



TẠP CHÍ KHOA HỌC ĐẠI HỌC ĐỒNG THÁP

Dong Thap University Journal of Science

Số Đặc biệt Hội nghị Khoa học tự nhiên

Đồng bằng sông Cửu Long lần IV

ISSN 0866-7675 | e-ISSN 2815-567X



DOI: <https://doi.org/10.52714/dthu.14.04S.2025.1595>

DẠY HỌC PHƯƠNG TRÌNH THAM SỐ CỦA ĐƯỜNG THẲNG TRONG KHÔNG GIAN BẰNG MÔ HÌNH TOULMIN TÍCH HỢP VỚI SUY LUẬN TƯƠNG TỰ

Nguyễn Huỳnh Trọng Đức^{1*}, Lê Viết Minh Triết² và Nguyễn Phú Lộc²

¹*Nghiên cứu sinh, Trường Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ, Việt Nam*

²*Trường Sư phạm, Trường Đại học Cần Thơ, Việt Nam*

**Tác giả liên hệ, Email: ducnguyenhuynhtrong@gmail.com*

Lịch sử bài báo

Ngày nhận: 02/6/2025; Ngày nhận chỉnh sửa: 24/7/2025; Ngày duyệt đăng: 04/8/2025

Tóm tắt

Trên cơ sở nghiên cứu các tài liệu lý luận về năng lực tư duy và lập luận toán học, các phương pháp dạy học môn Toán, cũng như yêu cầu cần đạt trong dạy học chủ đề “Phương pháp tọa độ trong không gian” theo chương trình giáo dục phổ thông hiện hành, nghiên cứu này đề xuất một giải pháp sư phạm nhằm tổ chức hoạt động dạy học chủ đề “Phương trình tham số của đường thẳng” (Toán 12) theo định hướng phát triển năng lực. Thông qua kế hoạch bài dạy rõ ràng cùng bộ tiêu chí đánh giá chi tiết, nghiên cứu thể hiện tiềm năng của việc tích hợp này trong việc bồi dưỡng năng lực luận toán học cho học sinh khi chuyển đổi nhận thức về “Phương trình tham số của đường thẳng” từ hai chiều sang ba chiều. Dù chưa được kiểm chứng thông qua thực nghiệm sư phạm, phương pháp tiếp cận này cung cấp cho giáo viên một quy trình dạy học có cơ sở lý luận chặt chẽ, góp phần hỗ trợ quá trình bồi dưỡng năng lực lập luận toán học cho học sinh. Trong thời gian tới, cần tiến hành thực nghiệm sư phạm để kiểm chứng hiệu quả của mô hình, đồng thời xem xét điều chỉnh, mở rộng áp dụng sang các chủ đề toán học khác.

Từ khóa: *Dạy học hình học, Mô hình lập luận của Toulmin, Năng lực lập luận, Phương trình tham số của đường thẳng, Suy luận tương tự.*

Trích dẫn: Nguyễn, H. T. Đ., Lê, V. M. T., & Nguyễn, P. L. (2025). Dạy học phương trình tham số của đường thẳng trong không gian bằng mô hình Toulmin tích hợp với suy luận tương tự. *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp*, 14(04S), 312-327. <https://doi.org/10.52714/dthu.14.04S.2025.1595>

Copyright © 2025 The author(s). This work is licensed under a CC BY-NC 4.0 License.

TEACHING PARAMETRIC EQUATIONS OF A LINE IN SPACE USING TOULMIN'S MODEL INTEGRATED WITH ANALOGICAL REASONING

Nguyen Huynh Trong Duc^{1*}, Le Viet Minh Triet², and Nguyen Phu Loc²

¹PhD Candidate, School of Education, Can Tho University, Vietnam

²School of Education, Can Tho University, Vietnam

**Corresponding author, Email: ducnguyenhuynhtrong@gmail.com*

Article history

Received: 02/6/2025; Received in revised form: 24/7/2025; Accepted: 04/8/2025

Abstract

Reviewing relevant documents on reasoning abilities, teaching methods, and the requirements to teaching the topic "Coordinate method in space" under the current general education program, this study proposes a pedagogical solution to organize teaching activities on the topic "Parametric equations of a straight line" (Math 12) towards developing ability. On a clear lesson plan and a set of detailed assessment criteria, the study demonstrates the potential of this integration in fostering students' mathematical reasoning ability when transforming their perception of "Parametric equations of a straight line" from two dimensions to three dimensions. Although experiments have not been conducted, this approach provides teachers with a teaching process with a solid theoretical basis, contributing to supporting the process of fostering students' mathematical reasoning ability. However, it is necessary to conduct pedagogical experiments to verify the effectiveness of the model, and at the same time consider adjusting and expanding its application to other mathematical topics.

Keywords: *Analogical reasoning, Argumentation ability, Parametric equations of a line, Teaching geometry, Toulmin's argument model.*

1. Giới thiệu

Trong bối cảnh đổi mới giáo dục toán học theo định hướng phát triển năng lực (Bộ Giáo dục và Đào tạo, 2018), việc rèn luyện năng lực lập luận toán học cho học sinh (HS) được xem là một yêu cầu cấp thiết. Mô hình lập luận của Toulmin (TAM) (Toulmin, 2003) là một mô hình đã được chứng minh hiệu quả trong việc bồi dưỡng năng lực lập luận toán học cho HS trong nhiều môi trường giáo dục khác nhau (Toulmin, 2003; Adal, 2023; Urhan & Zengin, 2023). Trong nghiên cứu của Bredow và Knipping (2022), TAM được sử dụng như một công cụ để phân tích cách HS lập luận toán học, đặc biệt trong quá trình chuyển từ số học sang đại số. Trong khi đó, nghiên cứu của Komatsu và Jones (2022), TAM được vận dụng như một công cụ phân tích cấu trúc nhằm mô tả lập luận của HS khi đưa ra và xử lý phản ví dụ, từ đó xây dựng giả thuyết mới trong quá trình chứng minh. Và Katz & cs. (2022) đã ứng dụng TAM giúp sinh viên kết nối lập luận toán học với các hình thức tư duy khác và hỗ trợ chuyển giao theo cả hai hướng, đồng thời tích hợp TAM vào các khóa học dành cho sinh viên chuyên ngành toán học. Tuy vậy, tại Việt Nam, việc khai thác tiềm năng của TAM, đặc biệt khi kết hợp với suy luận tương tự trong giảng dạy hình học không gian, vẫn còn là một hướng nghiên cứu mới cần được tiếp tục nghiên cứu và phát triển.

Bài báo này trình bày một nghiên cứu lý thuyết nhằm đề xuất quy trình dạy học tích hợp TAM với suy luận tương tự cho chủ đề “Phương trình tham số của đường thẳng” - một nội dung quan trọng trong Toán 12. Dựa trên cơ sở lý luận từ các công trình của Toulmin (2003) về cấu trúc lập luận và Gentner (1983) về lý thuyết cấu trúc tương ứng trong suy luận tương tự, chúng tôi xây dựng:

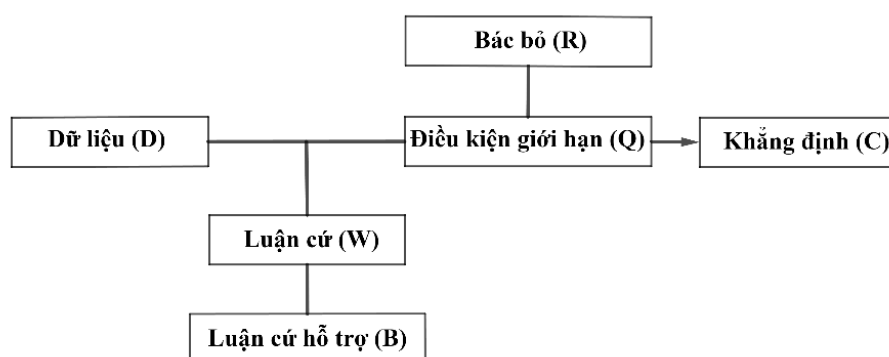
- (1) Khung lý thuyết tích hợp 6 thành phần TAM (Claim, Data, Warrant, Backing, Rebuttal, Qualifier) với cấu trúc tương ứng “nguồn-đích”;
- (2) Kế hoạch bài dạy chủ đề “Phương trình tham số của đường thẳng” - Toán 12 - với các hoạt động học tập được thiết kế chi tiết;
- (3) Công cụ đánh giá được chất lượng lập luận toán học của HS trong các hoạt động học.

2. Tổng quan lý thuyết

2.1. Mô hình lập luận Toulmin (TAM)

Thành phần của TAM: Mô hình lập luận Toulmin (Toulmin’s Argumentation Model - TAM) được phát triển bởi nhà triết học Stephen Toulmin, mô hình này được thiết kế nhằm phản ánh cách con người lập luận trong các tình huống thực tiễn khi thuyết phục người khác. Theo Toulmin (2003), một lập luận đầy đủ bao gồm 6 thành phần chính (xem Hình 1): (1) Claim (C)- Khẳng định: là khẳng định, là tuyên bố chính, là quan điểm muốn chứng minh hoặc thuyết phục người khác. Nó có được trên cơ sở dữ liệu đã cho và trả lời cho câu hỏi “Chúng mình cái gì?”; (2) Data (D)- Dữ liệu: là những thông tin, sự kiện xuất phát làm căn cứ cho lập luận, từ đó suy ra kết luận. Nó là cơ sở cho khẳng định (Claim) và trả lời cho câu hỏi “Chúng mình bằng cái gì?”; (3) Warrant (W)-Luận cứ: là những giả định, nguyên tắc, hoặc quy tắc ẩn đằng sau việc sử dụng các dẫn chứng để kết luận từ Data đến Claim. Luận cứ có nhiệm vụ như là cầu nối, dẫn dắt đi từ dữ liệu (Data) đến khẳng định (Claim); (4) Backing (B)-Luận cứ hỗ trợ: là những thông tin bổ sung, dẫn chứng hoặc lập luận để hỗ trợ cho luận cứ. Luận cứ hỗ trợ được sử dụng trong trường hợp luận cứ ban đầu chưa đủ sức thuyết phục; (5) Rebuttal (R)- Bác bỏ: là việc đưa ra các luận điểm phản đối, chỉ ra những hạn chế hoặc điểm yếu trong lập luận. Đây không phải là sự tự mâu thuẫn của người lập luận mà thể hiện sự toàn diện của lập luận. Nó còn có tác dụng giúp người lập luận tìm kiếm thêm nhiều luận cứ bổ sung mới, cung cấp cho bài lập luận hoàn chỉnh; (6) Qualifier (Q)- Điều kiện giới hạn: Điều kiện giới hạn chỉ ra mức độ chắc chắn hoặc phạm vi của kết luận, thường được biểu thị bằng những từ như:

“chắc chắn”, “gần như chắc chắn”, “có thể”, “có lẽ”, “không thể”, “hiếm có thể xảy ra”, ... Điều kiện giới hạn và bác bỏ là hai yếu tố có tính bổ trợ cho nhau để tạo nên tính chặt chẽ, hợp lý cho một lập luận.



Hình 1. Sơ đồ TAM 6 thành phần

Nguồn: Toulmin (2003)

Với cấu trúc gồm sáu thành phần, TAM là một công cụ hiệu quả trong việc hỗ trợ phân tích quá trình hình thành lập luận toán học của HS. Cụ thể, các tác giả Nguyễn (2021), Knipping (2003), Pedemonte (2018) sử dụng TAM để phân tích quá trình lập luận và chứng minh hình học của HS. Đoàn và Lê (2024) phân tích các yếu tố TAM trong hoạt động tranh luận khoa học. Đặc biệt, các nghiên cứu tích hợp TAM với các phương pháp khác có các nghiên cứu của Trần và Nguyễn (2011), Nguyễn (2015), Hồ (2016). Các tác giả đã phân loại ba kiểu lập luận ngoại suy (đã mã hoá, chưa mã hoá, sáng tạo) và mô tả đặc trưng cấu trúc của từng kiểu bằng TAM. Kết quả thực nghiệm cho thấy phần lớn HS sử dụng lập luận chưa mã hoá và gặp khó khăn trong việc chuyển sang chứng minh suy diễn, trong khi những HS sử dụng lập luận đã mã hoá có khả năng chuyển đổi dễ dàng hơn.

Quy trình vận hành TAM: TAM cung cấp cho GV và HS một quy trình để xây dựng ý tưởng và phát triển các lập luận của mình một cách có hệ thống logic, thuyết phục và toàn diện (Yang & Pan, 2023). Quá trình sau đây là các bước cụ thể vận dụng TAM khi lập luận:

Bước 1. Tuyên bố một Khẳng định (C): Người lập luận bắt đầu với một tuyên bố mà họ muốn chứng minh, hoặc muốn thuyết phục người khác.

Bước 2. Xác định Dữ liệu (D): Người lập luận thu thập thông tin làm cơ sở cho khẳng định.

Bước 3. Thiết lập Luận cứ (W): Dựa trên D, người lập luận xây dựng các lý lẽ hoặc nguyên tắc chung để kết nối dữ liệu với kết luận.

Bước 4. Cung cấp Luận cứ hỗ trợ (B): Để tăng cường sức mạnh cho luận cứ, người lập luận đưa ra các bằng chứng hoặc lý lẽ hỗ trợ.

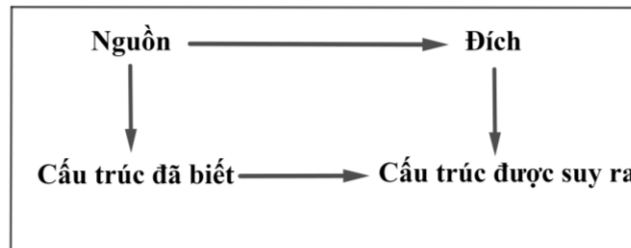
Bước 5. Xem xét Phản bác (R): Người lập luận dự đoán và xem xét các trường hợp có thể làm suy yếu hoặc bác bỏ kết luận của mình.

Bước 6. Đưa ra Điều kiện giới hạn (Q): Dựa trên các yếu tố trên, người lập luận điều chỉnh mức độ chắc chắn của kết luận bằng cách sử dụng các từ ngữ như “thường thì”, “có thể”, hoặc “chắc chắn”. Điều này giúp lập luận trở nên thận trọng và chính xác.

Bên cạnh việc giúp phát triển lập luận hiệu quả, quy trình này còn cho phép phân tích và đánh giá lập luận của người khác một cách toàn diện và khách quan.

2.2. Suy luận tương tự

Về suy luận tương tự (analogical reasoning), theo Nguyễn (2010) “ A, B có các dấu hiệu $P_1, P_2, \dots, P_n$ và A có dấu hiệu P_{n+1} suy ra B có dấu hiệu P_{n+1} ”. Còn theo quan điểm của Gentner (1983) về lý thuyết cấu trúc tương ứng trong suy luận tương tự, cho rằng “suy luận tương tự là một tương ứng từ một cấu trúc (nguồn) đến một cấu trúc khác (đích)”. Hình 2 minh họa quá trình suy luận tương tự như một phép tương ứng cấu trúc từ một tình huống đã biết (nguồn) sang một tình huống mới (đích). Trong tình huống dạy học hình học giải tích trong không gian, cách tiếp cận này giúp HS chuyển giao kiến thức từ mặt phẳng sang không gian một cách logic và có thể tích hợp hiệu quả vào TAM như một nguồn dữ liệu (D) của lập luận (Karbach, 1987).



Hình 2. Biểu đồ Cấu trúc tương ứng trong suy luận tương tự của Gentner (1983)

Nguồn: Daugherty và Mentzer (2008)

2.3. Tích hợp TAM với suy luận tương tự

Các thành phần của TAM khi kết hợp với suy luận tương tự bao gồm (Xem Bảng 1):

- *Thành phần C*: Đây là kiến thức mới (kiến thức đích) mà HS “dự đoán” từ đối tượng quen thuộc bằng suy luận tương tự. Ví dụ: Phương trình tham số của đường thẳng trong $Oxyz$ có dạng mở rộng từ Oxy .

- *Thành phần D*: Đây là thông tin nguồn quen thuộc đã biết và được sử dụng để làm cơ sở cho suy luận tương tự. Ví dụ: phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng Oxy .

- *Thành phần W*: Trong suy luận tương tự, luận cứ thể hiện lý do tại sao đối tượng quen thuộc và đối tượng mới có thể so sánh và chuyển hóa cho nhau. Ví dụ: Đường thẳng trong không gian $Oxyz$ có thêm chiều không gian z , nhưng bản chất đường thẳng trong mặt phẳng Oxy và $Oxyz$ đều được xác định duy nhất khi biết một điểm nằm trên đường thẳng và vector chỉ phương của nó.

- *Thành phần B*: Đây là những lý thuyết hoặc kiến thức bổ sung đã được biết đến, giúp hỗ trợ và làm rõ cho W. Nó cung cấp chứng cứ khoa học giúp HS hiểu tại sao sự tương tự là hợp lý, không chỉ đơn thuần do trực giác. Ví dụ: Lý thuyết về vector và biểu diễn đường thẳng trong không gian.

- *Thành phần R*: Suy luận tương tự thường mang tính “bắc cầu” từ cái quen đến cái lạ, nhưng nếu không xác định rõ các khác biệt bản chất, HS dễ lạm dụng hoặc suy luận tương tự sai. R có vai trò chỉ ra các điều kiện hoặc trường hợp mà khẳng định có thể sai. Ví dụ: nếu hệ thức dạng $x = x_0 + at, y = y_0 + bt, z = z_0 + ct$ với $a = b = c = 0$ thì không là phương trình tham số của một đường thẳng trong không gian $Oxyz$.

- *Thành phần Q*: Suy luận tương tự không đảm bảo tuyệt đối đúng, mà có thể chỉ hợp lý trong một phạm vi nhất định. Thành phần Q chính là điều kiện giới hạn mức độ chắc chắn của khẳng định. Ví dụ: phương trình $x = x_0 + at, y = y_0 + bt, z = z_0 + ct$ là phương trình tham số của một đường thẳng khi a, b, c không đồng thời bằng 0.

Bảng 1. Tích hợp TAM với suy luận tương tự

Thành phần TAM	Vai trò khi kết hợp với suy luận tương tự
C	Là mục tiêu suy luận tương tự từ đối tượng quen thuộc sang đối tượng mới.
D	Dữ liệu là đối tượng nguồn - điểm xuất phát của phép suy luận tương tự.
W	Là phép liên kết logic giữa đối tượng đã biết và đối tượng mới thông qua cấu trúc tương tự.
B	Cung cấp kiến thức nền rộng hơn giúp hiểu tại sao sự tương tự lại hợp lý.
R	Giúp HS không lạm dụng phép tương tự hoặc thấy sự khác biệt nguồn- đích.
Q	Gắn kết giữa mức độ đúng của phép suy luận tương tự và điều kiện áp dụng.

Nguồn: Nhóm tác giả

3. Phương pháp nghiên cứu

Bài báo được thực hiện bằng phương pháp nghiên cứu lí luận, cụ thể như sau: (1) Nghiên cứu nội dung các yêu cầu cần đạt trong Chương trình Giáo dục phổ thông môn toán 2018, kết hợp với sách giáo khoa và sách giáo viên của Toán 10 và Toán 12, nhằm xác định mục tiêu kiến thức, năng lực cần hình thành ở HS trong chủ đề “Phương trình tham số của đường thẳng” và làm cơ sở định hướng cho việc thiết kế bài dạy. (2) Nghiên cứu về TAM: Tìm hiểu cấu trúc lập luận theo TAM và tổng quan các nghiên cứu trước về ứng dụng mô hình này trong dạy học hình học, từ đó xác định vai trò của TAM như một khung lý thuyết và công cụ thiết kế hoạt động học tập. (3) Nghiên cứu lý thuyết cấu trúc tương ứng trong suy luận tương tự của Gentner (1983) làm nền tảng cho việc thiết kế hoạt động dạy học theo hướng suy luận tương tự. (4) Nghiên cứu các thang đo và bộ tiêu chí đánh giá chất lượng lập luận toán học của HS trong các nghiên cứu trước, từ đó đề xuất một bộ tiêu chí phù hợp với đặc thù nội dung bài học và cấu trúc của mô hình TAM.

4. Kết quả và thảo luận

4.1. Biểu hiện của năng lực lập luận toán học

Căn cứ vào các biểu hiện của năng lực tư duy và lập luận toán học cho cấp THPT theo yêu cầu của Chương trình giáo dục phổ thông môn toán 2018, chúng tôi chi tiết hóa biểu hiện của năng lực lập luận khi học chủ đề “Phương trình tham số của đường thẳng” trong Toán 12 cụ thể như sau:

- Biểu hiện 1: Thực hiện được tương đối thành thạo các thao tác tư duy, đặc biệt là phát hiện sự tương đồng và khác biệt trong những tình huống tương đối phức tạp và lí giải được kết quả của việc quan sát. Cụ thể: HS so sánh sự giống và khác nhau giữa phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng (Toán 10) và trong không gian (Toán 12), đưa ra luận cứ lí giải sự giống nhau và khác nhau đó.

- Biểu hiện 2: Sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để nhìn ra những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề. Cụ thể: HS sử dụng suy luận tương tự suy ra phương trình tham số của đường thẳng trong không gian từ phương trình tham số của

đường thẳng trong mặt phẳng, HS sử dụng suy luận suy diễn trong quá trình xây dựng phương trình tham số của đường thẳng trong không gian (ví dụ: điều kiện hai vectơ cùng phương, ...).

- Biểu hiện 3: Nêu và trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề. Giải thích, chứng minh, điều chỉnh được giải pháp thực hiện về phương diện toán học. Cụ thể: HS đặt ra câu hỏi về điều kiện $a = b = c = 0$ thì phương trình có là phương trình tham số của đường thẳng không? Từ đó kiểm tra lại điều kiện hình học, rồi điều chỉnh lời giải phù hợp và giải thích được lý do điều chỉnh.

4.2. Mục tiêu dạy học

Về kiến thức: Hiểu và trình bày cách thiết lập phương trình tham số của đường thẳng trong không gian, nhận dạng được phương trình tham số của đường thẳng trong không gian.

Về năng lực: sau khi học xong HS có thể được bồi dưỡng năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực giải quyết vấn đề toán học, năng lực giao tiếp toán học.

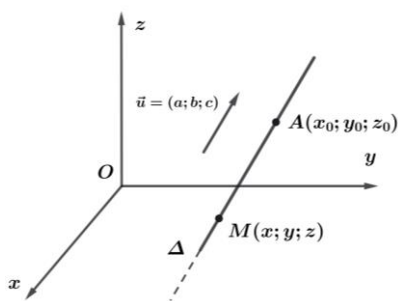
4.3. Khái niệm phương trình tham số của đường thẳng trong sách Toán 12

Trong số bốn bộ sách giáo khoa Toán 12 đã được Bộ Giáo dục và Đào tạo phê duyệt, có hai bộ sách - *Chân trời sáng tạo* và *Cùng khám phá* - đã khai thác yếu tố suy luận tương tự từ phương trình tham số của đường thẳng trong không gian hai chiều (Toán 10) nhằm định hướng HS xây dựng phương trình tham số của đường thẳng trong không gian ba chiều (Toán 12). Tuy nhiên, việc sử dụng suy luận tương tự trong hai bộ sách này mới chỉ dừng lại ở mức độ nêu các câu hỏi gợi mở, chưa thể hiện rõ quá trình dẫn dắt HS triển khai mạch suy luận tương tự một cách có hệ thống để hình thành phương trình tham số của đường thẳng trong không gian. Dù vậy, một điểm chung là tất cả các bộ sách đều tiếp cận khái niệm phương trình tham số của đường thẳng trong không gian thông qua hoạt động xác định điều kiện cần và đủ để một điểm $M(x; y; z)$ thuộc một đường thẳng, với nội dung cụ thể như sau:

Phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng (Oxy) (Đích):

Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(a; b; c)$ (Hình 3). Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \quad (t \in \mathbb{R} \text{ là tham số}). \\ z = z_0 + ct \end{cases}$$

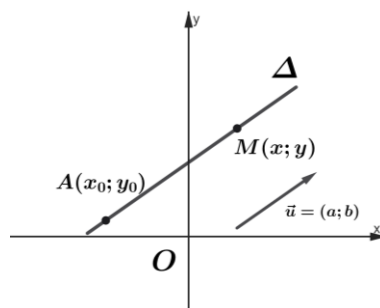


Hình 3. Đường thẳng trong không gian $Oxyz$

Phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng (Oxy) (Nguồn):

Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(a; b)$ (Hình 4). Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \quad (t \in \mathbb{R} \text{ là tham số}). \end{cases}$$



Hình 4. Đường thẳng trong mặt phẳng Oxy

4.4. Phân tích nội dung “Phương trình tham số của đường thẳng” kết hợp TAM và suy luận tương tự

Bảng 2 dưới đây, chúng tôi phân tích các thành phần TAM trong quá trình lập luận từ phương trình tham số của đường thẳng từ Oxy sang $Oxyz$:

Bảng 2. Phân tích nội dung “Phương trình tham số của đường thẳng” theo TAM và suy luận tương tự

Thành phần TAM	Nội dung	Phân tích theo quan điểm của Gentner (1983)
Thành phần C	C1: Phương trình tham số của đường thẳng trong $Oxyz$ có dạng: $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R} \text{ là tham số}).$	- C1: là đích trong suy luận tương tự, HS xây dựng từ nguồn quen thuộc là phương trình tham số của đường thẳng trong Oxy : $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R} \text{ là tham số}).$
Thành phần D	D1: Hình dạng của đường thẳng trong mặt phẳng. D2: Hình dạng của đường thẳng trong mặt phẳng trong không gian. D3: Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(a; b)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R} \text{ là tham số}).$ D4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(a; b; c)$.	- D1, D3 (nguồn): là nền tảng cấu trúc từ khái niệm đã biết (đường thẳng trong mặt phẳng). - D2, D4 (đích): đối tượng mới cần hiểu là đường thẳng trong không gian.
Thành phần W	W1: Nguyên tắc mở rộng từ mặt phẳng Oxy sang không gian $Oxyz$ bằng cách thêm một chiều tọa độ z .	- Đây là tương ứng cấu trúc: từ sự tương tự giữa D1-D2, D3-D4 nên tương tự như phương trình tham số của đường thẳng trong Oxy , mở rộng sang phương trình đường thẳng trong $Oxyz$ bằng cách thêm phương trình $z = z_0 + ct$ vào $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R} \text{ là tham số})$ để xây dựng phương trình tham số của đường thẳng trong $Oxyz$.
Thành phần B	B1: Đường thẳng trong cả Oxy và $Oxyz$ đều được xác định bởi một điểm và một vectơ chỉ phương.	- Đây tập hợp các yếu tố củng cố cho việc chuyển giữa hai miền nguồn và đích, đóng vai trò đảm bảo suy luận tương tự diễn ra chính xác và hợp lý.

B2: Trong không gian $Oxyz$, biểu diễn $\overrightarrow{AM} = t \cdot \vec{u}$. - Đích B2 tương ứng với nguồn là “Trong mặt phẳng Oxy , biểu diễn $\overrightarrow{AM} = t \cdot \vec{u}$ ”.

B3: Kinh nghiệm HS khi học Toán 10 đã từng xây dựng phương trình tham số của đường thẳng.

B4: Kiến thức của HS về $Oxyz$.

Thành phần Q Q1: Trong không gian $Oxyz$, hệ thức $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$ là tham số) là phương trình tham số của đường thẳng Δ khi a, b, c không đồng thời bằng 0. - Đích Q1 tương ứng với nguồn là “Trong mặt phẳng Oxy , hệ thức $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ ($t \in \mathbb{R}$ là tham số) là phương trình tham số của đường thẳng Δ khi a, b không đồng thời bằng 0.

- Nếu miền nguồn là có điều kiện “ a, b không đồng thời bằng 0”, thì miền đích cũng cần thỏa điều kiện tương tự để còn giữ được ý nghĩa hình học. Điều này giúp HS nhận thức rằng suy luận tương tự cần đi kèm kiểm soát điều kiện hợp lệ, chứ không thể máy móc chuyển đổi.

Thành phần R R1: Trường hợp $a = b = c = 0$: phương trình biểu diễn một điểm. - Nếu HS có thể đưa ra phản biện, chứng tỏ các em đã đạt tới mức độ lập luận toán học ở mức tốt. R giúp HS đánh giá giới hạn của mô hình và tránh những sai lầm khi dùng suy luận tương tự.

- Đích R1 tương ứng với nguồn là “Trường hợp $a = b = 0$: phương trình biểu diễn một điểm”.

Nguồn: Nhóm tác giả

4.5. Thiết kế quy trình dạy học “Phương trình tham số của đường thẳng” trong Toán 12 có tích hợp TAM với suy luận tương tự

Chúng tôi vận dụng mô hình TWA (Teaching With Analogies) của Glynn (1994), có điều chỉnh để phù hợp với mục tiêu bồi dưỡng năng lực lập luận toán học trong hình học theo TAM. Theo Dwirahayu & cs. (2017), TWA là mô hình giảng dạy hiệu quả trong việc phát triển khả năng suy luận tương tự của HS. Quy trình dạy học lập luận theo TAM tích hợp với suy luận tương tự gồm các giai đoạn:

- * Giai đoạn 1 - Khởi động: Tìm hiểu điểm tương đồng và khác nhau giữa nguồn-đích.
- * Giai đoạn 2 - Kích hoạt kiến thức nguồn: Nhận biết các đặc điểm quan trọng của kiến thức nguồn.
- * Giai đoạn 3 - Giới thiệu tình huống mới: Giới thiệu kiến thức cần dạy.
- * Giai đoạn 4 - Hình thành lập luận theo TAM: Thiết lập sự tương ứng giữa kiến thức nguồn và kiến thức đích từ đó hình thành lập luận theo TAM.

* Giai đoạn 5 - Phản biện: Chỉ ra những trường hợp không đúng, điều kiện giới hạn của lập luận.

* Giai đoạn 6 - Tổng kết và khái quát hóa: Rút ra kết luận về kiến thức đích.

Vận dụng quy trình trên vào dạy học nội dung “Phương trình tham số của đường thẳng”- Toán 12 gồm 6 giai đoạn sau, các nhiệm vụ cụ thể cho HS được ghi trong phiếu học tập (xem Bảng 3).

*** Giai đoạn 1: Khởi động.**

- *Mục tiêu:* Tạo tâm thế hứng thú để tiếp thu kiến thức; HS nhận ra các điểm tương đồng của đường thẳng trong mặt phẳng và không gian.

- *Nội dung:* Hình ảnh đường thẳng trong mặt phẳng và không gian có bản chất giống nhau.

- *Sản phẩm:* câu trả lời của câu hỏi 1a, 1b.

- *Tổ chức thực hiện:* GV yêu cầu HS hoạt động nhóm đôi, trả lời câu hỏi 1a, 1b. Yêu cầu HS chỉ ra những điểm giống nhau và khác nhau của đường thẳng trong mặt phẳng và không gian. GV chính xác hóa và tổng kết. Nhóm trả lời đúng được điểm thưởng.

*** Giai đoạn 2: Kích hoạt kiến thức nguồn - Phương trình tham số của đường thẳng trong Oxy.**

- *Mục tiêu:* HS nhớ lại kiến thức đã học về các bước xây dựng và phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng Oxy.

- *Nội dung:* Trong mặt phẳng Oxy, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(a; b)$.

Một điểm tùy ý $M(x; y) \in \Delta$, khi đó $\overrightarrow{AM}(x - x_0; y - y_0)$ cùng phương với $\vec{u}(a; b)$. Khi đó tồn tại số $t \in \mathbb{R}$ sao cho $\overrightarrow{AM} = t \cdot \vec{u}$

$$\overrightarrow{AM} = t \cdot \vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = at \\ y - y_0 = bt \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} (t \in \mathbb{R} \text{ là tham số}).$$

phương trình trên được gọi là phương trình tham số của đường thẳng Δ .

- *Sản phẩm:* Câu trả lời của câu hỏi 2a, 3a trong phiếu học tập số; Phần trình bày trên bảng.

- *Tổ chức thực hiện:* GV phát phiếu học tập số cá nhân và yêu cầu HS hoàn thành các câu hỏi 2a, 3a. HS làm cá nhân trên phiếu học tập. Sau đó, GV yêu cầu HS làm việc nhóm (4 HS/nhóm) và hoàn thành các câu hỏi 2a, 3a trên bảng phụ. GV yêu cầu một nhóm lên trình bày. GV tổng hợp và chính xác hóa lên bảng lớp. Nhóm trả lời đúng được điểm thưởng.

*** Giai đoạn 3: Giới thiệu tình huống mới (Miền đích) - Phương trình tham số của đường thẳng trong Oxyz.**

- *Mục tiêu:* HS dự đoán được phương trình tham số của đường thẳng trong Oxyz.

- *Nội dung:* Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(a; b; c)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

$$\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R} \text{ là tham số}).$$

- *Sản phẩm*: Câu trả lời của câu hỏi 2b trong phiếu học tập.

- *Tổ chức thực hiện*: GV nêu yêu cầu HS thảo luận nhóm (4 HS) trả lời câu hỏi 2b trong phiếu học tập. Nhóm HS viết dự đoán ra bảng phụ. Nhóm HS giơ tay trả lời. GV yêu cầu một nhóm lên trình bày. GV tổng hợp và chính xác hóa lên bảng. Nhóm dự đoán đúng và nhanh nhất được điểm thưởng.

*** Giai đoạn 4: Hình thành lập luận theo TAM.**

- *Mục tiêu*: HS xây dựng lập luận toán học? thiết lập phương trình tham số của đường thẳng trong $Oxyz$.

- *Nội dung*: Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vector chỉ phương $\vec{u}(a; b; c)$.

Một điểm tùy ý $M(x; y; z) \in \Delta$, khi đó $\overrightarrow{AM}(x - x_0; y - y_0; z - z_0)$ cùng phương với $\vec{u}(a; b; c)$. Khi đó tồn tại số $t \in \mathbb{R}$ sao cho $\overrightarrow{AM} = t \cdot \vec{u}$

$$\overrightarrow{AM} = t \cdot \vec{u} \Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = at \\ y - y_0 = bt \\ z - z_0 = ct \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R} \text{ là tham số}).$$

phương trình trên được gọi là phương trình tham số của đường thẳng Δ .

- *Sản phẩm*: Trả lời câu hỏi 3b trong phiếu học tập.

- *Tổ chức thực hiện*: GV yêu cầu HS làm việc cá nhân hoàn thành các câu hỏi 3b trên phiếu học tập dựa vào câu hỏi 3a. Sau đó, GV yêu cầu HS làm việc nhóm (4 HS/nhóm) và hoàn thành các câu hỏi 3b trên bảng phụ. GV yêu cầu một nhóm lên trình bày. GV tổng hợp và chính xác hóa lên bảng phụ. Nhóm trả lời đúng được điểm thưởng.

*** Giai đoạn 5: Phản biện.**

- *Mục tiêu*: HS hiểu được một lập luận toán học chỉ hợp lý khi có điều kiện cụ thể và cần được phản biện để đánh giá tính đúng đắn; Phương trình $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R} \text{ là tham số})$ là phương trình của một đường thẳng khi a, b, c không đồng thời bằng 0.

- *Nội dung*: Trong không gian $Oxyz$, hệ thức dạng $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} (*)$. Nếu $a = b = c = 0$ thì $(*)$ biểu diễn một điểm. Nếu a, b, c không đồng thời bằng 0 thì $(*)$ là phương trình của một đường thẳng.

- *Sản phẩm*: Câu trả lời của câu hỏi 4a, 4b trong phiếu học tập.

- *Tổ chức thực hiện*: GV yêu cầu HS làm việc nhóm (4 HS/nhóm) và hoàn thành các câu hỏi 4a, 4b trên bảng phụ. GV yêu cầu một nhóm lên trình bày. GV tổng hợp và chính xác hóa lên bảng phụ. Nhóm trả lời đúng được điểm thưởng.

*** Giai đoạn 6: Tổng kết và khái quát hóa.**

- *Mục tiêu*: HS nêu được phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng Oxy và không gian $Oxyz$. Nhận ra vai trò của lập luận có cấu trúc tương tự trong việc mở rộng kiến thức từ Oxy sang $Oxyz$.

- *Nội dung*: Nhắc lại phương trình tham số của đường thẳng trong Oxy . Từ đó, tương tự suy ra phương trình tham số của đường thẳng trong $Oxyz$.

- *Sản phẩm*: Câu trả lời của câu hỏi 5a, 5b trong phiếu học tập.
- *Tổ chức thực hiện*: GV sử dụng kỹ thuật "tia chớp" để yêu cầu HS: Nhắc lại phương trình đường thẳng trong Oxy và so sánh tương tự dạng phương trình đường thẳng trong $Oxyz$. HS trả lời.

4.6. Phiếu học học tập và Rubric đánh giá

Trong quá dạy học được thiết kế như trên đây, HS sẽ trả lời các câu hỏi trong Phiếu học tập (xem Bảng 3). Kết quả hoạt động của HS, nhóm HS sẽ được đánh giá thang đánh giá được mô tả trong Bảng 4. Rubric trong Bảng 4 được thiết kế bám sát cả ba biểu hiện năng lực lập luận toán học, cụ thể: Biểu hiện 1 chiếm ưu thế trong các câu 1a, 1b, 2b, 3b, 5a và 5b; Biểu hiện 2: thể hiện rõ ở các câu 3a, 3b, 4a và 4b; Biểu hiện 3: xuất hiện ở 2a, 3a, 3b, 4a, 4b, 5a và 5b.

Bảng 3. Phiếu học tập

STT	Phương trình đường thẳng trong mặt phẳng Oxy	Phương trình đường thẳng trong không gian $Oxyz$
1	Câu hỏi 1a. Nêu ví dụ hình ảnh của đường thẳng trong mặt phẳng.	Câu hỏi 1b. Nêu ví dụ hình ảnh của đường thẳng trong không gian.
2	Câu hỏi 2a. Trong mặt phẳng Oxy , cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(a; b)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là gì?	Câu hỏi 2b. Đường thẳng trong mặt phẳng và không gian có hình dạng tương tự nhau. Như vậy, trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $A(x_0; y_0; z_0)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}(a; b; c)$. Em hãy dự đoán phương trình tham số của Δ tương tự phương trình tham số của đường thẳng trong Oxy ?
3	Câu hỏi 3a. Nhắc lại các bước xây dựng phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng Oxy. Bước 1: Điều kiện cần và đủ để điểm $M(x; y)$ thuộc đường thẳng Δ là gì? Bước 2: Hãy khai triển biểu thức vừa tìm được. Bước 3: Tính x, y. Bước 4: Kết luận phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng Oxy.	Câu hỏi 3b. Tương tự các bước xây dựng phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng Oxy, hãy xây dựng các bước xây dựng phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng $Oxyz$. Bước 1: Điều kiện cần và đủ để điểm $M(x; y, z)$ thuộc đường thẳng Δ là gì? Bước 2: Hãy khai triển biểu thức vừa tìm được. Bước 3: Tính x, y, z. Bước 4: Kết luận phương trình tham số của đường thẳng trong mặt phẳng $Oxyz$.
4	Câu hỏi 4a. Ngược lại hệ thức dạng $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \end{cases} (t \in \mathbb{R} \text{ là tham số})$ có phải là phương trình tham số của một đường thẳng trong Oxy không? Khi nào điều đó sai? Nêu điều kiện?	Câu hỏi 4b. Ngược lại hệ thức dạng $\begin{cases} x = x_0 + at \\ y = y_0 + bt \\ z = z_0 + ct \end{cases} (t \in \mathbb{R} \text{ là tham số})$ có phải là phương trình tham số của một đường

STT	Phương trình đường thẳng trong mặt phẳng <i>Oxy</i>	Phương trình đường thẳng trong không gian <i>Oxyz</i>
		thẳng trong <i>Oxyz</i> không? Khi nào điều đó sai? Nêu điều kiện?
5	Câu hỏi 5a: Nêu khái niệm phương trình tham số của đường thẳng trong <i>Oxy</i> ?	Câu hỏi 5b: Nêu khái niệm phương trình tham số của đường thẳng trong <i>Oxyz</i> ?

Nguồn: Nhóm tác giả

Bảng 4. Rubric đánh giá HS qua Phiếu học tập

Nhóm câu hỏi	Xuất sắc (4 điểm)	Khá (3 điểm)	Trung bình (2 điểm)	Yếu (1 điểm)	Chưa làm (0 điểm)
1a, 1b	Nêu được hình ảnh đường thẳng và điểm tương đồng đầy đủ.	Nêu được hình ảnh đường thẳng và điểm tương đồng, chưa đầy đủ.	Nêu được hình ảnh đường thẳng và điểm tương đồng, có sai sót.	Không nêu được hoặc nêu sai về hình ảnh đường thẳng. Không có nhận thức về sự tương đồng.	Không trả lời được.
2a	Nêu đúng và đầy đủ phương trình.	Nêu phương trình đúng nhưng có thể sai sót nhỏ.	Nêu phương trình có một số thành phần đúng nhưng sai sót lớn.	Nêu phương trình sai hoặc không liên quan.	Không trả lời được.
2b	Dự đoán chính xác. Giải thích rõ ràng dựa trên tương tự về số chiều/định nghĩa. Thể hiện rõ sự mở rộng.	Dự đoán gần đúng. Giải thích có ý tương tự nhưng chưa đầy đủ. Thể hiện được sự mở rộng.	Dự đoán không dựa trên tương tự rõ ràng hoặc sai sót lớn. Giải thích không hợp lý hoặc thiếu. Chưa rõ sự mở rộng.	Dự đoán sai hoặc không trả lời. Không có giải thích. Không thể hiện sự mở rộng.	Không trả lời được.
3a	Liệt kê đầy đủ, chính xác các bước (điều kiện, khai triển, chuyển vế).	Liệt kê các bước cơ bản đúng, có thể thiếu hoặc thứ tự chưa chuẩn.	Liệt kê được một số bước đúng nhưng sai sót hoặc thiếu nhiều bước.	Liệt kê các bước sai hoặc không liên quan.	Không trả lời được.
3b	Liệt kê đầy đủ, chính xác các bước (điều kiện, khai triển, chuyển vế).	Liệt kê các bước cơ bản đúng, có thể thiếu hoặc thứ tự chưa chuẩn.	Liệt kê được một số bước đúng nhưng sai sót hoặc thiếu nhiều bước.	Liệt kê các bước sai hoặc không liên quan.	Không trả lời được.

Nhóm câu hỏi	Xuất sắc (4 điểm)	Khá (3 điểm)	Trung bình (2 điểm)	Yếu (1 điểm)	Chưa làm (0 điểm)
	kiện, khai triển, chuyển về).	thứ tự chưa chuẩn.	sót hoặc thiếu nhiều bước.	không liên quan.	
4a	Nhận định đúng: Nếu a, b không đồng thời bằng 0 thì phương trình tham số của đường thẳng. Ngược lại $a = b = 0$ thì không là phương trình tham số của đường thẳng.	Nhận định đúng. Chỉ ra trường hợp sai nhưng chưa đầy đủ. Nêu điều kiện đúng nhưng diễn đạt chưa chuẩn.	Nhận định sai hoặc không chắc chắn. Nêu liên trường hợp sai không chính xác hoặc thiếu. Không nêu được điều kiện đúng.	Nhận định sai hoặc không liên quan. Không nêu trường hợp sai hoặc điều kiện đúng.	Không trả lời được.
4b	Nhận định đúng: Nếu a, b, c không đồng thời bằng 0 thì phương trình tham số của đường thẳng. Ngược lại $a = b = c = 0$ thì không là phương trình tham số của đường thẳng.	Nhận định đúng. Chỉ ra trường hợp sai nhưng chưa đầy đủ. Nêu điều kiện đúng nhưng diễn đạt chưa chuẩn.	Nhận định sai hoặc không chắc chắn. Nêu liên trường hợp sai không chính xác hoặc thiếu. Không nêu được điều kiện đúng.	Nhận định sai hoặc không liên quan. Không nêu trường hợp sai hoặc điều kiện đúng.	Không trả lời được.
5a, 5b	Nêu khái niệm đầy đủ, chính xác về phương trình tham số của đường thẳng trong Oxy và Oxyz. Thể hiện hiểu biết về ý nghĩa tương tự của phương trình.	Nêu khái niệm cơ bản đúng về phương trình tham số của đường thẳng trong Oxy và Oxyz. Có nhận thức về sự tương tự trong ý nghĩa.	Nêu khái niệm có một số ý đúng nhưng chưa rõ ràng hoặc thiếu liên kết. Chưa thể hiện rõ sự tương tự trong ý nghĩa.	Nêu khái niệm sai hoặc không liên quan. Không có nhận thức về sự tương tự.	Không trả lời được.

Nguồn: Nhóm tác giả

So với các phương pháp dạy học hình học khác, điểm mới của dạy học theo mô hình này là đề cao vai trò tích cực của HS trong việc tự khám phá sự tương đồng cấu trúc giữa các đối tượng hình học trong mặt phẳng Oxy và không gian Oxyz, từ đó xây dựng kiến thức mới trên nền tảng lập luận có căn cứ. Tuy nhiên, mô hình này cũng tiềm ẩn một số rào cản nhất định. Trước hết, để triển khai hiệu quả, GV phải có hiểu biết sâu sắc về cấu trúc lập luận theo TAM, cũng như kỹ năng thiết kế hoạt động dạy học tích hợp của mô hình này. Mặt khác, với HS có nền tảng tư duy và lập luận chưa tốt, việc tham gia vào chuỗi hoạt động lập luận như trong mô hình có thể gây ra khó khăn, đặc biệt khi thiếu sự hỗ trợ phù hợp từ GV. Ngoài ra, các rào cản khác đến từ điều kiện lớp học, chẳng hạn như thời lượng tiết học hạn chế hoặc sĩ số lớp đông. Do đó, việc tiếp tục nghiên cứu thực nghiệm để đánh giá hiệu quả, đồng thời điều

chỉnh mô hình cho phù hợp với đặc điểm của từng nhóm học sinh, là một hướng nghiên cứu cần được triển khai trong thời gian tới.

5. Kết luận

Bài báo đã giới thiệu một thiết kế bài dạy tích hợp TAM với suy luận tương tự nhằm giảng dạy chủ đề “Phương trình tham số của đường thẳng” trong chương trình Toán 12. Mặc dù chưa được kiểm chứng qua thực tiễn dạy học, nhưng với cấu trúc bài học được thiết kế chi tiết, hệ thống phiếu học tập rõ ràng và công cụ đánh giá gắn với nội dung học tập, nghiên cứu cung cấp cho giáo viên một tài liệu tham khảo có tính khả thi và dễ triển khai trong lớp học. Các nghiên cứu tiếp theo cần tập trung vào việc đánh giá hiệu quả của mô hình trong môi trường lớp học cụ thể, có thể mở rộng phạm vi ứng dụng mô hình trong giảng dạy các nội dung khác của toán học, đồng thời xem xét điều chỉnh để phù hợp hơn với đặc điểm nhận thức của HS phổ thông tại Việt Nam.

Tài liệu tham khảo

- Adal, A. A. (2023). An analysis of postgraduate theses using Toulmin argumentation model in the field of mathematics education in Turkey. *International Journal of Field Education*, 9(1), 16-37. <https://doi.org/10.32570/ijofe.1257339>
- Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018). *Thông tư 32/2018/TT-BGDĐT: Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán*. Hà Nội.
- Bredow, F., & Knipping, C. (2022). How teachers address process-product dualities in mathematical argumentation processes. *HAL Open Science*. Truy cập từ <https://hal.science/hal-03740312v2>
- Daugherty, J., & Mentzer, N. (2008). Analogical reasoning in the engineering design process and technology education applications. *Journal of Technology Education*, 19(2), 7-21. <https://doi.org/10.21061/jte.v19i2.a.1>
- Đoàn, T. P., & Lê, V. M. T. (2024). Phát triển năng lực tư duy phản biện cho học sinh bằng hình thức tranh luận trong dạy học quan hệ vuông góc trong không gian. *Tạp chí Khoa học Đại học Cần Thơ*, 60 (CĐ Giáo dục Đồng bằng sông Cửu Long), 52-62. <https://doi.org/10.22144/ctujos.2024.283>
- Dwirahayu, G., Mubasyiroh, S. M., & Mas'ud, A. (2017). The effectiveness of teaching with analogy on students' mathematical representation of derivative concept. *In Proceedings of the International Conference on Education in Muslim Society (ICEMS 2017)*, 57- 60. Atlantis Press. <https://doi.org/10.2991/icems-17.2018.12>
- Gentner, D. (1983). Structure-mapping: A theoretical framework for analogy. *Cognitive Science*, 7(2), 155-170. https://doi.org/10.1207/s15516709cog0702_3
- Glynn, S. M. (1994). *Teaching science with analogy: A strategy for teachers and textbook authors* (ED373306). ERIC. <https://files.eric.ed.gov/fulltext/ED373306.pdf>
- Hồ, V. C. (2016). *Phân tích quá trình lập luận và chứng minh của học sinh khi học hình học không gian*. Đại học Huế, Việt Nam.
- Karbach, J. (1987). Using Toulmin's model of argumentation. *Journal of Teaching Writing*, 6(1), 81-91.
- Katz, B. P., Thoren, E., & Hernandez, V. (2022). Why Should that Convince Me?: Teaching Toulmin Analysis Across the Curriculum. *PRIMUS*, 33(3), 285 -313. <https://doi.org/10.1080/10511970.2022.2068093>

- Knipping, C. (2003). Argumentation structures in classroom proving situations. *Proceedings of the Third Conference of the European Society in Mathematics Education*. Italy: ERME.
- Komatsu, K., & Jones, K. (2021). Generating mathematical knowledge in the classroom through proof, refutation, and abductive reasoning. *Educational Studies in Mathematics*, 109(3), 567-591. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10086-5>
- Nguyễn, P. L. (2010). *Dạy học hiệu quả môn Giải tích trong trường phổ thông*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.
- Nguyễn, T. D. N. (2021). *Sử dụng biểu diễn trực quan phát triển năng lực suy luận toán học thông qua dạy hình học lớp 9*. Trường Đại học Thái Nguyên, Việt Nam.
- Nguyễn, T. N. (2015). *Sử dụng mô hình toulmin để phân tích quá trình lập luận và chứng minh của học sinh*. Đại học Huế, Việt Nam.
- Pedemonte, B. (2018). Strategic vs Definitory Rules: Their Role in Abductive Argumentation and their Relationship with Deductive Proof. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(9), em1589. <https://doi.org/10.29333/ejmste/92562>
- Toulmin, S. (2003). *The uses of argument*. UK: Cambridge University Press.
- Trần, T., & Nguyễn, D. N. (2011). Abductive argumentation for proving in dynamic geometry environment. *The 2nd Academic Conference on Natural Science for Master and PhD Students from Cambodia, Laos, Malaysia and Vietnam*, 137-142. Hà Nội: Nhà xuất bản Khoa học tự nhiên và Công nghệ.
- Urhan, S., & Zengin, Y. (2023). Investigating university students' argumentations and proofs using dynamic mathematics software in collaborative learning, debate, and self-reflection stages. *International Journal of Research in Undergraduate Mathematics Education*, 10(2), 380-407. <https://doi.org/10.1007/s40753-022-00207-7>
- Yang, R., & Pan, H. (2023). Whole-to-Part Argumentation Instruction: An action research study aimed at improving Chinese college students' English argumentative writing based on the Toulmin model. *SAGE Open*, 13(4), 1-15. <https://doi.org/10.1177/21582440231207738>