\rho_D$  vào nhiệt độ với mật độ hạt tải  $n_1 = n_2 = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ , xét trong hai trường hợp hằng số điện môi nền đồng nhất và không đồng nhất với hai khoảng cách lớp  $d = 1 \text{ nm}$  (Hình 5a) và  $d = 5 \text{ nm}$  (Hình 5b). Trong cả hai trường hợp,  $\rho_D$  tăng khi nhiệt độ tăng, cho thấy các điện tử có năng lượng lớn (ở nhiệt độ cao hơn) tham gia trao đổi xung lượng mạnh hơn. Ở khoảng cách nhỏ hơn,  $d = 1 \text{ nm}$ ,  $\rho_D$  có giá trị lớn nhiều so với trường hợp  $d = 5 \text{ nm}$  và ở cả hai giá trị của khoảng cách lớp, sự không đồng nhất của hằng số điện môi nền làm gia tăng đáng kể giá trị điện trở Coulomb drag trong hệ. Điều này là do, đối với hệ có điện môi không đồng nhất, hằng số điện môi hiệu dụng có giá trị nhỏ hơn nhiều so với hệ đồng nhất. Do đó, sự tương tác giữa các điện tử ở hai lớp BLG trong hệ xảy ra với cường độ lớn hơn. Kết quả là điện trở Coulomb drag nhận giá trị lớn hơn. Thêm vào đó, khi nhiệt độ tăng, khoảng cách lớp trở thành yếu tố chủ yếu quyết định sự suy giảm của Coulomb drag hơn là bản chất đồng nhất hay không đồng nhất của hằng số điện môi nền.

Để hiểu rõ hơn ảnh hưởng của khoảng cách lớp lên điện trở Coulomb drag, **Hình 6** biểu diễn sự phụ thuộc của điện trở Coulomb drag  $\rho_D$  vào khoảng cách lớp  $d$  trong hệ với mật độ hạt tải  $n_1 = n_2 = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$  tại các nhiệt độ khác nhau. Kết quả cho thấy,  $\rho_D$  giảm khi khoảng cách giữa hai lớp BLG tăng, phản ánh sự suy giảm mạnh của tương tác Coulomb khi hai lớp ở xa nhau hơn. Ở khoảng cách rất nhỏ ( $d < 2 \text{ nm}$ ),  $\rho_D$  có giá trị lớn và sự suy giảm theo  $d$  diễn ra nhanh. Khi  $d > 5 \text{ nm}$ , sự suy giảm của  $\rho_D$  trở nên chậm hơn, cho thấy rằng ở khoảng cách lớn, tương tác Coulomb trở nên yếu hơn đáng kể. Sự khác biệt giữa các mức nhiệt độ thể hiện rõ khi so sánh các đường cong trong từng đồ thị. Ở cùng một khoảng cách  $d$ ,  $\rho_D$  luôn có giá trị lớn hơn ở nhiệt độ cao hơn. Khi nhiệt độ tăng, mức độ suy giảm của  $\rho_D$  theo khoảng cách lớp vẫn duy trì nhưng giá trị tổng thể của  $\rho_D$  cao hơn. Điều này cho thấy rằng ở nhiệt độ cao, dù khoảng cách lớp có tăng, hiệu ứng Coulomb drag vẫn duy trì mạnh hơn so với nhiệt độ thấp. Điều này cho thấy, trong miền nhiệt độ khảo sát, ảnh hưởng của nhiệt độ lên điện trở Coulomb drag yếu hơn so với ảnh hưởng của khoảng cách lớp lên đại lượng này.



**Hình 6. Điện trở Coulomb drag như một hàm theo khoảng cách lớp ở mật độ hạt tải  $n_1 = n_2 = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ , tại các nhiệt độ khác nhau  $T = 0,1T_F; 0,2T_F; 0,3T_F$  và  $0,4T_F$**

**Hình 7** biểu diễn sự phụ thuộc của điện trở Coulomb drag  $\rho_D$  vào khoảng cách lớp  $d$  trong hệ với mật độ hạt tải  $n_1 = n_2 = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ , xét trong hai trường hợp hằng số điện môi nền đồng nhất và không đồng nhất tại hai nhiệt độ khác nhau:  $T = 0,2T_F$  (Hình 7a) và  $T = 0,4T_F$  (Hình 7b).

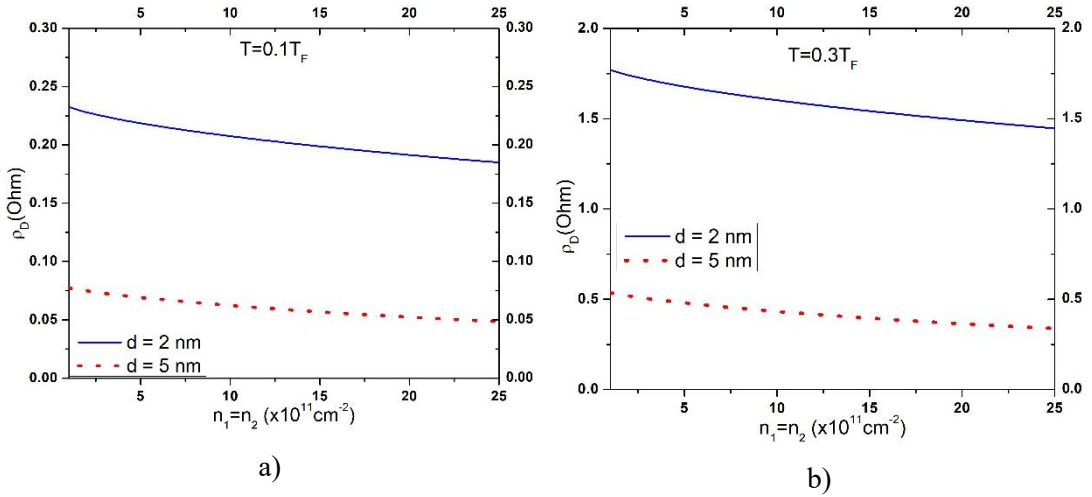


**Hình 7. Điện trở Coulomb drag như một hàm theo khoảng cách lớp ở mật độ hạt tải**

$n_1 = n_2 = 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ , tại các nhiệt độ khác nhau  $T = 0,2T_F$  và  $0,4T_F$   
với hằng số điện môi nền đồng nhất và không đồng nhất

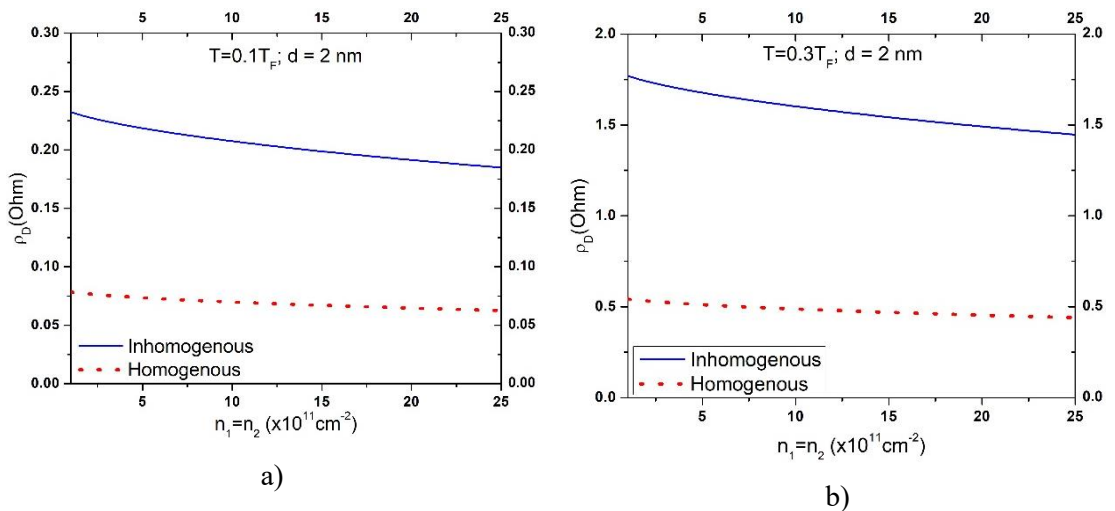
Ở cả hai nhiệt độ khảo sát,  $\rho_D$  giảm khi khoảng cách lớp tăng. Điều này cho thấy rằng khi hai lớp graphene ở xa nhau hơn, tương tác Coulomb suy yếu nhanh chóng, xảy ra hoàn toàn tương tự cho cả trường hợp hằng số điện môi nền đồng nhất và không đồng nhất. Tuy nhiên, vẫn tồn tại sự khác biệt đáng kể giữa giá trị điện trở Coulomb drag trong hai trường hợp ứng với cùng một giá trị nhiệt độ và khoảng cách lớp. Sự khác biệt có thể nhận thấy rõ ràng nhất trong khoảng giá trị  $d = 2 \text{ nm} \div 4 \text{ nm}$ . Ở khoảng cách đủ nhỏ hoặc lớn ( $d > 6 \text{ nm}$ ) hoặc đủ nhỏ ( $d < 1 \text{ nm}$ ), giá trị  $\rho_D$  trong cả hai trường hợp gần như hội tụ về cùng một giá trị. Khi đó, sự khác biệt về hằng số điện môi nền không còn có ảnh hưởng đáng kể đến Coulomb drag.

**Hình 8** biểu diễn sự phụ thuộc của điện trở Coulomb drag  $\rho_D$  vào mật độ hạt tải  $n_1 = n_2$  trong hệ khảo sát tại hai nhiệt độ khác nhau:  $T = 0,1T_F$  (Hình 8a) và  $T = 0,3T_F$  (Hình 8b), với hai khoảng cách lớp  $d = 2 \text{ nm}$  và  $d = 5 \text{ nm}$ . Ở cả hai nhiệt độ,  $\rho_D$  giảm khi mật độ hạt tải tăng, cho thấy rằng khi mật độ hạt tải cao hơn, sự tán xạ Coulomb giữa hai lớp graphene giảm do hiệu ứng che chắn điện môi mạnh hơn. Khi khoảng cách lớp nhỏ ( $d = 2 \text{ nm}$ ),  $\rho_D$  luôn có giá trị lớn hơn đáng kể so với trường hợp  $d = 5 \text{ nm}$ , phản ánh tác động mạnh mẽ của tương tác Coulomb khi hai lớp graphene ở gần nhau. Ở nhiệt độ thấp ( $T = 0,1T_F$ , Hình 8a), giá trị  $\rho_D$  tương đối nhỏ và có xu hướng giảm dần khi mật độ hạt tải tăng, nhưng tốc độ giảm chậm hơn so với trường hợp nhiệt độ cao. Khi nhiệt độ tăng lên  $T = 0,3T_F$  (Hình 8b), giá trị  $\rho_D$  tăng mạnh, đặc biệt ở khoảng cách lớp nhỏ, cho thấy rằng ở nhiệt độ cao hơn, hiệu ứng Coulomb drag trở nên mạnh hơn do sự gia tăng của các dao động nhiệt và tán xạ giữa các lớp. Khi mật độ hạt tải tăng từ  $10^{11} \text{ cm}^{-2}$  lên  $2,5 \times 10^{12} \text{ cm}^{-2}$ , điện trở Coulomb drag trong hệ giảm khoảng 15% ứng với các khoảng cách và nhiệt độ được chọn.



**Hình 8. Điện trở Coulomb drag như một hàm theo mật độ hạt tải tại các nhiệt độ khác nhau  $T = 0,1T_F$  và  $0,3T_F$  với hai khoảng cách lớp khác nhau  $d = 2nm$  và  $d = 5nm$**

Cuối cùng, để xem xét sự ảnh hưởng kết hợp giữa mật độ hạt tải và sự không đồng nhất của hằng số điện môi nền lên điện trở Coulomb drag, **Hình 9** biểu diễn điện trở Coulomb drag  $\rho_D$  như một hàm số của mật độ hạt tải  $n_1 = n_2$  trong hệ tại hai nhiệt độ khác nhau:  $T = 0,1T_F$  (Hình 9a) và  $T = 0,3T_F$  (Hình 9b), với khoảng cách giữa hai lớp xác định  $d = 2nm$ , xét trong hai trường hợp hằng số điện môi nền đồng nhất và không đồng nhất. Đồ thị cho thấy, sự không đồng nhất của hằng số điện môi nền không làm thay đổi đáng kể phụ thuộc của điện trở Coulomb drag vào mật độ hạt tải. Ở cả hai nhiệt độ được chọn, mặc dù điện trở Coulomb drag giảm khi mật độ tăng do hiệu ứng chắn nhưng với mức độ khác nhau. Khi mật độ hạt tải giảm, đồ thị  $\rho_D$  trong trường hợp hằng số điện môi nền không đồng nhất nhận giá trị lớn hơn nhưng lại giảm nhanh hơn, đồ thị có độ dốc lớn hơn. Có thể nói rằng, sự không đồng nhất của hằng số điện môi nền làm gia tăng ảnh hưởng của mật độ hạt tải lên điện trở Coulomb drag giữa hai lớp.



**Hình 9. Điện trở Coulomb drag như một hàm theo mật độ hạt tải tại các nhiệt độ khác nhau  $T = 0,1T_F$  và  $0,3T_F$  với khoảng cách lớp  $d = 2nm$ , hằng số điện môi nền đồng nhất và không đồng nhất**

## 5. Kết luận

Các kết quả nghiên cứu cho thấy điện trở Coulomb drag trong lớp đôi graphene lớp kép phụ thuộc mạnh vào khoảng cách giữa hai lớp, nhiệt độ, mật độ hạt tải và hằng số điện môi nền. Khi khoảng cách lớp tăng, tương tác Coulomb suy yếu nhanh chóng, dẫn đến sự giảm mạnh của  $\rho_D$ . Ở nhiệt độ cao, Coulomb drag tăng do sự gia tăng của các điện tử có năng lượng cao, tương tác mạnh, đặc biệt khi khoảng cách lớp nhỏ. Mật độ hạt tải cao làm giảm  $\rho_D$  do hiệu ứng che chắn điện môi mạnh hơn, trong khi ở mật độ thấp, hiệu ứng Coulomb drag rõ rệt hơn. Hằng số điện môi nền không đồng nhất luôn làm tăng  $\rho_D$  so với điện môi đồng nhất, đặc biệt ở nhiệt độ cao và khoảng cách lớp nhỏ. Sự chênh lệch giữa hai trường hợp điện môi thu hẹp khi khoảng cách lớp hoặc mật độ hạt tải tăng. Nhìn chung, việc kiểm soát các yếu tố này có thể giúp điều chỉnh hiệu ứng Coulomb drag trong các ứng dụng dựa trên graphene hai lớp.

### Tài liệu tham khảo

- Amorim, B., & Peres, N. M. R. (2012). On Coulomb drag in double layer systems. *Journal of Physics: Condensed Matter*, 24(33), 335602. <https://doi.org/10.1088/0953-8984/24/33/335602>
- Arora, P., Singh, G., & Moudgil, R. K. (2018). Dynamic correlation effects on drag resistivity of a symmetric electron-electron bilayer. *The European Physical Journal B*, 91(8), 1–7. <https://doi.org/10.1140/epjb/e2018-90127-4>
- Asgari, R., Tanatar, B., & Davoudi, B. (2008). Comparative study of screened interlayer interactions in the Coulomb drag effect in bilayer electron systems. *Physical Review B*, 77(11), 115301. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.77.115301>
- Badalyan, S. M., & Peeters, F. M. (2012a). Effect of nonhomogenous dielectric background on the plasmon modes in graphene double-layer structures at finite temperatures. *Physical Review B*, 85(19), 195444. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.85.195444>
- Badalyan, S. M., & Peeters, F. M. (2012b). Enhancement of Coulomb drag in double-layer graphene structures by plasmons and dielectric background inhomogeneity. *Physical Review B*, 86(12), 121405(R). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.86.121405>
- Carrega, M., Tudorovskiy, T., Principi, A., Katsnelson, M. I., & Polini, M. (2012). Theory of Coulomb drag for massless Dirac fermions. *New Journal of Physics*, 14(6), 063033. <https://doi.org/10.1088/1367-2630/14/6/063033>
- Das Sarma, S., Hwang, E. H., & Rossi, E. (2010). Theory of carrier transport in bilayer graphene. *Physical Review B*, 81(16), 161407(R). <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.81.161407>
- Flensberg, K., Hu, B. Y.-K., Jauho, A.-P., & Kinaret, J. M. (1995). Linear-response theory of Coulomb drag in coupled electron systems. *Physical Review B*, 52(20), 14761. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.52.14761>
- Geim, A. K., & Novoselov, K. S. (2007). The rise of graphene. *Nature Materials*, 6(3), 183–191. <https://doi.org/10.1038/nmat1849>
- Ho, D. Y. H., Yudhistira, I., Hu, B. Y.-K., & Adam, S. (2018). Theory of Coulomb drag in spatially inhomogeneous 2D materials. *Communications Physics*, 1(1), 41. <https://doi.org/10.1038/s42005-018-0039-y>
- Hwang, E. H., & Das Sarma, S. (2007). Dielectric function, screening, and plasmons in two-dimensional graphene. *Physical Review B*, 75(20), 205418. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.75.205418>
- Hwang, E. H., & Das Sarma, S. (2009). Plasmon modes of spatially separated double-layer graphene. *Physical Review B*, 80(20), 205405. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.80.205405>
- Hwang, E. H., Sensarma, R., & Das Sarma, S. (2011). Coulomb drag in monolayer and bilayer

- graphene. *Physical Review B*, 84(24), 245441. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.84.245441>
- Narozhny, B. N., & Levchenko, A. (2016). Coulomb drag. *Reviews of Modern Physics*, 88(2), 025003. <https://doi.org/10.1103/RevModPhys.88.025003>
- Nguyen, V. M. (2020). Coulomb bare interactions in inhomogeneous 4-layer graphene structures. *Physics Letters A*, 384(29), 126777. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2020.126777>
- Nguyen, V. M., & Dong, T. K. P. (2020). Plasmon modes in double-layer gapped graphene at zero temperature. *Physics Letters A*, 384(10), 126221. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2019.126221>
- Nguyen, V. M., & Dong, T. K. P. (2021). Temperature effects on plasmon modes in double-bilayer graphene structures. *Solid State Communications*, 334–335, 114398. <https://doi.org/10.1016/j.ssc.2021.114398>
- Nguyen, V. M., Nguyen, Q. K., & Dong, T. K. P. (2019). Plasmon modes in double bilayer graphene heterostructures. *Solid State Communications*, 294, 43–48. <https://doi.org/10.1016/j.ssc.2019.03.008>
- Politano, A., Chiarello, G., & Spinella, C. (2017). Plasmon spectroscopy of graphene and other two-dimensional materials with transmission electron microscopy. *Materials Science in Semiconductor Processing*, 65, 88–99. <https://doi.org/10.1016/j.mssp.2016.05.002>
- Politano, A., Wang, L., & Chiarello, G. (2018). Insight on thermally activated hydrocarbon dehydrogenation on the Pt3Ni(111) surface: From adsorbed hydrocarbons up to graphene formation. *The Journal of Physical Chemistry C*, 122(7), 3885–3892. <https://doi.org/10.1021/acs.jpcc.7b11102>
- Principi, A., Asgari, R., & Polini, M. (2011). Acoustic plasmons and composite hole-acoustic plasmon satellite bands in graphene on a metal gate. *Solid State Communications*, 151(21), 1627–1630. <https://doi.org/10.1016/j.ssc.2011.07.015>
- Principi, A., Carrega, M., Asgari, R., Pellegrini, V., & Polini, M. (2012). Plasmons and Coulomb drag in Dirac/Schrödinger hybrid electron systems. *Physical Review B*, 86(8), 085421. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.86.085421>
- Ryzhii, V., Dubinov, A. A., Aleshkin, V. Ya., Ryzhii, M., & Otsuji, T. (2013). Injection terahertz laser using the resonant inter-layer radiative transitions in double-graphene-layer structure. *Applied Physics Letters*, 103(16), 163507. <https://doi.org/10.1063/1.4826113>
- Sensarma, R., Hwang, E. H., & Das Sarma, S. (2011). Dynamic screening and low energy collective modes in bilayer graphene. *Physical Review B*, 82, 195428. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.82.195428>
- Stauber, T., & Gómez-Santos, G. (2012). Plasmons and near-field amplification in double-layer graphene. *Physical Review B*, 85(7), 075410. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.85.075410>
- Upadhyay, S. K., & Saini, L. K. (2020). Coulomb drag study in electron-electron bilayer system with a dielectric medium. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 124, 114350. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2020.114350>
- Upadhyay, S. K., & Saini, L. K. (2021). Coulomb drag study in graphene/GaAs bilayer system with the effect of local field correction and dielectric medium. *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 127, 114484. <https://doi.org/10.1016/j.physe.2020.114484>
- Vazifeshenas, T., Amlaki, T., Farmanbar, M., & Parhizgar, F. (2010). Temperature effect on plasmon dispersions in double-layer graphene systems. *Physics Letters A*, 374(48), 4899–4903. <https://doi.org/10.1016/j.physleta.2010.10.026>
- Zhu, J.-J., Badalyan, S. M., & Peeters, F. M. (2013). Plasmonic excitations in Coulomb-coupled N-layer graphene structures. *Physical Review B*, 87, 085401. <https://doi.org/10.1103/PhysRevB.87.085401>