



MỘT SỐ BIỆN PHÁP BỒI DƯỠNG TƯ DUY THUẬT TOÁN CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ “QUAN HỆ VUÔNG GÓC TRONG KHÔNG GIAN” TOÁN 11

Nguyễn Dương Hoàng¹ và Lê Thị Lý^{2,3*}

¹Khoa Sư phạm Toán - Tin, Trường Sư phạm, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam

²Tổ Toán, Trường Trung học cơ sở và Trung học phổ thông Võ Văn Kiệt, Việt Nam

³Học viên cao học, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam

*Tác giả liên hệ, Email: lelydhv@gmail.com

Lịch sử bài báo

Ngày nhận: 24/4/2026; Ngày nhận chỉnh sửa: 01/6/2026; Ngày duyệt đăng: 08/6/2026

Tóm tắt

Theo Chương trình giáo dục phổ thông 2018 (BGD&ĐT, 2018a), việc phát triển tư duy toán học cho học sinh được xem là yêu cầu quan trọng trong dạy học đáp ứng mục tiêu phát triển các năng lực toán học. Chủ đề “Quan hệ vuông góc trong không gian” (Toán 11) là một nội dung trừu tượng, đòi hỏi học sinh phải tư duy logic và phân tích, giải quyết vấn đề một cách trình tự đảm bảo tính khoa học. Do đó, việc xây dựng các biện pháp bồi dưỡng tư duy thuật toán cho học sinh là cần thiết để nâng cao hiệu quả dạy học môn Toán. Nghiên cứu này đề xuất một số biện pháp bồi dưỡng tư duy thuật toán cho học sinh trong dạy học chủ đề “Quan hệ vuông góc trong không gian” (Toán 11). Các biện pháp được xây dựng có mối liên hệ chặt chẽ với nhau và được minh họa thông qua các tình huống dạy học cụ thể, cùng những gợi ý sư phạm dành cho giáo viên. Kết quả nghiên cứu không chỉ góp phần hình thành và bồi dưỡng tư duy thuật toán học cho học sinh trong dạy học chủ đề này, mà còn có thể vận dụng cho các chủ đề khác trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông.

Từ khóa: Hình học không gian, quan hệ vuông góc, tư duy thuật toán, toán 11.

Trích dẫn: Lê, T. L., & Nguyễn, D. H. (2026). Một số biện pháp bồi dưỡng tư duy thuật toán cho học sinh trong dạy học chủ đề “Quan hệ vuông góc trong không gian” Toán 11. *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp*, 15(02S), 322-336. <https://doi.org/10.52714/dthu.sch.3347.1964>

Copyright © 2026 The author(s). This work is licensed under a CC BY-NC 4.0 License.

**SOME MEASURES TO CULTIVATE ALGORITHM THINKING
IN STUDENTS DURING THE TEACHING OF THE TOPIC
“PERPORCELAIN RELATIONSHIPS IN SPACE” IN MATHEMATICS 11**

Nguyen Duong Hoang¹ and Le Thi Ly^{2,3*}

¹*Faculty of Mathematics - Information Teacher Education, School of Education,
Dong Thap University, Vietnam*

²*Math Team, Vo Van Kiet secondary and High School, Vietnam*

³*Post-graduate student, Dong Thap University, Vietnam*

**Corresponding author, Email: lelydhv@gmail.com*

Article history

Received: 24/4/2026; Received in revised form: 01/6/2026; Accepted: 08/6/2026

Abstract

According to the 2018 General Education Program (Ministry of Education and Training, 2018a), developing mathematical thinking in students is considered a crucial requirement in teaching to meet the goal of developing mathematical competencies. The topic "Perpendicular Relationships in Space" (Mathematics 11) is an abstract concept, requiring students to think logically and analyze and solve problems sequentially to ensure scientific accuracy. Therefore, developing methods to cultivate algorithmic thinking in students is necessary to improve the effectiveness of mathematics teaching. This study proposes several methods to cultivate algorithmic thinking in students when teaching the topic "Perpendicular Relationships in Space" (Mathematics 11). The proposed methods are closely interconnected and illustrated through specific teaching situations, along with pedagogical suggestions for teachers. The research findings not only contribute to the formation and development of algorithmic thinking in students during the teaching of this topic but can also be applied to other topics in high school mathematics teaching.

Keywords: *Algorithmic thinking, math 11, perpendicular relationships, spatial geometry.*

1. Mở đầu

Mục tiêu đổi mới giáo dục hiện nay là chuyển mạnh từ trang bị kiến thức sang phát triển phẩm chất và năng lực cho người học, để phát triển năng lực toán học cần phát triển tư duy toán học trong đó có tư duy thuật toán (TDTT). Do vậy, trong dạy học ở trường phổ thông, giáo viên (GV) cần chú trọng phát triển TDTT cho học sinh (HS). TDTT tạo điều kiện tốt để học sinh tiếp thu kiến thức, rèn luyện các kỹ năng toán học. TDTT phát triển sẽ góp phần thúc đẩy sự phát triển các thao tác trí tuệ cho HS như: Phân tích, tổng hợp so sánh, khái quát hoá, trừu tượng hoá,... Mặt khác, còn hình thành cho HS những phẩm chất trí tuệ như: tính linh hoạt, tính độc lập. Vì vậy, việc dạy học phát triển tư duy thuật toán có thể góp phần thực hiện mục tiêu đào tạo hình mẫu con người có năng lực tự quyết, có khả năng ứng xử và giải quyết các vấn đề trong khoa học và thực tiễn cuộc sống.

Trong chương trình toán phổ thông, nội dung chủ đề “Quan hệ vuông góc trong không gian - lớp 11” chiếm vị trí rất quan trọng. Đây là phần kiến thức đòi hỏi HS không chỉ nắm vững lý thuyết mà còn phải có khả năng tưởng tượng, tư duy hình học trong không gian. Tuy nhiên, cả GV và HS đều gặp phải không ít khó khăn trong quá trình dạy và học phần kiến thức này.

Các định nghĩa và định lý trong hình học không gian như "định lý ba đường vuông góc", "quan hệ song song và vuông góc giữa đường thẳng và mặt phẳng" mang tính trừu tượng cao. HS có thể ghi nhớ các định nghĩa, định lý, tính chất, công thức nhưng lại gặp khó khăn khi áp dụng vào các tình huống cụ thể.

Các bài toán hình học không gian thường yêu cầu HS kết hợp nhiều kiến thức khác nhau, từ việc xác định các mối quan hệ (song song, vuông góc), đến tính khoảng cách, góc, và thể tích. Điều này đòi hỏi một tư duy logic và khả năng xâu chuỗi các bước giải. Nhiều học sinh cảm thấy lúng túng, không biết bắt đầu từ đâu. Từ đó, tạo ra cho học sinh tâm lý ngại học, ngại suy nghĩ và sợ hình không gian.

Từ thực tế trên, việc chỉ ghi nhớ các định lý, tính chất sẽ không đủ để giải quyết các vấn đề. Do đó, cần trang bị cho HS một "công cụ tư duy" như thuật toán là vô cùng cần thiết. Tư duy thuật toán buộc HS phải suy nghĩ một cách có trình tự, từ các định lý đã học có thể đưa ra các bước giải toán giúp các em giải quyết bài toán hiệu quả hơn qua đó rèn luyện tư duy logic, khả năng suy luận và kết nối các dữ kiện với nhau.

Đã có nhiều nghiên cứu về TDTT, chẳng hạn như: phát triển NLTH cho HS trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông như: Lê (2019); Trần (2023); Đoàn (2024)... Các nghiên cứu đã hệ thống những vấn đề lý luận liên quan đến TDTT, đề xuất một số biện pháp bồi dưỡng TDTT trong các nội dung toán phổ thông như: Nguyên hàm tích phân; Dãy số, cấp số cộng, cấp số nhân; Phương pháp tọa độ trong mặt phẳng; ... Tuy nhiên, thực tiễn dạy học hình học không gian cho thấy, việc học tập của HS còn gặp nhiều khó khăn, một phần do mức độ trừu tượng của nội dung, một phần các em chưa được trang bị kiến thức, kỹ năng cần thiết, chưa có cách học phù hợp và chưa có nghiên cứu nào về TDTT trong chủ đề “Quan hệ vuông góc trong không gian”. Do vậy, rất cần các nghiên cứu về TDTT cho HS vào dạy học những nội dung hình học không gian cụ thể nhằm bồi dưỡng TDTT cho HS.

Bài báo trình bày một số vấn đề lý luận về TDTT, biểu hiện TDTT của HS khi dạy học chủ đề “Quan hệ vuông góc trong không gian” (Toán 11). Từ đó, đề xuất một số biện pháp bồi dưỡng TDTT cho HS trong dạy học chủ đề này nhằm góp phần nâng cao hiệu quả dạy học môn Toán ở THPT.

2. Phương pháp nghiên cứu

Để thực hiện bài báo. Chúng tôi sử dụng nghiên cứu tài liệu lí luận dạy học môn toán; các tài liệu về tư duy, tư duy thuật toán, nội dung, yêu cầu cần đạt của chủ đề “Quan hệ vuông góc trong không gian”; các sách báo, các bài viết về khoa học, các đề tài nghiên cứu khoa học có liên quan đến vấn đề nghiên cứu; để từ đó xác định các biểu hiện TDDT của HS trong học tập chủ đề, từ đó đề xuất các biện pháp phát triển TDDT cho HS.

3. Kết quả nghiên cứu

3.1. Thuật toán; Tư duy thuật toán

3.1.1. Thuật toán

Theo Bùi (2008): “Thuật toán là một khái niệm cơ bản, được hiểu như một quy tắc mô tả những chỉ dẫn rõ ràng và chính xác để người (hay máy) thực hiện một loạt thao tác nhằm đạt được mục đích đặt ra hay giải một lớp bài toán nhất định”. Theo Chu (2015): “Thuật toán là một bản quy định chính xác mà mọi người đều hiểu như nhau về việc hoàn thành những thao tác nguyên tố theo một trật tự xác định nhằm giải quyết một loạt các bài toán bất kỳ thuộc một loại hay một kiểu nào đó”. Theo Đào (2014): Theo nghĩa hẹp “Thuật toán là một dãy thứ tự các thao tác được thực hiện trên một số hữu hạn các số liệu và đảm bảo sau một hữu hạn bước sẽ đạt một kết quả nào đó”. Theo nghĩa rộng “Thuật toán là một dãy hữu hạn các bước được thực hiện theo một thứ tự nhất định để giải quyết một nhiệm vụ nào đó”.

Như vậy, từ những quan niệm trên có thể thấy rằng, quan niệm về thuật toán của các nhà khoa học có thể có sự khác nhau về mặt ngôn ngữ biểu đạt, nhưng bản chất của chúng thống nhất với nhau, thuật toán là một dãy hữu hạn các bước sắp xếp theo một trình tự nhất định. Các bước rõ ràng, thao tác chính xác (trong cùng một điều kiện, hai bộ xử lí cùng thực hiện một thuật toán thì phải cho ra cùng một kết quả) và có tính kết thúc.

3.1.2. Tư duy thuật toán

Theo Trần (2004): “Tư duy thuật toán (Algorithmic Thinking) là một thành phần của tư duy toán học, nó gắn liền với khái niệm thuật toán, nó giúp cho HS thấy được nền tảng của việc tự động hóa, đặc tính hình thức, thuần túy máy móc của quá trình thực hiện các thuật toán, đó là cơ sở cho việc chuyển giao một số chức năng của con người cho máy thực hiện”. Bùi (2008) cho rằng: “Tư duy thuật toán có thể hiểu là cách suy nghĩ để nhận thức, để giải quyết vấn đề một cách có trình tự sắp xếp lần lượt, thứ tự trước sau”. Theo Nguyễn (2004): “Tư duy thuật toán là cách suy nghĩ để nhận thức, để giải quyết vấn đề qua một dãy hữu hạn các chỉ dẫn trên những đối tượng, kết thúc sau một số hữu hạn bước để đạt được mục tiêu định trước”.

Như vậy, có thể khẳng định TDDT là hình thức tư duy dựa trên yếu tố thuật toán, thể hiện khả năng tiến hành hoạt động theo một trình tự nhất định. Theo Nguyễn (2004), phương thức TDDT bao gồm các hoạt động: Phương thức tư duy này thể hiện qua năm thành tố sau: T1. Thực hiện những thao tác theo một trình tự xác định phù hợp với một thuật toán cho trước. T2. Phân tích một hoạt động thành những hoạt động thành phần được thực hiện theo một trình tự xác định. T3. Mô tả chính xác quá trình tiến hành một hoạt động. T4. Khái quát hóa một hoạt động trên những đối tượng riêng lẻ thành một hoạt động trên một lớp đối tượng. T5. So sánh những con đường khác nhau cùng thực hiện một công việc và phát hiện thuật toán tối ưu.

3.2. Biểu hiện của tư duy thuật toán của học sinh trong dạy học chủ đề “Quan hệ vuông góc trong không gian”

3.2.1. Nội dung chủ đề

Chủ đề “Quan hệ vuông góc trong không gian” đều được đề cập ở cả ba bộ sách: Chân trời sáng tạo (Trần & cs, 2023), Kết nối tri thức với cuộc sống (Hà & cs, 2023), Cánh diều (Đỗ & cs, 2023). Nội dung chính của chủ đề “Quan hệ vuông góc trong không gian” được trình bày chi tiết trong sách giáo khoa Kết nối tri thức với cuộc sống (Hà & cs, 2023), bao gồm các nội dung sau:

Nội dung	Yêu cầu cần đạt
Góc giữa hai đường thẳng. Hai đường thẳng vuông góc.	<ul style="list-style-type: none"> – Nhận biết được khái niệm góc giữa hai đường thẳng trong không gian. – Nhận biết được hai đường thẳng vuông góc trong không gian. – Chứng minh được hai đường thẳng vuông góc trong không gian trong một số trường hợp đơn giản. – Sử dụng được kiến thức về hai đường thẳng vuông góc để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.
Đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. Định lý ba đường vuông góc. Phép chiếu vuông góc.	<ul style="list-style-type: none"> – Nhận biết được đường thẳng vuông góc với mặt phẳng. – Xác định được điều kiện để đường thẳng vuông góc với mặt phẳng.... – Vận dụng được kiến thức về đường thẳng vuông góc với mặt phẳng để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.
Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. Góc nhị diện và góc phẳng nhị diện.	<ul style="list-style-type: none"> – Nhận biết được khái niệm góc giữa đường thẳng và mặt phẳng. – Xác định và tính được góc giữa đường thẳng và mặt phẳng trong những trường hợp đơn giản. – Nhận biết được khái niệm góc nhị diện, góc phẳng nhị diện. – Xác định và tính được số đo góc nhị diện, góc phẳng nhị diện trong những trường hợp đơn giản. – Sử dụng được kiến thức về góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc nhị diện để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.
Hai mặt phẳng vuông góc. Hình lăng trụ đứng, lăng trụ đều, hình hộp đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều, hình chóp cụt đều.	<ul style="list-style-type: none"> – Nhận biết được hai mặt phẳng vuông góc trong không gian. – Xác định được điều kiện để hai mặt phẳng vuông góc. – Giải thích được tính chất cơ bản về hai mặt phẳng vuông góc. – Giải thích được tính chất cơ bản của hình lăng trụ đứng, lăng trụ đều, hình hộp đứng, hình hộp chữ nhật, hình lập phương, hình chóp đều. – Vận dụng được kiến thức về hai mặt phẳng vuông góc để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.
Khoảng cách trong không gian.	<ul style="list-style-type: none"> – Xác định được khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng; ... , khoảng cách giữa đường thẳng và mặt phẳng song song; khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song trong những trường hợp đơn giản. – Nhận biết đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau; tính được khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau – Sử dụng được kiến thức về khoảng cách trong không gian để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.
Thể tích.	<ul style="list-style-type: none"> – Nhận biết được công thức tính thể tích của hình chóp, hình lăng trụ, hình hộp. – Tính được thể tích của hình chóp, hình lăng trụ, hình hộp trong những trường hợp đơn giản.

	– Vận dụng được kiến thức về hình chóp, hình lăng trụ, hình chóp cụt để mô tả một số hình ảnh trong thực tiễn.
--	--

Yêu cầu cần đạt theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (BGD&ĐT, 2018b) và sách giáo khoa Kết nối tri thức với cuộc sống (Hà & cs, 2023) không chỉ dừng ở việc ghi nhớ mà hướng tới phát triển tư duy toán học, đặc biệt là tư duy thuật toán. HS phải xây dựng “quy trình” giải quyết bài toán một cách có hệ thống, từ phân tích giả thiết, trình bày lời giải đến kiểm chứng kết quả.

3.2.2. Các biểu hiện tư duy thuật toán của học sinh trong học tập chủ đề quan hệ vuông góc trong không gian

Dựa trên nội dung và yêu cầu cần đạt trong dạy học chủ đề Quan hệ vuông góc trong không gian (Toán 11), cũng như các thành tố của TDDT, chúng tôi xác định các biểu hiện cụ thể của TDDT của HS trong dạy học chủ đề Quan hệ vuông góc như sau:

a) Học sinh thực hiện thành thạo các thao tác theo một trình tự xác định phù hợp với quy trình thuật toán sẵn có trong chủ đề Quan hệ vuông góc trong không gian toán 11.

Đối với chủ đề Quan hệ vuông góc trong không gian có nhiều dạng toán; Bài toán được giải quyết theo định nghĩa hoặc công thức sẵn có, HS thành thạo các quy tắc hay quy trình như: tính độ dài đoạn thẳng, khoảng cách, tính góc, tính thể tích khối chóp....

b) HS thực hiện phân tích bài toán về chủ đề Quan hệ vuông góc trong không gian thành các bài toán thành phần; trình bày chính xác lời giải bài toán.

Trong quá trình giải toán, đặc biệt là các bài toán chứng minh vuông góc; tính góc giữa đường thẳng và mặt phẳng, góc giữa hai mặt phẳng ... khi nhìn vào bài toán học sinh thường chưa nhìn thấy rõ các bước thực hiện. HS biết cách phân tích để đưa ra các bước giải cụ thể phù hợp cho từng dạng toán.

c) HS khái quát hóa 1 quá trình diễn ra trong một số đối tượng riêng lẻ thành diễn ra trên một lớp đối tượng.

Từ một số bài toán cụ thể, tổ chức cho HS khái quát hóa, tương tự hóa để từ đó học sinh tự thiết lập ra quy trình giải các bài toán khác trong chủ đề.

d) Kiểm tra điều kiện áp dụng và đánh giá tính hợp lý của từng bước suy luận

Chẳng hạn, khi sử dụng tính chất “*Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường cắt nhau thuộc một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng đó*”, các em biết kiểm tra xem hai đường đã thực sự cắt nhau hay chưa? Việc kiểm tra này giúp hạn chế sai sót và nâng cao độ chính xác của lời giải.

e) So sánh những quy trình các bước giải toán khác nhau cùng thực hiện một công việc để chọn ra những quy trình thuật giải tối ưu.

Trong quá trình giải các bài toán thuộc chủ đề này, cần cho HS đưa ra những cách giải có các bước giải khác nhau rồi cho HS so sánh quy trình các bước ở mỗi cách giải để phát hiện thuật toán tối ưu của mỗi dạng.

Dựa trên cơ sở khoa học trên, chúng tôi đề xuất một số biện pháp phát triển TDDT của HS.

3.3. Một số biện pháp phát triển tư duy thuật toán cho học sinh trong dạy học chủ đề Quan hệ vuông góc trong không gian

Trên cơ sở các biểu hiện của TDDT của HS trong học tập chủ đề; tham khảo các nghiên cứu của Trần (2023), Đoàn (2024)..., chúng tôi đề xuất một số biện pháp phát triển TDDT cho HS trong chủ đề Quan hệ vuông góc trong không gian.

3.3.1. Biện pháp 1: Hướng dẫn học sinh phân loại và nhận diện các dạng toán về quan hệ vuông góc trong không gian có chứa thuật toán, từ đó xây dựng quy trình giải toán mang tính thuật toán và vận dụng vào các tình huống cụ thể.

Mục đích của biện pháp: Biện pháp này nhằm giúp HS nhận diện và xác định được các dạng toán cơ bản trong chủ đề “Quan hệ vuông góc trong không gian” có chứa yếu tố

thuật toán hoặc tựa thuật toán, từ đó hình thành các bước giải có tính quy trình rõ ràng và vận dụng linh hoạt vào giải toán.

Cách thức thực hiện:

Bước 1: Phân loại và nhận diện các dạng toán cốt lõi.

GV hệ thống hóa các dạng toán cơ bản của chủ đề, chỉ ra đặc trưng nhận diện của từng dạng, phân tích các điểm giống và khác nhau giữa các dạng. Lựa chọn các bài toán điển hình trong từng dạng toán về quan hệ vuông góc, có chứa yếu tố thuật toán hoặc tựa thuật toán; hướng dẫn HS phân tích đề bài, xác định dạng toán và chỉ ra bản chất của quan hệ vuông góc cần chứng minh hoặc tính toán.

Bước 2: Xây dựng quy trình giải toán mang tính thuật toán.

Tổ chức cho HS rút ra các bước giải chung cho từng dạng toán. Chẳng hạn: xác định yếu tố trung gian, vận dụng định nghĩa vuông góc, sử dụng định lý ba đường vuông góc... Từ đó, khái quát thành quy trình giải.

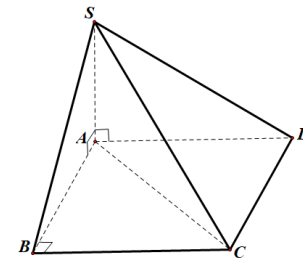
Bước 3: Vận dụng vào tình huống cụ thể.

Tổ chức cho HS vận dụng quy trình đã xây dựng vào giải các bài toán tương tự, đồng thời điều chỉnh, hoàn thiện quy trình khi gặp những tình huống biến đổi, từng bước hình thành và củng cố tư duy thuật toán trong học tập hình học không gian có tính thuật toán.

Bước 4: Kiểm tra, đánh giá và hoàn thiện quy trình giải toán.

Sau khi học sinh đã nắm được quy trình, áp dụng vào giải các bài tập cụ thể giáo viên cần cho học sinh kiểm tra, đánh giá cách làm và đưa ra các tình huống đặc biệt để học sinh không áp dụng máy móc.

Ví dụ 1. Xây dựng quy trình tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng.

<p>GV: Cho bài toán: “Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật có $AB = a$; $AD = 2a$ và SA vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SAB).”</p>	 <p>Hình 1</p>
--	--

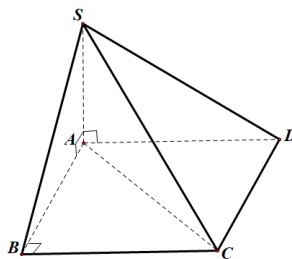
GV hướng dẫn HS:

Hoạt động của GV	Dự kiến hoạt động của HS
GV: Xác định hình chiếu của điểm D lên mặt phẳng (SAB) ?	HS: Hình chiếu của điểm D lên mặt phẳng (SAB) là điểm A .
GV: Chỉ ra khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) ?	HS: Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) là đoạn DA .
GV: Trình bày lời giải hoàn chỉnh?	<p>Giải</p> <p>a) Ta có: $\begin{cases} DA \perp AB \\ DA \perp SA \end{cases} \Rightarrow DA \perp (SAB)$.</p> <p>Điểm A là hình chiếu của điểm D lên mặt phẳng (SAB).</p> <p>Khoảng cách từ điểm D đến mặt phẳng (SAB) là đoạn DA.</p>

<p>GV: Quy trình tìm khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α).</p>	<p>Vậy, $d(D;(SAB)) = DA = 2a$.</p> <p>HS: Quy trình tìm khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α).</p> <p><i>Bước 1:</i> Xác định điểm $H \in (\alpha)$ sao cho $MH \perp (\alpha)$.</p> <p><i>Bước 2:</i> Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng (α) là đoạn MH.</p> <p><i>Bước 3:</i> Sử dụng các công thức đã học tính độ dài đoạn MH.</p>
--	--

GV: Áp dụng quy trình trên giải bài toán sau:

Bài toán 1: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a , $SA \perp (ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAD) .



Hình 2

HS: Thực hiện các bước giải theo quy trình.

- Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD)$.

Điểm D là hình chiếu của điểm C lên mặt phẳng (SAD) .

- Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng (SAD) là đoạn CD .

- Vậy, $d(C;(SAD)) = CD = a$.

3.3.2. *Biện pháp 2: Rèn luyện cho học sinh kỹ năng phân tích bài toán thành các bài toán thành phần và trình bày chính xác lời giải các bài toán trong chủ đề Quan hệ vuông góc trong không gian.*

Mục đích của biện pháp: Mục đích của biện pháp này là tổ chức cho HS phân tích một bài toán đã cho thành những bài toán thành phần để HS dễ dàng xác định được cần giải quyết bước nào trước, bước nào sau trong quá trình giải toán.

Cách thức thực hiện:

Bước 1: Hướng dẫn HS đọc và xác định cấu trúc của bài toán.

GV yêu cầu HS đọc kỹ đề bài, xác định rõ giả thiết và kết luận, đặt câu hỏi: “Để chứng minh (hoặc tính được) điều cần kết luận, ta cần biết thêm điều gì trước?”. Câu hỏi này buộc HS phải suy ngược từ kết luận, từ đó nhận ra cần phải giải quyết bài toán thành phần nào trước.

Bước 2: Hướng dẫn HS xác định và sắp xếp các bài toán thành phần theo thứ tự.

Sau khi nhận diện được các bài toán thành phần, HS sắp xếp chúng theo đúng trình tự logic: bài toán nào cần giải trước, bài toán nào phụ thuộc vào kết quả của bài toán trước. GV có thể yêu cầu HS lập sơ đồ phân tích hoặc liệt kê các bước dự kiến trước khi giải.

Bước 3: Hướng dẫn HS giải lần lượt từng bài toán thành phần.

Mỗi bài toán thành phần được giải cần chỉ rõ căn cứ. GV nhấn mạnh rằng mỗi kết quả trung gian đều phải được ghi nhận rõ ràng vì nó là cơ sở cho bước tiếp theo. Trong bước này, giáo viên chú trọng rèn luyện cho HS thói quen ghi căn cứ sau mỗi suy luận: “Vì... nên...”, “Theo định lí..., ta có...”.

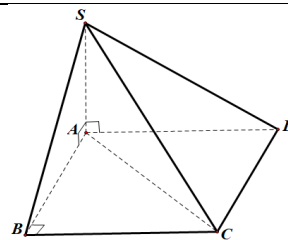
Bước 4: Hướng dẫn HS tổng hợp các kết quả thành phần thành lời giải hoàn chỉnh.

Sau khi từng bài toán thành phần đã được giải quyết, GV hướng dẫn HS kết nối các kết quả lại theo trình tự đã xác định và trình bày thành lời giải hoàn chỉnh. Lời giải phải được viết theo từng bước, rõ ràng, có căn cứ logic, không bỏ qua bước trung gian.

Bước 5: Hướng dẫn HS vận dụng vào các bài toán tương tự.

Sau khi HS đã quen với quy trình phân tích - giải thành phần - tổng hợp, giáo viên cho học sinh tự thực hành với bài toán mới có cấu trúc tương tự nhưng thay đổi về hình dạng hoặc dữ kiện, nhằm kiểm tra mức độ hiểu và khả năng vận dụng linh hoạt.

Ví dụ 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB = a$; $AC = a\sqrt{3}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.



Hình 3

*** GV hướng dẫn HS phân tích cấu trúc bài toán:**

Hoạt động của GV	Dự kiến hoạt động của HS
GV: Nhắc lại công thức tính thể tích khối chóp?	HS: $V = \frac{1}{3} S.h$. Trong đó, S là diện tích đáy, h là chiều cao khối chóp.
GV: GV hướng dẫn HS xác định và sắp xếp các bài toán thành phần: Bài toán 1: Tính diện tích đáy $ABCD$?	HS: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$ $= \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}$. Diện tích đáy : $S_{ABCD} = AB.BC = a.a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}$.
Bài toán 2: Xác định góc giữa đường thẳng SC và (SAB) .	HS: Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \text{ (} SA \perp (ABCD), BC \subset (ABC) \text{)} \\ SA \cap AB = A; SA, AB \subset (SAB) \end{cases}$ $\Rightarrow BC \perp (SAB)$. $\Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC trên SAB . \Rightarrow Góc giữa đường thẳng SC và mp (SAB) là BSC .
Bài toán 3: Xác định và tính chiều cao khối chóp.	HS: Ta có $\tan BSC = \frac{BC}{SB} \Rightarrow SB = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{6}$. Xét tam giác vuông SAB có: $SA^2 = SB^2 - AB^2 = 6a^2 - a^2 = 5a^2$ $\Rightarrow SA = a\sqrt{5}$

<p><i>Bài toán 4:</i> Tính thể tích khối chóp.</p> <p><i>Bài toán 5:</i> Trình bày lời giải chi tiết.</p>	<p>Do $SA \perp (ABCD)$ nên $h = SA = a\sqrt{5}$.</p> <p>HS: $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}a^2\sqrt{2}.a\sqrt{5} = \frac{a^3\sqrt{10}}{3}$.</p> <p>Giải:</p> <p>+) Xét $\triangle ABC$ vuông tại B ta có:</p> $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2}$ $= \sqrt{3a^2 - a^2} = a\sqrt{2}.$ <p>Diện tích đáy : $S_{ABCD} = AB.BC = a.a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}$.</p> <p>+) Ta có:</p> $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \ (SA \perp (ABCD), BC \subset (ABC)) \\ SA \cap AB = A; SA, AB \subset (SAB) \end{cases}$ <p>$\Rightarrow BC \perp (SAB)$.</p> <p>$\Rightarrow SB$ là hình chiếu của SC trên SAB.</p> <p>\Rightarrow Góc giữa đường thẳng SC và mp(SAB) là BSC.</p> <p>+) Ta có $\tan BSC = \frac{BC}{SB}$</p> $\Rightarrow SB = \frac{BC}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{6}.$ <p>Xét tam giác vuông SAB có:</p> $SA^2 = SB^2 - AB^2 = 6a^2 - a^2 = 5a^2$ $\Rightarrow SA = a\sqrt{5}.$ <p>Do $SA \perp (ABCD)$ nên $h = SA = a\sqrt{5}$.</p> <p>+) Thể tích khối chóp:</p> $V = \frac{1}{3}S.h = \frac{1}{3}a^2\sqrt{2}.a\sqrt{5} = \frac{a^3\sqrt{10}}{3}.$
---	---

HS áp dụng giải bài toán tương tự

Bài toán 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Cạnh bên SA vuông góc với đáy và đường thẳng SC tạo với mặt phẳng (SAD) một góc 30° . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

HS: Thực hiện các bước giải theo quy trình.

+) Diện tích hình vuông $ABCD$ là: $S_{ABCD} = AB.BC = a^2$.

+) Ta có:
$$\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \ (SA \perp (ABCD), CD \subset (ABCD)) \\ SA \cap AD = A; SA, AD \subset (SAD) \end{cases}$$

$\Rightarrow CD \perp (SAD)$.

$\Rightarrow SD$ là hình chiếu của SC trên SAD .

\Rightarrow Góc giữa đường thẳng SC tạo với mặt phẳng SAD là DSC .

$$+) \text{ Ta có } \tan DSC = \frac{DC}{SD} \Rightarrow SD = \frac{DC}{\tan 30^\circ} = a\sqrt{3}.$$

Xét tam giác vuông SAD có: $SA^2 = SD^2 - AD^2 = 3a^2 - a^2 = 2a^2$

$$\Rightarrow SA = a\sqrt{2}.$$

Do $SA \perp (ABCD)$ nên $h = SA = a\sqrt{2}$.

$$+) \text{ Thể tích khối chóp là: } V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot a^2 \cdot a\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}a^3}{3}.$$

3.3.3. Biện pháp 3: Tổ chức cho học sinh khái quát hóa quy trình giải từ các bài toán cụ thể thành quy trình chung áp dụng cho một lớp bài toán trong chủ đề Quan hệ vuông góc trong không gian.

Mục đích của biện pháp: Mục đích của biện pháp này là tổ chức cho HS sau khi giải một số bài toán riêng lẻ thuộc cùng một nhóm dạng tiến hành so sánh, nhận diện điểm chung trong cấu trúc suy luận và rút ra quy trình tổng quát có thể áp dụng cho cả lớp bài toán đó.

Cách thức thực hiện:

Bước 1: Giáo viên tổ chức cho học sinh giải lần lượt một số bài toán riêng lẻ thuộc cùng một nhóm dạng.

Các bài toán này được lựa chọn có chủ đích: cùng yêu cầu về loại kết luận (ví dụ: cùng yêu cầu chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng), nhưng khác nhau về hình dạng cụ thể (tam giác đều, tam giác vuông, hình vuông, hình chữ nhật...) hoặc về vị trí các yếu tố hình học. Mỗi bài toán được học sinh giải chi tiết, trình bày theo từng bước rõ ràng.

Bước 2: Giáo viên tổ chức cho học sinh so sánh các lời giải vừa thực hiện.

Sau khi giải xong một số bài, GV đặt câu hỏi định hướng: “Nhìn lại các bài toán vừa giải, các bước thực hiện có điểm gì giống nhau?”, “Bước nào xuất hiện trong tất cả các bài?”, “Sự khác nhau giữa các bài nằm ở đâu - ở cấu trúc suy luận hay chỉ ở dữ kiện cụ thể?”. Thông qua việc so sánh HS nhận ra cấu trúc chung ẩn sau các bài toán riêng lẻ.

Bước 3: Giáo viên hướng dẫn học sinh tách biệt phần cô định và phân biến đổi trong các lời giải.

Phần cô định là chuỗi các bước suy luận có mặt ở mọi bài toán trong nhóm - đây chính là cốt lõi của quy trình tổng quát. Phần biến đổi là các chi tiết cụ thể khác nhau giữa các bài (tên hình, độ dài cạnh, loại đa giác đáy...) - đây là những gì HS phải xác định riêng cho từng bài khi vận dụng. Việc phân biệt hai phần này là bước then chốt để học sinh hình thành quy trình tổng quát.

Bước 4: Giáo viên tổ chức cho học sinh diễn đạt quy trình tổng quát bằng ngôn ngữ của chính mình.

HS được yêu cầu tự phát biểu quy trình tổng quát theo cách hiểu của mình, sau đó cả lớp thảo luận, chỉnh sửa và thống nhất. GV chỉnh sửa về ngôn ngữ toán học và bổ sung các điều kiện cần thiết còn thiếu. Kết quả là một quy trình tổng quát được cả lớp cùng xây dựng và công nhận.

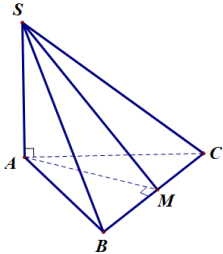
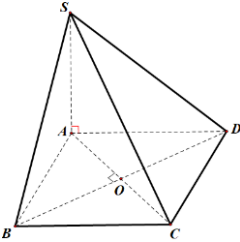
Bước 5: Giáo viên làm rõ phạm vi áp dụng của quy trình tổng quát.

Sau khi có quy trình, GV đặt câu hỏi: “Quy trình này áp dụng được cho những bài toán như thế nào?”, “Khi gặp bài toán mới, làm sao biết được có dùng được quy trình này không?”. Qua đó HS hình thành ý thức về lớp đối tượng - không chỉ biết quy trình mà còn biết quy trình đó dùng được khi nào.

Bước 6: Giáo viên cho học sinh vận dụng quy trình tổng quát vào bài toán mới.

Bài toán mới được chọn có cùng cấu trúc nhưng thay đổi về hình dạng hoặc dữ kiện, đủ để HS phải thực sự hiểu và vận dụng linh hoạt quy trình, không thể chỉ bắt chước máy móc từ các bài toán mẫu.

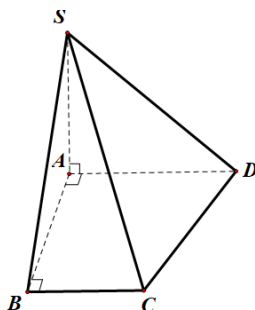
Ví dụ 3: GV yêu cầu HS giải các bài toán:

Hoạt động của GV	Dự kiến hoạt động của HS
<p>Bài toán 3: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều, $SA \perp (ABC)$, M là trung điểm BC. Chứng minh $SM \perp BC$.</p>	<p>HS: Thực hiện giải toán. HS1: <i>Giải</i></p>  <p style="text-align: center;">Hình 4</p> <p>+ Chọn (SAM) chứa SM. + $BC \perp AM$ vì ΔABC đều, AM là đường cao. $BC \perp SA$ (vì $SA \perp (ABC)$ và $BC \subset (ABC)$). AM và SA cắt nhau tại A, cùng thuộc (SAM) nên $BC \perp (SAM)$. + $SM \subset (SAM)$ nên $BC \perp SM$, tức là $SM \perp BC$.</p>
<p>Bài toán 4: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $SA \perp (ABCD)$. Chứng minh: $BD \perp SC$.</p> <p>GV: Có nhận xét gì về cách giải của 2 bài toán trên?</p> <p>GV: Em hãy khái quát thành các bước giải bài toán chứng minh hai đường thẳng vuông góc trong không gian?</p> <p>GV: Đây chính là quy trình chứng minh 2 đường thẳng</p>	<p>HS2: <i>Giải</i></p>  <p style="text-align: center;">Hình 5</p> <p>+ Chọn (SAC) chứa SC. + Ta có: $BD \perp AC$ (vì $ABCD$ là hình thoi) $BD \perp SA$ (vì $SA \perp (ABCD)$ và $BD \subset (ABCD)$). $AC \cap SA = A$; $AC, SA \subset (SAC)$. $\Rightarrow BD \perp (SAC)$. + Mà $SC \subset (SAC)$ nên $BD \perp SC$.</p> <p>HS: Cả hai lời giải đều cần xác định một mặt phẳng chứa đường thẳng này và vuông góc với mặt phẳng kia?</p> <p>HS: <i>Bước 1:</i> Tìm hoặc dựng một mặt phẳng (α) chứa b sao cho $a \perp (\alpha)$. <i>Bước 2:</i> Chứng minh a vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau trong (α). <i>Bước 3:</i> Kết luận $a \perp b$. (vì $a \perp (\alpha)$ mà $b \subset (\alpha)$ nên $a \perp b$).</p>

vuông góc trong không gian.

HS áp dụng giải bài toán tương tự.

Bài toán 5: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B , $SA \perp (ABCD)$. Chứng minh: $BC \perp SB$.



Hình 6

Giải

+ Chọn (SAB) chứa SB .

+ Ta có: $BC \perp AB$ (vì $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B)

$BC \perp SA$ (vì $SA \perp (ABCD)$ và $BC \subset (ABCD)$).

$AB \cap SA = A$; $AB, SA \subset (SAB)$.

$\Rightarrow BC \perp (SAB)$.

+ Mà $SB \subset (SAB)$ nên $BC \perp SB$.

3.3.4. *Biện pháp 4: Hướng dẫn học sinh phát hiện, lựa chọn và tối ưu hóa quy trình giải toán về quan hệ vuông góc trong không gian.*

Mục đích của biện pháp: Biện pháp này nhằm rèn luyện cho HS khả năng nhìn nhận bài toán dưới nhiều góc độ, phát hiện các quy trình giải khác nhau, phân tích ưu – nhược điểm của từng quy trình, từ đó lựa chọn và tối ưu hóa quy trình giải phù hợp nhất.

Cách thức thực hiện:

Bước 1: Xác định và phân tích yêu cầu của bài toán

GV lựa chọn một số bài toán về quan hệ vuông góc trong không gian có thể giải bằng nhiều quy trình khác nhau (Chẳng hạn: chứng minh đường thẳng vuông góc với mặt phẳng, chứng minh hai mặt phẳng vuông góc, xác định khoảng cách trong hình chóp, lăng trụ,...). Hướng dẫn HS phân tích giả thiết và kết luận, hiểu đúng và đầy đủ nội dung của bài toán, nhận diện rõ các dữ kiện đã cho và yêu cầu cần chứng minh hoặc tìm kiếm.

Bước 2: Phát hiện các hướng tiếp cận và quy trình giải khả thi.

Sau khi đã xác định được giả thiết, kết luận và dạng toán ở bước 1, hướng dẫn HS tìm kiếm và phát hiện các hướng tiếp cận khác nhau để giải quyết bài toán.

Bước 3: Lựa chọn quy trình giải phù hợp

Sau khi đã phát hiện được nhiều hướng tiếp cận và phác thảo các quy trình giải khả thi ở bước trước, GV hướng dẫn HS đánh giá và lựa chọn quy trình giải phù hợp nhất để giải quyết bài toán.

Bước 4: Tổ chức thực hiện quy trình giải

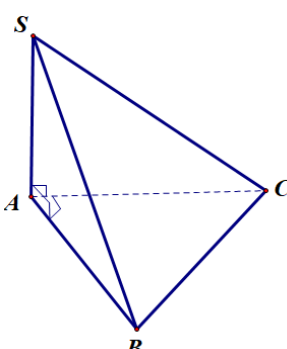
Sau khi HS đã lựa chọn được quy trình giải phù hợp ở bước trước, GV tổ chức cho HS thực hiện quy trình giải một cách có hệ thống và logic, kiểm chứng tính đúng đắn và tính khả thi của quy trình đã lựa chọn.

Bước 5: Phân tích và tối ưu hóa quy trình giải

GV tổ chức cho HS phân tích lại toàn bộ quá trình giải nhằm đánh giá tính hợp lí và hiệu quả của quy trình đã sử dụng, xem xét, điều chỉnh và cải tiến quy trình giải để đạt được lời giải ngắn gọn, rõ ràng và hiệu quả hơn.

Ví dụ 4: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , $SA \perp (ABC)$. Chứng minh rằng $SB \perp AC$.

GV hướng dẫn HS:

Hoạt động của GV	Dự kiến hoạt động của HS
<p>GV: Trình bày các quy trình chứng minh hai đường thẳng a và b vuông góc? Áp dụng trong giải bài toán trên</p> <div style="text-align: center;">  <p>Hình 7</p> </div> <p>GV: Thực hiện giải bài toán theo 2 quy trình trên.</p>	<p>HS: Quy trình 1: <i>Bước 1:</i> Tìm hoặc dựng một mặt phẳng (α) chứa b sao cho $a \perp (\alpha)$. <i>Bước 2:</i> Chứng minh a vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau trong (α). <i>Bước 3:</i> Kết luận $a \perp b$. (vì $a \perp (\alpha)$ mà $b \subset (\alpha)$ nên $a \perp b$).</p> <p>Quy trình 2: <i>Bước 1:</i> Xác định hình chiếu Δ của đường thẳng a lên mặt phẳng (α) chứa b. <i>Bước 2:</i> Chứng minh: $b \perp \Delta$. <i>Bước 3:</i> Áp dụng định lí ba đường vuông góc và kết luận.</p> <p>Áp dụng giải bài toán: Quy trình 1: + Chọn (SAB) chứa SB. + Ta có: $AC \perp AB$ (gt). $AC \perp SA$ (vì $SA \perp (ABC)$; $AC \subset (SAC)$). Mà $AB \cap SA = A$; $AB, SA \subset (SAB)$. $\Rightarrow AC \perp (SAB)$. +) Do $SB \subset (SAB)$ nên $SB \perp AC$.</p> <p>Quy trình 2: Ta có: $SA \perp (ABC)$ nên AB là hình chiếu vuông góc của SB lên (ABC). Ta lại có: $AB \perp AC$ (gt) nên $SB \perp AC$ (Định lí ba đường vuông góc).</p>

GV So sánh và tối ưu hóa:

Quy trình 1 sử dụng định lí: “Nếu một đường thẳng vuông góc với hai đường thẳng cắt nhau trong một mặt phẳng thì nó vuông góc với mặt phẳng đó”. Quy trình gồm các bước cụ thể, rõ ràng.

Quy trình 2 suy luận ngắn hơn nhưng dễ thiếu chặt chẽ nếu HS không chỉ ra rõ mặt phẳng chiếu hoặc xác định sai hình chiếu của đường thẳng.

Kết luận: Quy trình 1 tối ưu hơn vì đảm bảo tính chặt chẽ, dễ khái quát cho nhiều bài toán tương tự.

4. Kết luận

Bài báo đã phân tích làm rõ các vấn đề lí luận về TDDT và đề xuất bốn biện pháp bồi dưỡng TDDT cho HS trong dạy học chủ đề “Quan hệ vuông góc trong không gian” (Toán 11). Các biện pháp này có mối liên hệ chặt chẽ, minh họa bằng các ví dụ cụ thể và gợi ý sự phạm dành cho GV, nhằm hỗ trợ HS bồi dưỡng các biểu hiện TDDT; năng lực giải các bài toán hình học không gian.

Hướng nghiên cứu tiếp theo có thể tập trung vào việc triển khai thực nghiệm các biện pháp đã đề xuất trong thực tiễn, tiếp tục điều chỉnh bổ sung hoàn thiện các biện pháp. Ngoài ra, có thể mở rộng sang các chủ đề toán học khác để góp phần phát triển TDDT của HS trong dạy học toán phổ thông.

Tài liệu tham khảo

Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018a). *Chương trình giáo dục phổ thông - Chương trình tổng thể (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-Bộ GDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GDĐT)*.

Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018b). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GDĐT)*.

Bùi, V. N. (2008). *Giáo trình phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán*, NXB Đại học sư phạm.

Chu, C. T. (2014). *Phát triển tư duy thông qua dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học sư phạm.

Đào, T. (2014). *Phương pháp dạy học hình học ở trường Trung học phổ thông*, Nhà xuất bản Đại học Sư phạm, năm 2014.

Đoàn, T. H. H. (2024). *Phát triển tư duy thuật toán cho học sinh trong dạy học chủ đề Dãy số, cấp số cộng và cấp số nhân - Toán 11*. Luận văn thạc sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Đồng Tháp.

Đỗ, Đ. T., Phạm, X. C., Nguyễn, S. H., Nguyễn, T. P. L., Phạm, S. N., & Phạm, M. P., (2023). *Sách giáo khoa Toán 11 (Tập 2) – Bộ sách Cánh diều*. Công ty cổ phần đầu tư xuất bản – Giáo dục Việt Nam.

Hà, H. K., Cung, T. A., Trần, V. T., Đặng, H. T., Trần, M. C., Lê, V. C., Nguyễn, Đ. Đ., Lê, V. H., Phan, T. H., Trần, Đ. K., Phạm, A. M., & Nguyễn, T. K. S. (2023). *Sách giáo khoa Toán 11 (Tập 2) – Bộ sách Kết nối tri thức với cuộc sống*. NXB Giáo dục Việt Nam.

Lê, V. V. (2019). *Phát triển tư duy thuật toán cho học sinh trong dạy học chủ đề Nguyên hàm - Tích phân, Giải tích 12*. Luận văn thạc sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Đồng Tháp.

Nguyễn, B. K. (2004). *Phương pháp dạy học môn Toán*, NXB Đại học sư phạm.

Nguyễn, Q. U., Nguyễn, V. L., & Đinh, V. V. (2007). *Giáo trình Tâm lí học đại cương*, NXB ĐHSP Hà Nội.

Trần, N. D., Trần, Đ. H., Nguyễn, T. A., Nguyễn, C., Ngô, H. L., Phạm, H. Q., & Phạm, T. T. T. (2023). *Sách giáo khoa Toán 11 (Tập 2) – Bộ sách Chân trời sáng tạo*. Nhà xuất bản Giáo dục Việt Nam.

Trần, Q. L. (2023). *Phát triển tư duy thuật toán cho học sinh lớp 10 thông qua dạy học chủ đề phương pháp tọa độ trong mặt phẳng*. Luận văn thạc sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Đồng Tháp.

Trần, V. (2004). *Một số xu hướng mới trong dạy học toán bậc trung học phổ thông*. NXB Giáo dục Hà Nội.