



DOI: <https://doi.org/10.52714/dthu.14.01S.2025.1573>

## **PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ TOÁN HỌC CHO HỌC SINH LỚP 12: MỘT TRƯỜNG HỢP DẠY HỌC BÀI TOÁN THỰC TIỄN CHỦ ĐỀ ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN**

**Võ Xuân Mai<sup>1</sup> và Phạm Quang Vinh<sup>2,3\*</sup>**

<sup>1</sup>*Khoa Sư phạm Toán - Tin, Trường Sư phạm, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam*

<sup>2</sup>*Học viên cao học, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam*

<sup>3</sup>*Tổ Toán, Trường THPT Vĩnh Trạch, Việt Nam*

*\*Tác giả liên hệ: [phamquangvinhc3vinhtrachts@gmail.com](mailto:phamquangvinhc3vinhtrachts@gmail.com)*

### **Lịch sử bài báo**

*Ngày nhận: 12/6/2025; Ngày nhận chỉnh sửa: 25/6/2025; Ngày duyệt đăng: 06/7/2025*

### **Tóm tắt**

*Trong bối cảnh đổi mới giáo dục phổ thông theo định hướng phát triển năng lực, việc dạy học Toán cần gắn với thực tiễn, đặc biệt dạy học sử dụng bài toán thực tiễn trong môn Toán có ý nghĩa quan trọng góp phần giúp học sinh phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học. Nghiên cứu chỉ ra các biểu hiện của năng lực giải quyết vấn đề toán học của học sinh thông qua việc dạy học các bài toán thực tiễn thuộc chủ đề Ứng dụng tích phân – Toán 12, từ đó đề xuất các biện pháp sư phạm nhằm phát triển năng lực này trong quá trình học tập môn Toán ở trường phổ thông. Kết quả nghiên cứu thấy học sinh được thể hiện cụ thể qua dạy học thông qua việc phát hiện, lựa chọn thiết lập mô hình giải quyết bài toán thực tiễn, đồng thời cho thấy học sinh có sự hứng thú và phát triển các kỹ năng cần thiết khi vận dụng kiến thức toán học vào giải quyết vấn đề trong thực tế cuộc sống.*

**Từ khóa:** *Bài toán thực tiễn, năng lực giải quyết vấn đề toán học, ứng dụng tích phân.*

Trích dẫn: Võ, X. M., & Phạm, Q. V. (2025). Phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh lớp 12: một trường hợp dạy học bài toán thực tiễn chủ đề ứng dụng tích phân. *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp*, 14(01S), 209-222.

<https://doi.org/10.52714/dthu.14.01S.2025.1573>

Copyright © 2025 The author(s). This work is licensed under a CC BY-NC 4.0 License.

## **DEVELOPING 12<sup>th</sup> GRADERS' MATHEMATICAL PROBLEM SOLVING COMPETENCE: A CASE OF TEACHING PRACTICAL PROBLEMS ON THE TOPIC OF INTEGRATION APPLICATIONS**

**Vo Xuan Mai<sup>1</sup> and Pham Quang Vinh<sup>2\*</sup>**

<sup>1</sup>*Faculty of Mathematics - Information teacher education,  
School of Education, Dong Thap University, Cao Lanh 870000, Vietnam*

<sup>2</sup>*Post - graduate student, Dong Thap University, Cao Lanh 870000, Vietnam*

<sup>3</sup>*Math Group, Vinh Trach High School, Vietnam*

*\*Corresponding author, Email: phamquangvinhc3vinhtrachts@gmail.com*

### **Article history**

*Received: 12/6/2025; Received in revised form: 25/6/2025; Accepted: 06/7/2025*

### **Abstract**

In the context of general education innovation towards capacity development, the connection between Mathematics and real-life issues is of great significance in teaching Mathematics. The use of practical problems in mathematics teaching particularly helps students develop their ability to solve mathematical problems. The study shows the manifestations of students' mathematical problem-solving competence through learning practical issues in the topic of Integral Applications - Mathematics 12, thereby proposing pedagogical measures to enhance this ability in the process of learning Mathematics in high schools. The research findings suggest that students demonstrate by identifying, selecting, and building models to address practical issues, as well as being engaged in and developing the essential skills when applying mathematical knowledge to real-world situations.

*Keywords: Applications of integration, mathematical problem solving competence, practical problems.*

## **1. Đặt vấn đề**

Chương trình giáo dục phổ thông (GDPT) tổng thể (2018a) nhấn mạnh dạy học theo định hướng phát triển năng lực (NL), phẩm chất của người học đáp ứng yêu cầu đổi mới giáo dục hiện nay. Theo đó, mục tiêu của chương trình GDPT môn toán (2018b) là phát triển các phẩm chất và năng lực toán học bao gồm 5 thành tố cốt lõi, trong đó có năng lực giải quyết vấn đề toán học. Hơn nữa, Toán học không chỉ là công cụ để giải quyết các vấn đề kỹ thuật, khoa học hay quản lý tài chính, mà còn giúp phát triển kỹ năng giải quyết vấn đề thực tiễn và chuẩn bị những kỹ năng cần thiết trong thế kỷ XXI. Năng lực giải quyết vấn đề toán học (NLGQVĐTH) không chỉ giúp học sinh (HS) liên kết với những kiến thức, vận dụng kiến thức – kỹ năng vào cuộc sống đúng với phương châm “Học đi đôi với hành” trong học tập mà còn giúp con người ứng phó, giải quyết các vấn đề trong cuộc sống, tạo động lực hình thành khả năng tự học, học tập suốt đời.

Trong ý nghĩa đó, dạy học toán đặt ra yêu cầu giải quyết các bài toán thực tiễn (BTTT) trong quá trình học toán giúp học sinh (HS) rèn luyện tư duy logic, khả năng phân tích và hiểu sâu hơn cả về kiến thức toán học lẫn các tình huống trong đời sống. Khi được học toán gắn liền với thực tiễn, HS thấy việc học trở nên thú vị và có ý nghĩa hơn, từ đó nâng cao chất lượng giáo dục. Chủ đề Ứng dụng tích phân có nhiều ứng dụng trong thực tiễn như đo đạc, tính toán diện tích các hình phẳng, thể tích vật thể và nhiều lĩnh vực khác như vật lý, kinh tế, đồ họa. Dạy học chủ đề này thông qua các bài toán thực tế không chỉ giúp HS hiểu rõ bản chất tích phân mà còn thấy được giá trị ứng dụng thực tiễn của nó. Tuy nhiên, trong thực tế dạy học các BTTT chủ đề còn áp dụng máy móc, thiếu sự hứng thú, HS còn gặp khó khăn trong việc tiếp thu kiến thức mới. Do đó, việc đổi mới phương pháp giảng dạy theo hướng tăng cường giải quyết các BTTT gắn với ứng dụng tích phân được xác định trong nghiên cứu này.

## **2. Kết quả nghiên cứu**

### **2.1. Năng lực giải quyết vấn đề toán học**

Theo Đỗ & cs., (2020) cho rằng: “Năng lực là sự kết hợp của các kiến thức, kỹ năng và thái độ có sẵn hoặc ở dạng tiềm năng của một cá nhân, là tổng hợp đặc điểm thuộc tính tâm lý của cá nhân phù hợp với yêu cầu đặc trưng của một hoạt động nhất định nhằm đảm bảo cho hoạt động đó có hiệu quả cao”.

Theo chương trình GDPT tổng thể (Bộ GD&ĐT, 2018a): “NL là thuộc tính cá nhân được hình thành, phát triển nhờ tố chất sẵn có và quá trình học tập, rèn luyện, cho phép con người huy động tổng hợp các kiến thức, kỹ năng và các thuộc tính cá nhân như hứng thú, niềm tin, ý chí, ... thực hiện thành công một loại hoạt động nhất định, đạt kết quả mong muốn trong những điều kiện cụ thể”.

Theo đó, chương trình GDPT môn Toán (Bộ GD&ĐT, 2018b) đã cụ thể hóa mục tiêu trong dạy học môn toán, đó là: “Giúp HS có sự hiểu biết tương đối tổng quát về sự hữu ích của toán học đối với từng ngành nghề liên quan để làm cơ sở định hướng nghề nghiệp, cũng như có đủ năng lực tối thiểu để tự tìm hiểu những vấn đề liên quan đến toán học trong suốt cuộc đời; hình thành và phát triển NL toán học bao gồm các thành tố cốt lõi: NL tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hóa toán học; năng lực giải quyết vấn đề toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán. Đồng thời hình thành và phát triển năng lực chung cốt lõi”.

Chúng tôi thống nhất với quy định của chương trình GDPT môn toán (Bộ GD&ĐT, 2018b) về yêu cầu cần đạt NLGQVĐTH của HS cấp trung học phổ thông (THPT) được thể hiện như bảng 1 sau:

**Bảng 1. Các biểu hiện của NLGQVĐTH và yêu cầu cần đạt cho cấp THPT trong CTGDPT môn Toán (2018b)**

| <b>Thành tố NLGQVĐTH</b>                                                                                          | <b>Yêu cầu cần đạt cho cấp THPT</b>                                                                                                                                          |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| GQ1. Nhận biết, phát hiện được vấn đề cần giải quyết bằng toán học.                                               | Xác định được tình huống có vấn đề;<br>Thu thập, sắp xếp, giải thích được thông tin;<br>Đánh giá được độ tin cậy của thông tin;<br>Chia sẻ sự am hiểu vấn đề với người khác. |
| GQ2. Lựa chọn, đề xuất được cách thức, giải pháp GQVĐ.                                                            | Lựa chọn được cách thức, quy trình GQVĐ;<br>Thiết lập được cách thức, quy trình GQVĐ.                                                                                        |
| GQ3. Sử dụng được các kiến thức, kỹ năng toán học tương thích (bao gồm các công cụ và thuật toán) để GQVĐ đặt ra. | Thực hiện được giải pháp GQVĐ;<br>Trình bày được giải pháp GQVĐ.                                                                                                             |
| GQ4. Đánh giá được giải pháp đề ra và khái quát hoá được cho vấn đề tương tự                                      | Đánh giá được giải pháp đã thực hiện;<br>Phản ánh được giá trị của giải pháp;<br>Khái quát hoá được cho vấn đề tương tự.                                                     |

## **2.2. Năng lực giải quyết vấn đề toán học qua dạy học bài toán thực tiễn**

Đào (2019) cho rằng: “BTTT là bài toán mà trong phần đã cho hay phần cần tìm, cần làm sáng tỏ những nội dung liên quan đến thực tiễn. Thực tiễn ở đây không chỉ là các sự việc, tình huống trong cuộc sống mà còn là các tình huống nảy sinh trong các môn học khác như: Vật lý, Hóa học, Sinh học,...”. Theo Nguyễn & cs. (2021), “BTTT là bài toán mà nhu cầu cần thỏa mãn được xuất phát ngay từ trong thực tiễn cuộc sống của con người”. BTTT có 2 dạng như sau: (1) Bài toán gắn với thực tiễn: Bài toán gắn với thực tiễn là một bài toán mà trong giả thiết hay kết luận có các nội dung liên quan đến thực tiễn cuộc sống của con người, hay nói cách khác là bài toán có bối cảnh thực. (2) Bài toán giả thực tiễn: Bài toán giả thực tiễn (còn gọi là bài toán mang tính thực tiễn) là bài toán đặt ra trên cơ sở giả định về một vấn đề có thể xảy ra trong thực tiễn, giả thiết hay kết luận của bài toán có một số nội dung giả định.

BTTT trong dạy học toán là những bài toán có nội dung liên quan đến các tình huống, sự vật, hiện tượng trong cuộc sống hàng ngày hoặc trong các lĩnh vực khoa học, kỹ thuật khác. Việc sử dụng bài toán thực tiễn trong dạy học toán mang lại nhiều lợi ích to lớn như: (1) tăng hứng thú và động lực học tập, (2) phát triển kỹ năng giải quyết vấn đề, (3) củng cố và khắc sâu kiến thức, (4) kết nối toán học với các môn học và lĩnh vực khác, (5) nâng cao khả năng tư duy logic và phân tích, (6) chuẩn bị tốt hơn cho tương lai. Việc đưa bài toán thực tiễn vào dạy học toán cần được thực hiện một cách linh hoạt và phù hợp với trình độ của HS, giúp các em phát triển NLGQVĐTH.

Nguyễn (2020) đã đề cập đến 5 nguyên tắc của giáo dục toán học gắn với thực tiễn, đó là sử dụng ngữ cảnh, sử dụng mô hình, sử dụng sản phẩm tự xây dựng của HS, nguyên tắc tương tác và lồng ghép trong học tập. Việc đưa BTTT vào dạy học toán bằng cách sử dụng ngữ cảnh và mô hình trong nghiên cứu không chỉ làm cho tiết học trở nên sống động, hấp dẫn mà còn là một phương pháp hiệu quả để phát triển toàn diện năng lực và phẩm chất cho học sinh, giúp các em trở thành những người có khả năng vận dụng kiến thức để giải quyết các vấn đề trong thực tiễn cuộc sống. Trên cơ sở phân tích trên, chúng tôi cho rằng NLGQVĐTH qua dạy học BTTT là năng lực thuộc tính cá nhân HS huy động và vận dụng tổng hợp kiến thức, kỹ năng toán học để nhận diện, mô hình hóa, giải quyết và đánh giá BTTT dưới góc độ toán học.

## **2.3. Biểu hiện năng lực giải quyết vấn đề toán học của học sinh thông qua dạy học các bài toán thực tiễn chủ đề Ứng dụng tích phân**

Theo Bộ GD&ĐT (2018b), nội dung và yêu cầu cần đạt của chủ đề Ứng dụng tích phân

được thể hiện qua bảng:

**Bảng 2. Nội dung và yêu cầu cần đạt của chủ đề Ứng dụng tích phân**

| Nội dung                                | Yêu cầu cần đạt                                                                                                                                                                                                                       |
|-----------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <i>Tích phân.</i>                       | Nhận biết được định nghĩa và các tính chất của tích phân.                                                                                                                                                                             |
| <i>Ứng dụng hình học của tích phân.</i> | Tính được tích phân trong những trường hợp đơn giản.<br>Sử dụng được tích phân để tính diện tích của một số hình phẳng, thể tích của một số hình khối.<br>Vận dụng được tích phân để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn. |

Chủ đề ứng dụng tích phân trong phát triển NLGQVĐTH thông qua BTTT có tiềm năng lớn nhờ vào tính đa dạng và phổ quát của nó. Tích phân không chỉ xuất hiện trong toán học thuần túy mà còn có mặt trong nhiều lĩnh vực như khoa học tự nhiên (tính quãng đường, thể tích, áp suất...), kinh tế học (tổng chi phí, lợi nhuận, giá trị dòng tiền...), kỹ thuật (thiết kế cầu đường, phân tích lực...), y học/sinh học (tốc độ tăng trưởng vi khuẩn, nồng độ thuốc,...), và môi trường (lượng ô nhiễm, thể tích nước...). Sự đa dạng này giúp giáo viên dễ dàng đổi mới bài tập, tạo hứng thú học tập và giúp học sinh nhận thấy tính ứng dụng rộng rãi của tích phân trong đời sống. Việc giải một BTTT về tích phân đòi hỏi HS phải vận dụng tư duy bậc cao: từ phân tích tình huống thực tế, lược bỏ yếu tố không cần thiết, đến xây dựng mô hình toán học phù hợp và tìm kiếm giải pháp, đánh giá lời giải BTTT. Vì vậy, sau khi giải bài toán tích phân, HS còn diễn giải kết quả trong ngữ cảnh thực tế, từ đó tăng cường liên hệ giữa toán học và cuộc sống.

Qua thực tiễn dạy học chủ đề ứng dụng tích phân, chúng tôi tổng hợp các dạng BTTT trong các SGK hiện hành thể hiện qua bảng sau:

**Bảng 3. Các dạng toán BTTT trong các bộ SGK Toán 12 theo chương trình GDPT 2018 chủ đề ứng dụng tích phân**

| Dạng toán BTTT                            | Toán 12 – Tập 2<br>Chân trời sáng tạo<br>(Trần & cs., 2023)                                                    | Toán 12 – Tập 2<br>Kết nối tri thức với<br>cuộc sống<br>(Hà & cs., 2023) | Toán 12 – Tập 2<br>Cánh diều<br>(Đỗ & cs., 2023)                                   |
|-------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Bài toán chuyển động</b>               | HĐKD trang 12<br>HĐ tìm tòi, mở rộng<br>trang 16, 19<br>BT6 trang 20<br>BT10, 18 trang 29<br>BT19, 21 trang 30 | HĐKD trang 12<br>BT4.11, 4.13 trang 18<br>BT4.27, 4.30, 4.31<br>trang 28 | BT7, 8 trang 27<br>BT7 trang 42<br>BT10 trang 43                                   |
| <b>Bài toán tính diện tích hình phẳng</b> | HĐ tìm tòi, mở rộng<br>trang 24                                                                                | BT4.26 trang 28                                                          | HĐKD trang 17<br>VD10 trang 25<br>VD4 trang 31<br>BT7, 8 trang 41<br>BT12 trang 44 |
| <b>Bài toán tính thể tích vật thể</b>     | BT23, 24 trang 30<br>BT5, 6 trang 27<br>HĐ thực hành trang 25                                                  |                                                                          | VD7 trang 36                                                                       |

|                                              |                              |                                         |
|----------------------------------------------|------------------------------|-----------------------------------------|
| <b>Bài toán tính thể tích khối tròn xoay</b> | BT4.34, 4.35 trang 28        | VD9 trang 38                            |
|                                              |                              | BT10 trang 41                           |
| <b>Bài toán ứng dụng trong kinh tế</b>       | VD 6 trang 18                | BT4.12 trang 18                         |
|                                              | HD tìm tòi, mở rộng trang 18 | BT4.16 trang 25<br>HD vận dụng trang 22 |

Ngoài ra, các bài toán tích phân thường yêu cầu tính toán, tạo cơ hội để HS làm quen và sử dụng các công cụ hỗ trợ như máy tính cầm tay, phần mềm toán học (GeoGebra, Desmos, Wolfram Alpha), hoặc lập trình đơn giản (Python, Maple). Điều này không chỉ giúp kiểm tra kết quả bài toán mà còn trang bị kỹ năng công nghệ cần thiết trong thời đại số. Cuối cùng, việc giải thành công một BTTT bằng tích phân mang lại cho HS cảm giác "Eureka" – sự thỏa mãn khi tìm ra lời giải, từ đó củng cố niềm tin vào bản thân và tăng động lực học tập.

Trên cơ sở nghiên cứu lý luận, các biểu hiện của NLGQVĐTH của HS cấp THPT và nội dung, yêu cầu cần đạt chủ đề Ứng dụng tích phân, các dạng BTTT, chúng tôi đề xuất một số biểu hiện NLGQVĐTH của HS trong dạy học các BTTT trong chủ đề này như sau:

**Biểu hiện 1:** Phát hiện và xác định được vấn đề toán học từ các BTTT liên quan đến chủ đề ứng dụng tích phân.

Biểu hiện này cụ thể qua: Nhận diện yếu tố toán học trong BTTT; Xác định đại lượng cần tính toán trong BTTT; Tổng hợp các thông tin của BTTT; Xác định, phát hiện được vấn đề cần giải quyết

**Biểu hiện 2:** Lựa chọn được cách thức và giải pháp sử dụng tích phân từ việc thiết lập mô hình toán học để mô tả tình huống từ BTTT

Biểu hiện cụ thể: Chuyển đổi các đại lượng và mối quan hệ thực tiễn thành ký hiệu và hàm số toán học phù hợp; Xây dựng biểu thức tích phân phù hợp với vấn đề từ BTTT; Xác định giới hạn tích phân (cận tích phân) một cách chính xác; Lựa chọn phương pháp tích phân thích hợp để giải BTTT.

**Biểu hiện 3:** Thực hiện và trình bày được giải pháp để giải quyết vấn đề được đặt ra trong BTTT có liên quan đến chủ đề ứng dụng tích phân.

Biểu hiện cụ thể: Thực hiện chính xác các bước giải toán theo mô hình đã thiết lập; Trình bày lời giải rõ ràng, logic và có diễn giải hợp lý; Kiểm tra và đánh giá được kết quả đã giải; Đưa ra được kết luận phù hợp với bài toán thực tiễn

**Biểu hiện 4:** Đánh giá được giải pháp giải quyết BTTT phù hợp với tình huống thực tiễn đã thực hiện, từ đó đề xuất BTTT tương tự.

Biểu hiện cụ thể: Phân tích sự phù hợp của kết quả với thực tiễn; Đánh giá hiệu quả của phương pháp giải quyết; Khái quát hóa vấn đề và phương pháp giải quyết; Đề xuất các BTTT tương tự hoặc mở rộng.

## **2.4. Một số biện pháp phát triển năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh qua dạy học các bài toán thực tiễn chủ đề Ứng dụng tích phân - Toán 12**

*2.4.1. Biện pháp 1: Tăng cường sử dụng bài toán thực tiễn trong các hoạt động của tiến trình dạy học trong chủ đề Ứng dụng tích phân*

### *2.4.1.1. Mục đích của biện pháp*

Mục đích của biện pháp nhằm tạo cơ hội để HS thường xuyên tiếp xúc với các bài toán có chứa các yếu tố trong thực tiễn, từ các vấn đề phát sinh, nguồn gốc hình thành kiến thức toán học, liên hệ kiến thức toán học với thực tiễn từ đó giúp phát hiện và xác định được vấn đề toán học (biểu hiện 1 của NLGQVĐTH của HS). Biện pháp yêu cầu vận dụng kiến thức

toán học trong dạy học toán cần được thể hiện trong tất cả các tiết học lý thuyết, ôn tập hay thực hành cũng như các hoạt động của mỗi tiết học chủ đề ứng dụng tích phân. Việc sử dụng các BTTT trong dạy học ở các hoạt động từ mở đầu, gọi động cơ học tập đến củng cố, vận dụng kiến thức và ôn tập kết thúc chủ đề, vừa có mục đích giúp cho HS có ý thức đúng đắn về vai trò và ứng dụng của toán học trong cuộc sống, giúp phát triển NLGQVĐTH trong học tập các BTTT một cách thường xuyên.

#### *2.4.1.2. Cách thức thực hiện biện pháp*

- Xuất phát từ BTTT liên quan trực tiếp đến kiến thức chủ đề ứng dụng tích phân như bài toán trong kinh tế, bài toán tính diện tích, thể tích, hoặc bài toán chuyển động để đặt vấn đề thích hợp cho tiết học.

- GV lựa chọn và sử dụng các BTTT trong các hoạt động mở đầu để gọi động cơ khi bắt đầu một bài học, chẳng hạn bài toán tính quãng đường xe di chuyển dựa vào vận tốc biến thiên, bài toán tính diện tích các hình phẳng, từ đó cho HS không những nhận thấy được ý nghĩa và tác dụng của kiến thức toán học trong đời sống xung quanh, mà còn tạo được sự chú ý, hứng thú và tập trung, trong quá trình học tập của HS, cũng qua đó phát hiện được vấn đề toán học cần phải giải quyết.

- GV sử dụng các BTTT trong hoạt động luyện tập, ôn tập và vận dụng để củng cố, vận dụng kiến thức toán học đã hình thành, gồm các bài toán tính thể tích, diện tích các vật thể có dạng đường cong, tính quãng đường xe di chuyển dựa vào vận tốc biến thiên, bài toán tính tích phân giúp tối ưu hóa lợi nhuận, tính tổng doanh thu theo thời gian. GV sử dụng các BTTT trong hoạt động này có thể giúp HS hiểu rõ hơn và ứng dụng tích phân vào cuộc sống hàng ngày, giúp nâng cao khả năng ghi nhớ và tái hiện kiến thức, tạo ra một môi trường học tập tích cực, phát triển kỹ năng và cải thiện hiệu suất học tập, tạo ra sự gắn kết với kiến thức, tạo cơ hội cho HS phát triển NL GQVĐTH trong các BTTT.

- GV gọi động cơ kết thúc bằng cách chính xác hóa các phương pháp ứng dụng của chủ đề tích phân đã được học qua mỗi BTTT. Trong hoạt động mở rộng, GV khuyến khích HS khám phá các BTTT khác liên quan đến tích phân trong nhiều lĩnh vực khác nhau như vật lý, kinh tế, kỹ thuật và sinh học như tính tổng lượng điện năng tiêu thụ theo thời gian, hoặc mô hình hóa sự thay đổi dân số, bài toán về tối ưu hóa diện tích và thể tích trong thiết kế công trình.

#### *2.4.1.3. Ví dụ minh họa*

**Ví dụ 1.** Bài toán; “Một ô tô đang di chuyển với tốc độ 20 m/s thì hãm phanh nên tốc độ (m/s) của xe thay đổi theo thời gian  $t$  (giây) được tính theo công thức  $v(t) = 20 - 5t$  ( $0 \leq t \leq 4$ ). Kể từ khi hãm phanh đến khi dừng, ô tô đi được quãng đường bao nhiêu?” (Toán 12, Chân trời sáng tạo).

Tổ chức HĐ khởi động vào nội dung bài mới tích phân.

GV nêu ra các bài toán mở đầu bài dạy tích phân thông qua bài toán thực tế về chuyển động. Từ đó, GV giới thiệu nội dung bài mới tích phân theo cách gắn với thực tiễn, thúc đẩy nhu cầu tìm hiểu, học toán của HS, giúp HS nhận thấy toán học có mối liên hệ thực tế, gọi động cơ học tập tìm tòi như sau:

GV: Ở lớp 11 chúng ta đã làm quen khái niệm đạo hàm, như ta đã biết đạo hàm của phương trình chuyển động là vận tốc. Vậy khi có hàm số vận tốc, ta tìm phương trình chuyển động như thế nào?

HS: Tìm nguyên hàm của hàm số vận tốc.

GV: Làm cách nào để xác định vị trí ô tô tại một thời điểm khi biết hàm số chuyển động.

HS: Tính giá trị hàm số tại thời điểm đó.

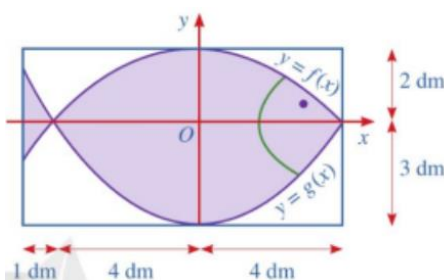
GV: Để tính đoạn đường ô tô đi được trong một khoảng thời gian nhất định  $[t_1; t_2]$  bằng cách nào?

HS: Tính vị trí ô tô tại thời điểm lúc sau trừ đi vị trí ô tô tại thời điểm trước.

GV: Vậy ta cần xét hiệu  $S(t_2) - S(t_1)$ . Biểu thức này phản ánh khái niệm tích phân.

**Phân tích biểu hiện NLGQVĐTH của HS:** HS phát hiện và nêu được vấn đề toán học, nhìn nhận vấn đề toán học từ BTTT thông qua HS thu thập và sắp xếp thông tin khi phân tích đề bài của BTTT, thiết lập được các công thức để mô tả tình huống từ BTTT, từ đó phát hiện ra giải pháp giải quyết bằng công cụ tích phân. Vì vậy bài toán này minh họa tập trung biểu hiện 1 và biểu hiện 2 của NLGQVĐTH qua dạy học giải BTTT cho HS.

GV cũng có thể tổ chức hoạt động khởi động vào nội dung bài mới tích phân như sau: Hoạ sĩ thiết kế logo hình con cá cho một doanh nghiệp kinh doanh hải sản. Logo là hình phẳng giới hạn bởi hai parabol với các kích thước được cho trong hình 1. Câu hỏi làm thế nào để tính diện tích của logo?



**Hình 1. Logo hình con cá dạng hình phẳng giới hạn bởi hai parabol**

Từ đó GV giới thiệu bài học mới: Trong thực tế, việc thiết kế logo, bảng quảng cáo người ta cần tính diện tích các bề mặt để tính toán chi phí cho việc làm ra các sản phẩm. Như bài toán trên, ta cần tính diện tích của phần hình vẽ dạng con cá. Do đó cần xác định được công cụ toán học để tính diện tích của hình phẳng.

**2.4.2. Biện pháp 2: Tổ chức cho học sinh phát hiện vấn đề toán học và thiết lập được mô hình toán học từ bài toán thực tiễn có ứng dụng tích phân**

**2.4.2.1. Mục đích của biện pháp**

Biện pháp giúp HS phát hiện, xác định được vấn đề toán học trong BTTT đã cho thông qua việc HS thu thập, sắp xếp, giải thích được thông tin, chuyển đổi được thông tin từ BTTT sang ngôn ngữ toán học để thiết lập được mô hình toán học có ứng dụng tích phân. Trên cơ sở đó, HS biết lựa chọn được cách thức và giải quyết bài toán từ việc thiết lập mô hình toán học để mô tả tình huống từ BTTT (biểu hiện 2 của NLGQVĐTH của HS). Biện pháp cũng góp phần làm sáng tỏ được sự kết nối giữa toán học và thực tiễn trong việc phát hiện vấn đề toán học từ BTTT có ứng dụng tích phân.

**2.4.2.2. Cách thức thực hiện biện pháp**

**Bước 1.** GV đưa ra tình huống dạy học có vấn đề từ BTTT, bằng cách đặt câu hỏi yêu

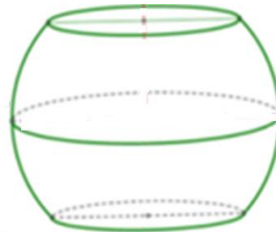
cầu tìm kiếm, phát hiện vấn đề toán học cần giải quyết hoặc nêu được nhiệm vụ học tập cần thực hiện từ HS.

**Bước 2.** GV yêu cầu HS trích xuất thông tin từ BTĐT để tìm hiểu vấn đề hoặc nhiệm vụ cần thực hiện từ đó tóm tắt lại bài toán, diễn đạt và phân tích vấn đề cần giải quyết.

**Bước 3.** GV tổ chức cho HS chia sẻ sự am hiểu vấn đề trong BTĐT với HS khác. GV nhận xét và chính xác hóa lại quá trình phát hiện vấn đề toán học từ BTĐT của HS.

#### 2.4.2.3. Ví dụ minh họa

**Ví dụ 2.** Bài toán: “ Một khối cầu có bán kính là  $5\text{ (dm)}$  , người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng  $3\text{ (dm)}$  để làm một chiếc lu đựng nước như Hình 2. Tính thể tích nước mà chiếc lu chứa được (quy tròn đến hàng đơn vị).”



**Hình 2. Khối cầu cắt bỏ đi hai chỏm cầu bằng hai mặt phẳng song song**

GV tổ chức các HĐ để GVĐ từ BTĐT

**Bước 1:** GV đưa ra tình huống có vấn đề từ BTĐT

- GV đặt câu hỏi: Nếu một khối cầu bị cắt bởi hai mặt phẳng song song, hình dạng của phần còn lại sẽ như thế nào? Phần bị cắt đi có ảnh hưởng đến thể tích chứa nước không?.

- GV tiếp tục: Chúng ta cần xác định thể tích của phần khối cầu còn lại sau khi cắt để tìm thể tích nước chứa được. Vậy nhiệm vụ cần làm là gì?

- HS suy nghĩ và trả lời: Phải tính thể tích phần còn lại của khối cầu sau khi cắt.

- GV chốt lại vấn đề: Vậy nhiệm vụ của chúng ta là tính thể tích của phần còn lại của khối cầu, sau khi cắt đi hai phần đối xứng, để biết được lu đựng được bao nhiêu nước.

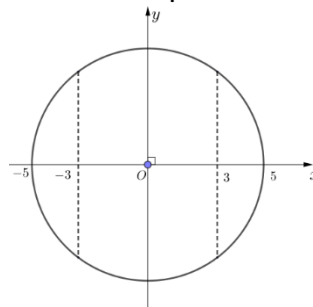
**Bước 2:** Phân tích và trích xuất thông tin từ bài toán

- GV yêu cầu HS nhận diện các yếu tố chính: Bán kính khối cầu:  $5\text{ dm}$ . Khoảng cách từ mặt phẳng cắt đến tâm:  $3\text{ dm}$  → tạo ra một phần còn lại có chiều cao  $6\text{ dm}$ .

- GV đặt câu hỏi để HS tóm tắt bài toán: Phần còn lại của khối cầu sau khi cắt có dạng gì? Làm thế nào để tính thể tích phần này?

- HS suy luận: Phần còn lại có dạng hình cầu bị cắt, tương đương với một hình cầu bị mất hai đoạn chỏm cầu.

- Chuyển đổi thông tin sang bài toán toán học:



**Hình 3. Tọa độ khối cầu cắt bỏ đi hai chỏm cầu**

- Xét đường tròn  $(C): x^2 + y^2 = 25$ , trong mặt phẳng tọa độ  $Oxy$ . Cho nửa trên trục  $Ox$  của  $(C)$  quay quanh trục  $Ox$  ta được mặt cầu bán kính bằng 5.

- Từ đó xác định được vấn đề toán học là: Cho hình phẳng  $(H)$  giới hạn bởi nửa trên trục  $Ox$  của  $(C)$ , trục  $Ox$ , hai đường thẳng  $x = -3$ ,  $x = 3$  quay xung quanh trục  $Ox$  ta sẽ được khối tròn xoay chính là cái lu.

### Bước 3: Chia sẻ và hoàn thiện cách giải

- GV tổ chức cho HS thảo luận về cách tính thể tích:
  - + Xác định mô hình toán học phù hợp: Hệ trục tọa độ, phương trình đường tròn.
  - + Thể tích nước mà chiếc lu chứa được là thể tích khối tròn xoay.
  - + Xác định thể tích cần tìm là

$$V = \pi \int_{-3}^3 (25 - x^2) dx = 132\pi (dm^3) \approx 415 (dm^3)$$

- HS trình bày cách tính, GV nhận xét và điều chỉnh nếu cần.

Cuối cùng, GV hướng dẫn HS làm tròn kết quả đến hàng đơn vị. Cách tiếp cận này giúp học sinh tự suy luận, khám phá vấn đề và trình bày giải pháp một cách khoa học.

**Phân tích biểu hiện NLGQVĐTH của HS:** HS phát hiện và nêu được vấn đề toán học, nhìn nhận vấn đề toán học từ BTĐT thông qua HS thu thập và sắp xếp thông tin khi phân tích đề bài của BTĐT, thiết lập được mô hình toán học qua vẽ hình, xác định phương trình, các công thức để mô tả tình huống từ BTĐT, từ đó phát hiện ra giải pháp giải quyết bằng công cụ tích phân. Vì vậy bài toán này minh họa tập trung biểu hiện 1 và biểu hiện 2 của NLGQVĐTH qua dạy học giải BTĐT cho HS.

### 2.4.3. Biện pháp 3: Tăng cường các hoạt động trải nghiệm, thực hành có vận dụng kiến thức chủ đề Ứng dụng tích phân vào thực tiễn

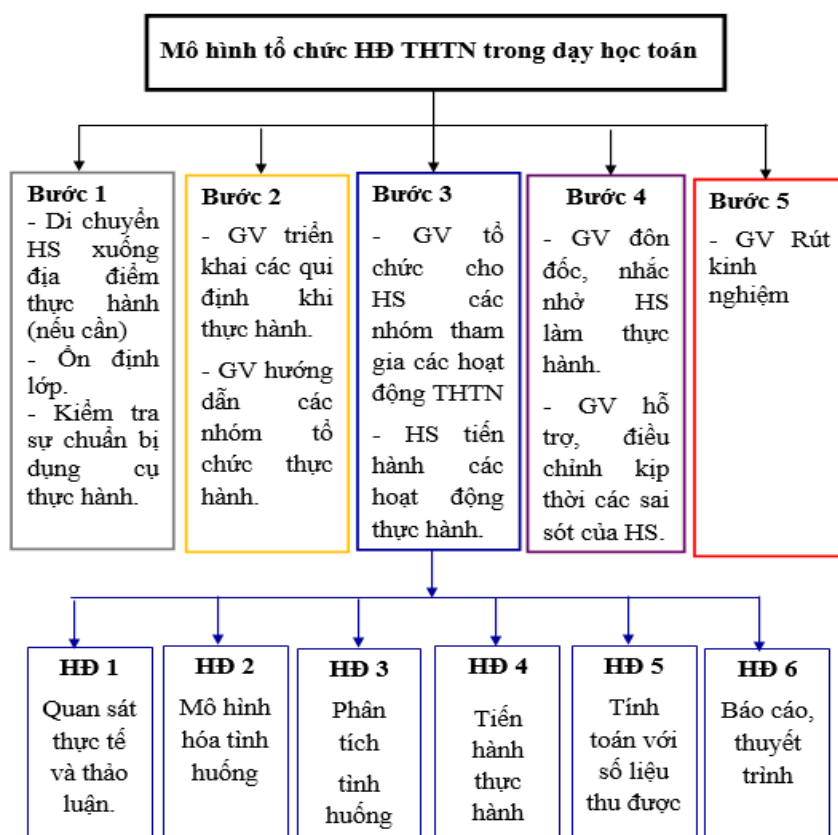
#### a. Mục đích của biện pháp

Thông qua hoạt động thực hành và trải nghiệm giúp HS được hiểu sâu và vận dụng được kiến thức toán học, kết nối trực tiếp được toán học với thực tiễn. Đây chính là cơ hội để HS thực hành các kiến thức toán học, áp dụng kiến thức vào giải quyết các vấn đề quan sát được trong cuộc sống thành các vấn đề toán học. Qua việc giải quyết BTĐT, HS cũng đánh giá được giải pháp giải quyết BTĐT phù hợp với tình huống thực tiễn đã thực hiện (biểu hiện 3 và 4 của NLGQVĐTH). Điều này cũng giúp HS thấy được ý nghĩa và giá trị của kiến thức tích phân trong vấn đề thực tế góp phần thúc đẩy mạnh động cơ trong học tập môn toán. Ngoài ra, trong quá trình thực hiện các hoạt động thực hành trải nghiệm, nhiều kỹ năng quan trọng của HS như giao tiếp, hợp tác, làm việc nhóm, phản biện cũng được hình thành và phát triển toàn diện.

#### b. Cách thức thực hiện biện pháp

- Tổ chức hoạt động thực hành trải nghiệm: GV đảm bảo tốt việc dạy các giờ thực hành được quy định, đồng thời tìm kiếm thêm các cơ hội thực hành từ các chủ đề ứng dụng tích phân. Khi thực hành có thể tổ chức thực hành trong lớp học và thực hành ngoài lớp học, với hình thức hoạt động thực hành theo nhóm.

- Các bước tổ chức hoạt động thực hành trải nghiệm được thực hiện qua sơ đồ sau:



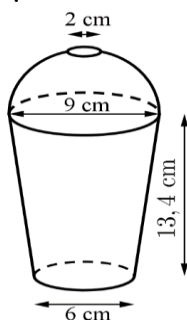
### Sơ đồ 1. Mô hình tổ chức hoạt động thực hành trải nghiệm trong dạy học Toán

#### c. Ví dụ minh họa

GV chuẩn bị vật thật và cho HS quan sát đồ dùng trong thực tế như cái chén, cái ly, cái trống ở sân trường, hộp đựng có hình dạng tròn xoay,... Từ đó đặt vấn đề tính thể tích của vật xung quanh cuộc sống.

Triển khai cho các nhóm thực hành: GV chia nhóm (mỗi nhóm mỗi vật dụng khác nhau) và hướng dẫn HS thực hành.

**Ví dụ 3.** Tiến hành cho HS quan sát và đo đạc ly trà sữa được các kích thước và giải quyết bài toán sau: “Một ly trà sữa dạng hình nón cụt, có đường kính đáy ly 6 cm, đường kính miệng ly 9 cm, chiều cao 13,4 cm, ở miệng ly có sử dụng một nắp đậy có hình dạng nửa mặt cầu và ở đỉnh của nửa mặt cầu này có một hình tròn có đường kính 2 cm để cắm ống hút, mặt phẳng chứa hình tròn này song song với mặt phẳng chứa miệng ly. Tính thể tích ly trà sữa (phần không gian bên trong ly trà sữa)”.



Hình 4. Ly trà sữa

**HD1: Quan sát thực tế và mở rộng**

- Giáo viên giới thiệu mô hình ly trà sữa thực tế.
- Giáo viên đưa hình ảnh ly trà sữa thật có hình dạng nón cụt và nắp cầu.
- Đặt câu hỏi gợi mở:

Nếu em là nhân viên trong quán, em cần biết dung tích tối đa của ly để pha chế phù hợp. Vậy làm thế nào để tính được thể tích của ly trà sữa?

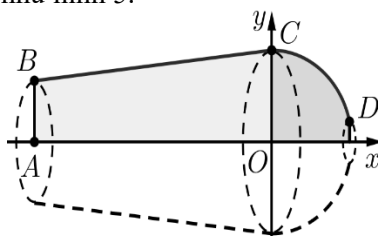
• HS thảo luận: ly gồm thân ly (hình nón cụt) và nắp (nửa mặt cầu), có chỗ cắm ống hút là phần không gian bị khoét bỏ.

**HD2: Mô hình hoá bài toán**

• Xác định các yếu tố hình học: hình nón cụt, nửa mặt cầu, và phần hình tròn trên nắp.

• Chọn hệ trục  $Oxy$  (đơn vị trên trục là centimet) với trục  $Ox$  đi qua tâm của 2 đáy hình nón cụt và gốc tọa độ  $O$  trùng với tâm của đáy lớn như hình 4.

- Các nhóm thảo luận để thiết lập mô hình toán học và giải quyết vấn đề toán học.
- Chọn hệ trục tọa độ như hình 5.



**Hình 5. Tọa độ hoá ly trà sữa**

• GV gợi ý: Em hãy vẽ hình minh họa và ghi chú các kích thước cần thiết cho bài toán hình học.

**HD3: Phân tích tình huống**

- HS tiến hành thực hành trải nghiệm
  - Thể tích phần không gian bên trong ly trà sữa gồm 2 phần:
- + Phần 1 là thể tích khối nón cụt sinh ra khi ta quay đường gấp khúc ABCO xung quanh trục OA
- + Phần 2 là thể tích của một phần khối sinh ra khi quay cung CD quanh trục  $Ox$ .

**HD4: Tiến hành thực hành**

- Học sinh tự thực hiện tính toán với các công thức đã xác định.

Xác định tọa độ các đỉnh  $B(-6, 7, 3)$ ,  $C(0, 4, 5)$  nên phương trình BC:

$y = \frac{15}{67}x + 4,5$ . Phương trình cung  $CD: y = \sqrt{4,5^2 - x^2}$ . Khi đó hoành độ của điểm D:

$$x_D = \sqrt{4,5^2 - 1^2} = \frac{\sqrt{77}}{2}.$$

- Kiểm tra các bước tính toán để đảm bảo độ chính xác.

**HD5: Tính toán với số liệu thu được**

- Học sinh thực hiện các phép tính: thay số vào công thức để tìm ra thể tích ly trà sữa.

• Thể tích phần 1:  $V_1 = \pi \int_{-6,7}^0 \left( \frac{15}{67}x + 4,5 \right)^2 dx = \frac{3819}{40} \pi$ .

• Thể tích phần 2:  $V_2 = \pi \int_0^{\frac{\sqrt{77}}{2}} (4,5^2 - x^2) dx \approx 190,6743$ .

- Thể tích cần tìm là:  $V = V_1 + V_2 \approx 490,62 \text{ (cm}^3\text{)}$ .

- So sánh kết quả với dự đoán ban đầu.

*HD6: Báo cáo, thuyết trình*

GV cho đại diện các nhóm trình bày báo cáo sản phẩm thực hành của nhóm. Các nhóm còn lại nhận xét, chia sẻ kết quả giải quyết các BTTT khác được phân công và bổ sung hoàn chỉnh bài toán.

- Học sinh trình bày quá trình giải toán và kết quả.
- Giải thích các bước tính toán và các ứng dụng thực tế của hình học trong đời sống.
- Thảo luận về các sai số có thể xảy ra và cách cải thiện phương pháp tính toán.
- Hình vẽ minh họa ly trà sữa
- Các bước mô hình hóa và công thức tính
- Các kết quả từng phần và tổng thể tích
- Kết luận: Dung tích ly trà sữa là khoảng  $490,62 \text{ cm}^3$  ( $\sim 490 \text{ ml}$ ). GV đánh giá bài thuyết trình theo tiêu chí: đúng kiến thức, hợp lý mô hình, rõ ràng, sáng tạo.

**Phân tích biểu hiện NLGQVĐTH của HS:** Thông qua trải nghiệm các vật thể quen thuộc trong cuộc sống như đo đặc thiết lập được mô hình toán học để mô tả tình huống từ BTTT để xây dựng đề bài của BTTT, HS trình bày được giải pháp vấn đề toán học từ BTTT và đánh giá sự phù hợp lời giải bài toán. Do đó, biểu hiện 2, biểu hiện 3 và biểu hiện 4 của NLGQVĐTH của HS qua giải BTTT được thể hiện.

### 3. Kết luận

Trên cơ sở lý luận và thực tiễn dạy học toán ở trường phổ thông, nghiên cứu đã xác định bốn biểu hiện của NLGQVĐTH và đề xuất ba biện pháp sư phạm nhằm phát triển NLGQVĐTH cho HS qua dạy học các BTTT trong chủ đề Ứng dụng của tích phân. Các biểu hiện này không chỉ thể hiện khả năng áp dụng kiến thức toán học vào tình huống cụ thể mà còn bộc lộ khả năng thiết lập mô hình hóa toán học, giải quyết vấn đề và đánh giá lời giải cho các vấn đề trong thực tiễn. Việc dạy học các BTTT liên quan đến ứng dụng tích phân còn giúp HS phát huy các kỹ năng cần thiết trong dạy học như giao tiếp, hợp tác, tư duy phản biện và sáng tạo qua thực hành trải nghiệm. Mỗi biện pháp chỉ ra các cách thức thực hiện và ví dụ minh họa, từ đó có thể có những chỉ dẫn cụ thể cho GV tiến hành thiết kế và tổ chức trong dạy học các vấn đề thực tiễn ở các chủ đề khác nhau trong chương trình toán ở trường phổ thông. Kết quả nghiên cứu cung cấp cơ sở quan trọng để giáo viên ở trường phổ thông có thể thiết kế các hoạt động dạy học tích cực, nhằm phát triển năng lực toán học cho HS nói chung và NLGQVĐTH nói riêng, đồng thời trang bị cho HS những kỹ năng cần thiết để giải quyết các thách thức trong cuộc sống.

### Tài liệu tham khảo

- Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018a). *Chương trình giáo dục phổ thông - Chương trình tổng thể* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-Bộ GDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GDĐT).
- Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018b). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-Bộ GDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GDĐT).
- Đào, T. H. (2019). Xây dựng bài toán thực tiễn trong dạy học chủ đề hàm số mũ và hàm số logarit cho học sinh trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*. 452 (Kì 2 – 4/2019). 48-53.
- Đỗ, Đ. T. (Chủ biên), Đỗ, T. Đ., Phạm, X. C., Nguyễn, S. H., Phạm, S. N., Vũ, Đ. P., Nguyễn, T. K. S., Vũ, P. T. & Trần, Q. V. (2020). *Dạy học phát triển năng lực môn toán trung học phổ thông*. Hà Nội: NXB Đại học Sư phạm.

- Đỗ, Đ. T. (Tổng Chủ biên kiêm Chủ biên), Phạm, X. C., Nguyễn, S. H., Nguyễn, T. P. L., Phạm, S. N., Phạm, M. P. & Phạm, H. Q. (2023). *Toán 12 (Tập 2) – Bộ sách Cánh Diều*. Hà Nội: NXB Đại học Sư phạm.
- Hà, H. K. (Tổng Chủ biên), Cung, T. A., Trần, V.T., Đặng, H. T. (đồng Chủ biên), Trần, M. C., Lê, V. C., Nguyễn, Đ. Đ., Lê, V. H., Phan, T. H., Trần, Đ. K., Phạm, A. M. & Nguyễn, T. K. S. (2023). *Toán 12 (tập 2) – Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.
- Nguyễn, D. N. (2020). Một số vấn đề về giáo dục toán học gắn với thực tiễn. *Tạp chí Giáo dục*, số 487 (Kì 1 -10/2020), 15-21.
- Nguyễn, T. M. H., Vũ. V. Q., Lê. V. T. (2021) Thiết kế bài toán thực tiễn trong dạy học toán cho các lớp cuối cấp THCS. *Tạp chí khoa học Đại học Vinh*, Tập 50 -Số 1B, 36-46.
- Trần, N. D. (Tổng Chủ biên), Trần, Đ.H., Nguyễn, T.A. (đồng Chủ biên), Vũ, T. T. H, Ngô, H. L, Phạm, H. Q & Phạm, T. T. T. (2023). *Toán 12 (Tập 2) – Bộ sách Chân trời sáng tạo*. NXB Giáo dục Việt Nam.