

THỂ TƯƠNG TÁC COULOMB TRONG LỚP BA GRAPHENE

• Nguyễn Văn Mện^(*)

Tóm tắt

Thể tương tác Coulomb có đóng góp đáng kể vào các đặc tính quan trọng của hệ nhiều hạt mang điện. Bài báo này nhằm xác định biểu thức giải tích của thể tương tác Coulomb giữa các điện tử trong một cấu trúc lớp được cấu tạo từ ba lớp graphene song song nhau, được ngăn cách bởi những lớp điện môi khác nhau bằng cách giải phương trình Poisson. Kết quả giải tích và khảo sát bằng số cho thấy các hàm thể Coulomb trong không gian xung lượng chịu ảnh hưởng mạnh bởi sự không đồng nhất của điện môi nền. Thể Coulomb xuyên lớp giảm rất nhanh theo vector sóng và khoảng cách giữa các lớp trong khi các thể nội lớp bị ảnh hưởng yếu hơn và phụ thuộc vào môi trường xung quanh các lớp graphene lân cận.

Từ khóa: Thể tương tác Coulomb, graphene, điện môi nền không đồng nhất.

1. Giới thiệu

Bài toán hệ nhiều hạt tương tác là một trong những bài toán quan trọng của vật lý hiện đại vì việc giải bài toán loại này sẽ giúp giải quyết được nhiều bài toán quan trọng khác, giúp xác định những đặc tính quan trọng của hệ khảo sát. Tương tác Coulomb là loại tương tác có cường độ khá lớn vì thể không thể bỏ qua trong hệ nhiều hạt mang điện. Đặc biệt hơn, trong các cấu trúc lớp thì thể Coulomb được xem là thể chủ yếu, nó đóng góp đáng kể vào nhiều đặc trưng cơ bản của cấu trúc như năng lượng trạng thái cơ bản, điện trở Coulomb drag, kích thích tập thể ... Việc xác định được biểu thức tường minh của thể tương tác Coulomb trong hệ là cơ sở để xác định các đặc trưng cơ bản của hệ.

Thể Coulomb bắt nguồn từ tương tác tĩnh điện giữa các điện tích điểm, tuân theo định luật Coulomb và có biểu thức khá đơn giản đối với hệ hai điện tích, đã được xác định và sử dụng từ lâu trong các bài toán vật lý. Tuy nhiên, đối với hệ gồm số rất lớn các hạt đồng nhất và phân bố tập trung trong vùng không gian hẹp như trong các cấu trúc lớp thì biểu thức của thể, cần xác định trong không gian xung lượng cho tiện sử dụng, là không đơn giản. Vấn đề càng phức tạp hơn đối với các hệ có chứa graphene – cấu trúc chỉ gồm một lớp nguyên tử với hàm phân bố là dạng hàm delta Dirac.

Trong graphene đơn lớp, thể tương tác Coulomb đã được xác định như một hàm tỷ lệ nghịch với vector sóng và hằng số điện môi nền trung bình bao bọc lớp graphene. Kết quả này đã

được sử dụng để xác định các tính chất khác trong graphene như kích thích tập thể, hệ số dẫn quang, tốc độ sóng âm... [3], [14]. Trong cấu trúc graphene nhiều lớp có điện môi nền đồng nhất, ngoài thể tương tác Coulomb nội lớp (có dạng giống như đối với graphene đơn lớp) thì thể Coulomb xuyên lớp, đặc trưng cho tương tác giữa các điện tử trong hai lớp khác nhau, có sự xuất hiện của hàm lũy thừa âm cơ số tự nhiên của khoảng cách giữa hai lớp và vector sóng [4], [15], [16]. Các hàm này giảm rất nhanh khi khoảng cách giữa hai lớp và vector sóng tăng lên nhưng lại có đóng góp đáng kể đối với vùng sóng dài và khoảng cách hai lớp nhỏ nên đã gây ra nhiều đặc tính mới lạ cho cấu trúc lớp đôi so với các lớp đơn cấu thành [4], [13], [15], [16]. Đối với hệ gồm hai lớp graphene được ngăn cách bởi những lớp điện môi khác nhau, biểu thức thể tương tác Coulomb được xác định nhờ việc giải phương trình Poisson và có dạng khá phức tạp theo vector sóng, khoảng cách giữa hai lớp và đã được Badalyan các cộng sự công bố và sử dụng [1]. Sau đó, thể tương tác cho hệ loại này cũng được nhóm nghiên cứu của Nguyễn Quốc Khánh sử dụng để xác định phổ kích thích tập thể và các tính chất khác của lớp đôi [5], [6], [10]. Biểu thức thể tương tác Coulomb trong cấu trúc lớp đôi gồm một lớp graphene và một lớp khí điện tử hai chiều với điện môi nền không đồng nhất cũng đã được tính toán và được sử dụng để tính điện trở Coulomb drag, tần số plasmon và tốc độ phân rã plasmon [7], [8], [11], [12]. Cấu trúc gồm nhiều lớp graphene đã được Zhu và các cộng sự nghiên cứu với điện môi nền đồng nhất [17]. Theo tìm hiểu của tác giả, những hệ ba lớp

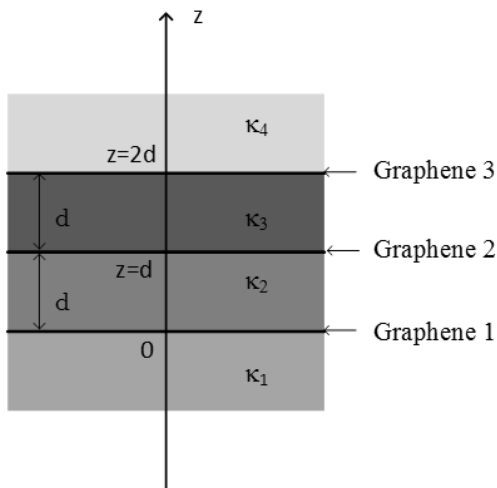
^(*) Trường Đại học An Giang.

graphene có điện môi nền không đồng nhất hiện chưa thấy có công bố khoa học nào mặc dù các công bố trước đây cho thấy có sự khác biệt đáng kể trong biểu thức thế tương tác Coulomb từ đó dẫn tới sự khác biệt về những đặc tính điện của hệ không đồng nhất so với hệ đồng nhất mang cùng các thông số đặc trưng [1], [5], [7], [8], [9], [11].

Chính vì vai trò quan trọng của thế tương tác Coulomb và sự không đồng nhất của điện môi nền đối với các đặc tính của cấu trúc lớp, bài báo này nhằm xác định thế tương tác Coulomb cho các điện tử trong một cấu trúc gồm ba lớp graphene, được ngăn cách nhau bằng những lớp điện môi nền khác nhau, làm cơ sở cho việc xác định các đặc tính khác nữa của cấu trúc loại này. Các biểu thức giải tích của thế Coulomb nội lớp và xuyên lớp được xác định từ nghiệm của phương trình Poisson trong không gian xung lượng.

2. Lý thuyết

Lớp ba graphene với hằng số điện môi nền không đồng nhất có cấu tạo được mô tả trên Hình 1. Ba lớp graphene song song nhau và song song với mặt phẳng Oxy, cách đều nhau một khoảng cách bằng d, lần lượt ở các vị trí $z=0$, $z=d$ và $z=2d$.



Hình 1. Lớp ba graphene với bốn lớp điện môi có hằng số điện môi khác nhau

Thế tương tác Coulomb trong không gian xung lượng được xác định bằng biểu thức [13]:

$$U_{ij}(\vec{q}) = -e \int_{-\infty}^{\infty} dz \int_{-\infty}^{\infty} dz' \phi(\vec{q}, z, z') |\chi_i(z)|^2 |\chi_j(z')|^2 \quad (1)$$

với $i, j=1,2,3$ là các chỉ số cho từng lớp graphene. Các hàm $\chi_{i,j}(z)$ là hàm sóng xác định

trạng thái của các điện tử trong các lớp graphene. Các hàm này có dạng:

$$|\chi_1(z)|^2 = \delta(z), \quad (2)$$

$$|\chi_2(z)|^2 = \delta(z-d), \quad (3)$$

$$|\chi_3(z)|^2 = \delta(z-2d). \quad (4)$$

Lần lượt thay các phương trình (2), (3), (4) vào phương trình (1) với chú ý tính chất của hàm delta Dirac ta được biểu thức các thế Coulomb nội lớp và xuyên lớp trong không gian xung lượng là:

$$U_{11}(q) = -e\phi(q, 0, 0), \quad (5)$$

$$U_{22}(q) = -e\phi(q, d, d), \quad (6)$$

$$U_{33}(q) = -e\phi(q, 2d, 2d), \quad (6)$$

$$U_{12}(q) = U_{21}(q) = -e\phi(q, 0, d), \quad (7)$$

$$U_{13}(q) = U_{31}(q) = -e\phi(q, 0, 2d), \quad (8)$$

$$U_{23}(q) = U_{32}(q) = -e\phi(q, d, 2d). \quad (9)$$

Để tìm dạng tường minh của các biểu thức thế tương tác này ta cần xác định dạng tường minh của hàm $\phi(q, z, z')$. Hàm $\phi(q, z, z')$ là ảnh Fourier của hàm $\phi(\rho - \rho', z, z')$, hàm thế biểu thị tương tác của hai phân tử điện tích ρ và ρ' tại các vị trí z và z' trong không gian. Hàm $\phi(\rho - \rho', z, z')$ là nghiệm của phương trình Poisson [13]

$$\nabla[\kappa(z)\nabla\phi(\rho - \rho', z, z')] = 4\pi e\delta(\rho - \rho')\delta(z - z'). \quad (10)$$

Hàm $\kappa(z)$ là hằng số điện môi nền dọc theo trục Oz. Với hệ trên Hình 1, hàm này có thể xác định là

$$\kappa(z) = \begin{cases} \kappa_1, & z < 0 \\ \kappa_2, & 0 < z < d \\ \kappa_3, & d < z < 2d \\ \kappa_4, & z > 2d \end{cases} \quad (11)$$

Sử dụng phép biến đổi Fourier cho hàm ϕ ta dẫn tới phương trình [13]

$$\frac{d}{dz} \left[\kappa(z) \frac{d\phi(q, z, z')}{dz} \right] - \kappa(z) q^2 \phi(q, z, z') = 4\pi e\delta(z - z'). \quad (12)$$

Giải phương trình (12) với hàm $\kappa(z)$ xác định từ phương trình (11) ta thu được hàm ϕ ứng với các trường hợp khác nhau rồi lần lượt

thay vào các phương trình (5)-(9) ta sẽ thu được biểu thức thế tương tác Coulomb.

3. Kết quả và thảo luận

Việc xác định nghiệm của phương trình (12) chỉ nhằm mục đích tìm thế tương tác $U_{ij}(q)$ trong các phương trình (5)-(9) nên ta chỉ cần tìm nghiệm ứng với ba trường hợp sau:

+ Trường hợp 1 ($z'=0$, ứng với các điện tử trong lớp graphene 1): nghiệm của (12) là:

$$\phi(q, z, 0) = \begin{cases} A_1 e^{qz}, & z < 0 \\ A_2 e^{qz} + A_3 e^{-qz}, & 0 < z < d \\ A_4 e^{qz} + A_5 e^{-qz}, & d < z < 2d \\ A_6 e^{-qz}, & z > 2d \end{cases} \quad (13)$$

Để xác định các hằng số $A_1 \div A_6$ trong phương trình (13), ta sử dụng điều kiện liên tục của hàm ϕ , của đạo hàm hàm ϕ và gián đoạn hữu hạn của đạo hàm hàm ϕ tại $z = z' = 0$ [2]:

$$\begin{cases} A_1 = A_2 + A_3 \\ A_2 e^{qd} + A_3 e^{-qd} = A_4 e^{qd} + A_5 e^{-qd} \\ A_4 e^{2qd} + A_5 e^{-2qd} = A_6 e^{-2qd} \\ (\kappa_2 A_2 - \kappa_2 A_3 - \kappa_1 A_1) q = 4\pi e \\ \kappa_2 (A_2 e^{qd} - A_3 e^{-qd}) = \kappa_3 (A_4 e^{qd} - A_5 e^{-qd}) \\ \kappa_3 (A_4 e^{2qd} - A_5 e^{-2qd}) = -\kappa_4 A_6 e^{-2qd} \end{cases} \quad (14)$$

Hệ các phương trình (14) cho phép ta xác định các hệ số A_i của hàm thế $\phi(q)$.

+ Trường hợp 2 và 3 ($z' = d$ và $z' = 2d$, ứng với các điện tử trong lớp graphen thứ hai và thứ ba): dạng nghiệm cũng giống như (13) nhưng hệ các phương trình xác định hệ số (thay vì A ta ký hiệu là B và C) có khác do đạo hàm gián đoạn tại $z = d$ và $z = 2d$ [2]:

$$\begin{cases} B_1 = B_2 + B_3 \\ B_2 e^{qd} + B_3 e^{-qd} = B_4 e^{qd} + B_5 e^{-qd} \\ B_4 e^{2qd} + B_5 e^{-2qd} = B_6 e^{-2qd} \\ \kappa_2 B_2 - \kappa_2 B_3 = \kappa_1 B_1 \\ \left[\kappa_3 (B_4 e^{qd} - B_5 e^{-qd}) - \kappa_2 (B_2 e^{qd} - B_3 e^{-qd}) \right] q = 4\pi e \\ \kappa_3 (B_4 e^{2qd} - B_5 e^{-2qd}) = -\kappa_4 B_6 e^{-2qd} \end{cases} \quad (15)$$

Và

$$\begin{cases} C_1 = C_2 + C_3 \\ C_2 e^{qd} + C_3 e^{-qd} = C_4 e^{qd} + C_5 e^{-qd} \\ C_4 e^{2qd} + C_5 e^{-2qd} = C_6 e^{-2qd} \\ \kappa_2 C_2 - \kappa_2 C_3 = \kappa_1 C_1 \\ \kappa_3 (C_4 e^{qd} - C_5 e^{-qd}) = \kappa_2 (C_2 e^{qd} - C_3 e^{-qd}) \\ \left[-\kappa_4 C_6 e^{-2qd} - \kappa_3 (C_4 e^{2qd} - C_5 e^{-2qd}) \right] q = 4\pi e \end{cases} \quad (16)$$

Giải hệ các phương trình (14)-(16) để được các hệ số A_i, B_i, C_i ($i=1,2,\dots,6$) rồi thay vào biểu thức của hàm ϕ . Biểu thức thế tương tác (5)-(9) có thể viết lại thành:

$$U_{11}(q) = -eA_1, \quad (17)$$

$$U_{22}(q) = -e(B_2 e^{qd} + B_3 e^{-qd}), \quad (18)$$

$$U_{33}(q) = -eC_6 e^{-2qd}, \quad (19)$$

$$U_{12}(q) = U_{21}(q) = -eB_1, \quad (20)$$

$$U_{13}(q) = U_{31}(q) = -eC_1, \quad (21)$$

$$U_{23}(q) = U_{32}(q) = -e(C_2 e^{qd} + C_3 e^{-qd}). \quad (22)$$

Các tính toán chi tiết cho thấy, biểu thức thế Coulomb cho lớp ba graphene có dạng:

$$U_{ij}(q) = \frac{2\pi e^2}{q} f_{ij}(q), \quad (23)$$

trong đó:

$$f_{11}(q) = \frac{2[(\kappa_2 + \kappa_3)(\kappa_3 - \kappa_4) + 2\kappa_3(\kappa_2 - \kappa_3)e^{2qd} + (\kappa_2 + \kappa_3)(\kappa_3 + \kappa_4)e^{4qd}]}{N(qd)}, \quad (24)$$

$$f_{22}(q) = \frac{8e^{2qd}[\kappa_1 \cosh(qd) + \kappa_2 \sinh(qd)][\kappa_3 \cosh(qd) + \kappa_4 \sinh(qd)]}{N(qd)}, \quad (25)$$

$$f_{33}(q) = \frac{2[(\kappa_2 + \kappa_3)(\kappa_2 - \kappa_1) + 2\kappa_1(\kappa_3 - \kappa_2)e^{2qd} + (\kappa_1 + \kappa_2)(\kappa_2 + \kappa_3)e^{4qd}]}{N(qd)}, \quad (26)$$

$$f_{12}(q) = f_{21}(q) = \frac{8\kappa_2 e^{2qd}[\kappa_3 \cosh(qd) + \kappa_4 \sinh(qd)]}{N(qd)}, \quad (27)$$

$$f_{13}(q) = f_{31}(q) = \frac{8\kappa_2 \kappa_3 e^{2qd}}{N(qd)}, \quad (28)$$

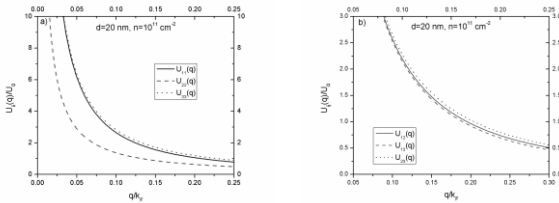
$$f_{32}(q) = f_{23}(q) = \frac{8\kappa_3 e^{2qd}[\kappa_2 \cosh(qd) + \kappa_1 \sinh(qd)]}{N(qd)}. \quad (29)$$

Với

$$N(x) = (\kappa_1 - \kappa_2)(\kappa_2 + \kappa_3)(\kappa_3 - \kappa_4) + 2e^{2x}(\kappa_2 - \kappa_3)(\kappa_1 \kappa_3 - \kappa_2 \kappa_4) + e^{4x}(\kappa_1 + \kappa_2)(\kappa_2 + \kappa_3)(\kappa_3 + \kappa_4). \quad (30)$$

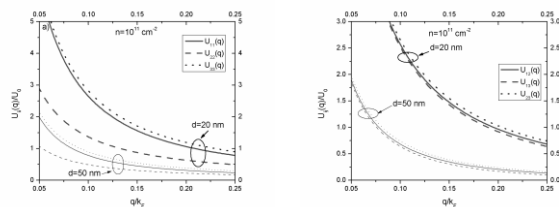
Các biểu thức tương tự cho lớp đôi graphene đã được Badalyan và Peeters công bố [1]. Thế tương tác Coulomb nội lớp (intra-layer), được xác định từ các biểu thức (24)-(26), bị ảnh hưởng bởi hằng số điện môi của môi trường

xung quanh các lớp graphene lân cận và không chịu ảnh hưởng nhiều bởi vector sóng q và khoảng cách giữa hai lớp d (do tử số và mẫu số chứa lũy thừa cơ số tự nhiên cùng bậc). Trong khi đó, thế tương tác Coulomb xuyên lớp (inter-layer) bị ảnh hưởng mạnh bởi tích qd (do chứa thừa số lũy thừa cơ số tự nhiên ở mẫu số có bậc lớn hơn so với ở tử số) như có thể nhận thấy từ các biểu thức (27)-(29).



Hình 2. Thế tương tác Coulomb nội lớp (a) và xuyên lớp (b) trong lớp ba graphene với điện môi nền không đồng nhất. Các tham số sử dụng là $d = 20 \text{ nm}$, $n = 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\kappa_1 = \kappa_{\text{SiO}_2} = 3,8$, $\kappa_2 = \kappa_3 = \kappa_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 9,1$, $\kappa_4 = \kappa_{\text{air}} = 1,0$

Hình 2 biểu diễn các hàm thế tương tác như một hàm theo vector sóng q . Trong hình vẽ, $U_0 = 2\pi e^2$ và k_F là vector sóng Fermi của graphene, n là mật độ hạt tải trong graphene. Các hằng số điện môi nền được sử dụng là $\kappa_1 = \kappa_{\text{SiO}_2} = 3,8$, $\kappa_2 = \kappa_3 = \kappa_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 9,1$, $\kappa_4 = \kappa_{\text{air}} = 1,0$ [13]. Các Hình 2(a) và 2(b) cho thấy, các thế tương tác nội lớp có giá trị lớn hơn đáng kể so với thế tương tác xuyên lớp ở cùng một giá trị vector sóng, khoảng cách lớp và mật độ hạt tải.



Hình 3. Thế tương tác Coulomb nội lớp (a) và xuyên lớp (b) trong lớp ba graphene với điện môi nền không đồng nhất. Các tham số sử dụng là $d = 20 \text{ nm}$ và $d = 50 \text{ nm}$, $n = 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\kappa_1 = \kappa_{\text{SiO}_2} = 3,8$, $\kappa_2 = \kappa_3 = \kappa_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 9,1$, $\kappa_4 = \kappa_{\text{air}} = 1,0$

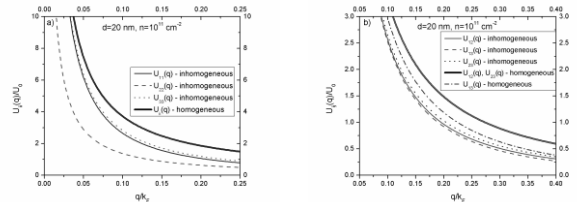
Để tìm hiểu kỹ hơn ảnh hưởng của khoảng cách giữa các lớp đối với các thế Coulomb đã tìm được, Hình 3(a) và 3(b) vẽ các thế này với

hai giá trị khoảng cách lớp khác nhau $d = 20 \text{ nm}$ và $d = 50 \text{ nm}$. Kết quả cho thấy, ở hai khoảng cách lớp khác nhau, đồ thị các hàm $U_{ii}(q)$ nằm gần nhau trong khi đồ thị các hàm $U_{ij}(q)$ tách làm hai nhóm rõ rệt. Điều này chứng tỏ các hàm thế $U_{ij}(q)$ phụ thuộc mạnh hơn vào khoảng cách lớp so với các hàm $U_{ii}(q)$ như đã nhận định từ các biểu thức giải tích.

Đối với hệ có điện môi nền đồng nhất, ta thay $\kappa_1 = \kappa_2 = \kappa_3 = \kappa_4 = \kappa$ vào các biểu thức (23)-(30) và thu được:

$$U_{ij}(q) = \frac{2\pi e^2}{\kappa q} e^{-|i-j|qd} \quad (31)$$

Biểu thức (31) là thế tương tác Coulomb đã được Zhu và các cộng sự sử dụng để tính phổ kích thích tập thể cho hệ gồm nhiều lớp graphene có điện môi nền đồng nhất [17]. Để có được những so sánh chi tiết hơn, Hình 4 vẽ đồ thị các hàm thế với điện môi nền đồng nhất và không đồng nhất. Hệ đồng nhất sử dụng hằng số điện môi nền là trung bình của hằng số điện môi hai lớp xung quanh hệ ($\kappa = \bar{\kappa} = (\kappa_1 + \kappa_4) / 2 = 2,4$).



Hình 4. Thế tương tác Coulomb nội lớp (a) và xuyên lớp (b) trong lớp ba graphene với điện môi nền đồng nhất và không đồng nhất. Các tham số sử dụng là $d = 20 \text{ nm}$, $n = 10^{11} \text{ cm}^{-2}$, $\kappa_1 = \kappa_{\text{SiO}_2} = 3,8$, $\kappa_2 = \kappa_3 = \kappa_{\text{Al}_2\text{O}_3} = 9,1$, $\kappa_4 = \kappa_{\text{air}} = 1,0$. Hệ đồng nhất so sánh có hằng số điện môi trung bình bằng $\kappa = \bar{\kappa} = (\kappa_1 + \kappa_4) / 2 = 2,4$

Hình 4(a) cho thấy, đối với hệ đồng nhất, thế Coulomb nội lớp trong mỗi lớp graphene là như nhau được biểu diễn bằng đường liền nét đậm. Trong khi đó, các hàm này có giá trị khác nhau đáng kể đối với hệ không đồng nhất do chúng phụ thuộc khác nhau vào các hằng số điện môi của môi trường. Sự khác biệt xảy ra nhiều nhất đối với thế $U_{22}(q)$ do lớp graphene 2 nằm cách xa hai lớp điện môi bao bọc hệ (κ_1 và κ_4)

nhất. Hình 4(b) cho thấy các thể tương tác Coulomb xuyên lớp trong hệ không đồng nhất có giá trị không khác nhau nhiều. Trong hệ đồng nhất, các hàm $U_{12}(q)$ và $U_{23}(q)$ có cùng giá trị (đường liền nét đậm) trong khi thể $U_{13}(q)$ nhận giá trị nhỏ hơn nhiều và giảm nhanh hơn theo vector sóng (đường chấm gạch).

4. Kết luận

Bài báo đã sử dụng phương trình Poisson để tìm biểu thức giải tích của thể tương tác Coulomb nội lớp và xuyên lớp trong không gian xung lượng của một cấu trúc gồm ba lớp graphene được ngăn cách bởi những lớp điện môi nền khác nhau. Kết quả tính toán cho thấy các thể tương tác nội lớp bị tác động bởi điện môi bao bọc các lớp graphene lân cận, nhận giá

trị khác nhau nhiều đối với từng lớp graphene và ít chịu tác động bởi khoảng cách giữa các lớp. Trong khi đó, các thể Coulomb xuyên lớp giảm nhanh theo vector sóng và khoảng cách giữa các lớp. Cả thể tương tác nội lớp và xuyên lớp bị ảnh hưởng đáng kể bởi sự không đồng nhất của hằng số điện môi nền trong hệ. Các kết quả giải tích về thể Coulomb trong bài báo này có thể sử dụng để khảo sát những đặc tính quan trọng khác như điện trở Coulomb drag, tính chất vận chuyển hoặc phổ kích thích tập thể của hệ.

Lời cảm ơn

Nghiên cứu này được tài trợ bởi Quỹ Phát triển khoa học và công nghệ Quốc gia (NAFOSTED) trong đề tài mã số 103.01-2017.23./.

Tài liệu tham khảo

- [1]. Badalyan, S. M. and Peeters, F. M. (2012), "Effect of nonhomogenous dielectric background on the plasmon modes in graphene double-layer structures at finite temperatures", *Physical Review B*, (85), p. 195444.
- [2]. Chow T. (2003), *Mathematical Methods for Physicists: A concise introduction*, Cambridge University Press, Virtual Publishing.
- [3]. Hwang, E. H. and Sarma, S. D. (2007), "Dielectric function, screening, and plasmons in 2D graphene", *Physical Review B*, (75), p. 205418.
- [4]. Hwang, E. H. and Sarma, S. D. (2009), "Exotic plasmon modes of double layer graphene", *Phys. Rev. B*, (80), p. 205405.
- [5]. Nguyen Quoc Khanh and Nguyen Van Men (2018), "Plasmon modes in bilayer-monolayer graphene heterostructures", *Physica Status Solidi (b)*, <https://doi.org/10.1002/pssb.201700656>.
- [6]. Dang Khanh Linh and Nguyen Quoc Khanh (2018), "Electrical conductivity of bilayer-graphene double layers at finite temperature", *Superlattices and Microstructures*, (114), p. 406-415.
- [7]. Nguyen Van Men and Nguyen Quoc Khanh (2018), "Plasmon modes in Dirac/Schrödinger hybrid electron systems including layer-thickness and exchange-correlation effects", *Canadian Journal of Physics*, (96), p.615-621, [dx.doi.org/10.1139/cjp-2017-0542](https://doi.org/10.1139/cjp-2017-0542).
- [8]. Nguyen Van Men and Nguyen Quoc Khanh (2017), "Plasmon modes in graphene-GaAs heterostructures", *Physics Letters A*, (381), p. 3779.
- [9]. Nguyen Van Men, Nguyen Quoc Khanh and Dong Thi Kim Phuong (2019), "Plasmon modes in MLG-2DEG heterostructures: Temperature effects", *Physics Letters A*, (383), p. 1364-1370.
- [10]. Nguyen Van Men, Nguyen Quoc Khanh and Dong Thi Kim Phuong (2019), "Plasmon modes in double bilayer graphene heterostructures", *Solid State Communications*, (294), p. 43-48.
- [11]. Nguyen Van Men and Dong Thi Kim Phuong (2018), "Plasmon modes in bilayer-graphene - GaAs heterostructures including layer-thickness and exchange-correlation effects", *International Journal of Modern Physics B*, 32(23), p. 1850256.
- [12]. Principi, A., Carrega, M., Asgari, R., Pellegrini, V., and Polini, M. (2012) "Plasmons and Coulomb drag in Dirac/Schrödinger hybrid electron systems", *Physical Review B*, (86), p. 085421.

[13]. Scharf, B. and Matos-Abiague, A. (2012), “Coulomb drag between massless and massive fermions”, *Physical Review B*, (86), p. 115425.

[14]. Hồ Sỹ Tá (2017), *Các đặc trưng plasmon và tính chất động lực học của hệ điện tử trong graphene*, Luận án tiến sĩ, Trường Đại học Bách khoa Hà Nội, Việt Nam.

[15]. Dinh Van Tuan and Nguyen Quoc Khanh (2013), “Plasmon modes of double-layer graphene at finite temperature”, *Physica E*, (54), p. 267-272.

[16]. Vazifeshenas, T., Amlaki, T., Farmanbar, M., and Parhizgar, F. (2010), “Temperature effect on plasmon dispersions in double-layer graphene systems”, *Physics Letters A*, (374), p. 4899-4903.

[17]. Zhu J. J., Badalyan S. M., Peeters F. M. (2013), “Plasmonic excitations in Coulomb coupled N-layer graphene structures”, *Physical Review B*, (87), p. 085401.

COULOMB BARE INTERACTION IN THREE-LAYER GRAPHENE

Summary

The Coulomb bare interaction has significant contributions to important characters of charged multibody systems. This paper is to determine the analytical expressions for Coulomb interactions between electrons in a structure made up of three parallel monolayer graphene sheets, separated by different dielectric layers via solving Poisson equations. Analytical and numerical results show that Coulomb potential functions in momentum space are affected strongly by the inhomogeneity of dielectric background. Inter-layer Coulomb potentials decrease remarkably with an increase in wave vector q and separated distance d , while intra-layer ones are only weak functions of q and d , and depend on the environment around other graphene sheets.

Keywords: Coulomb bare interaction, graphene, inhomogeneous background dielectric.

Ngày nhận bài: 26/3/2019; Ngày nhận lại: 11/7/2019; Ngày duyệt đăng: 15/7/2019.