



**DOI:** <https://doi.org/10.52714/dthu.sch.3348.1963>

## **PHÁT TRIỂN TƯ DUY PHÊ PHÁN CHO HỌC SINH LỚP 9 THÔNG QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ “HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC VUÔNG”**

**Hoàng Thị Duyên<sup>1,2\*</sup> và Nguyễn Dương Hoàng<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>Tổ Toán, Trường Trung học cơ sở Vĩnh Hòa Phú, Việt Nam

<sup>2</sup>Học viên cao học, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam

<sup>3</sup>Khoa Sư phạm Toán – Tin, Trường Sư phạm, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam

\*Tác giả liên hệ, Email: 2020hoangduyen@gmail.com

*Lịch sử bài báo*

Ngày nhận: 20/4/2026; Ngày nhận chỉnh sửa: 30/5/2026; Ngày duyệt đăng: 08/6/2026

### **Tóm tắt**

*Tư duy phê phán là dạng tư duy bậc cao, biểu hiện thông qua khả năng suy xét, phân tích, tổng hợp, đánh giá vấn đề, đưa ra các lập luận có căn cứ trong quá trình giải toán và giải quyết các vấn đề thực tiễn. Trong bài viết này, bằng phương pháp nghiên cứu lý luận, chúng tôi tổng hợp các quan điểm về tư duy phê phán, chỉ ra các biểu hiện đặc trưng của tư duy phê phán, đồng thời từ thực tiễn dạy học toán ở trường Trung học cơ sở, chúng tôi đề xuất một số biện pháp phát triển tư duy phê phán cho học sinh lớp 9 thông qua dạy học chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác vuông. Các biện pháp nhằm góp phần phát triển năng lực tư duy cho học sinh, nâng cao chất lượng dạy học môn toán ở trường Trung học cơ sở.*

**Từ khóa:** *Hệ thức lượng trong tam giác vuông, Tư duy phê phán, Toán 9.*

---

Trích dẫn: Hoàng, T. D., & Nguyễn, D. H. (2026). Phát triển tư duy phê phán cho học sinh lớp 9 thông qua dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác vuông”, *Tap chí Khoa học Đại học Đồng Tháp*, 15(02S), 308-321. <https://doi.org/10.52714/dthu.sch.3348.1963>

Copyright © 2026 The author(s). This work is licensed under a CC BY-NC 4.0 License.

## **DEVELOPING CRITICAL THINKING FOR GRADE 9 STUDENTS THROUGH TEACHING THE TOPIC “IDENTITIES OF QUANTITIES IN RIGHT TRIANGLES”**

**Hoang Thi Duyen<sup>1,2\*</sup> and Nguyen Duong Hoang<sup>3</sup>**

<sup>1</sup>*Math Team, Vinh Hoa Phu Lower Secondary School, Vietnam*

<sup>2</sup>*Post-graduate student, Dong Thap University, Cao Lanh 870000, Vietnam*

<sup>3</sup>*Faculty of Mathematics – Information Teacher Education, School of Education, Dong Thap University, Cao Lanh 870000, Vietnam*

*\*Corresponding author, Email: 2020hoangduyen@gmail.com*

*Article history*

*Received: 20/4/2026; Received in revised form: 30/5/2026; Accepted: 08/6/2026*

### **Abstract**

*Critical thinking is a higher-order form of thinking, manifested through the ability to examine, analyze, synthesize, and evaluate issues, as well as to construct well-founded arguments in the process of solving mathematical problems and real-world situations. In this paper, through theoretical research methods, we synthesize various perspectives on critical thinking and identify its characteristic manifestations. Based on the practice of mathematics teaching at lower secondary schools, we propose several pedagogical measures to develop critical thinking for Grade 9 students through teaching the topic “Identities of quantities in right triangles”. These measures contribute to the development of students’ mathematical thinking and reasoning competencies, thereby improving the quality of mathematics teaching at lower secondary schools.*

**Keywords:** *Critical thinking, Grade 9 mathematics, Identities of quantities in right triangles.*

## **1. Đặt vấn đề**

Trong bối cảnh đổi mới giáo dục hiện nay, Chương trình giáo dục phổ thông 2018 định hướng mạnh mẽ việc phát triển phẩm chất, năng lực người học, trong đó nhấn mạnh vai trò của các dạng tư duy bậc cao. Mặc dù trong chương trình không trực tiếp đề cập đến tư duy phê phán (TDPP) như một năng lực thành phần độc lập nhưng TDPP được thể hiện và có mối liên hệ chặt chẽ với các thành tố của năng lực toán học như tư duy và lập luận toán học, giải quyết vấn đề toán học, giao tiếp toán học,... TDPP thể hiện ở khả năng suy xét, phân tích, tổng hợp, đánh giá và kiểm chứng thông tin một cách có căn cứ, định hướng quá trình nhận thức của học sinh (HS). TDPP góp phần hình thành thói quen suy nghĩ độc lập, biết đặt vấn đề và xem xét các lập luận dưới nhiều góc độ khác nhau. Trong chương trình môn Toán lớp 9, chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác vuông” chứa đựng nhiều mối quan hệ giữa các đại lượng, mang tính trực quan, có nhiều dạng bài tập ứng dụng trong thực tiễn và có nhiều cách tiếp cận khác nhau trong cùng một bài toán, một vấn đề. Điều này tạo điều kiện thuận lợi để tổ chức các hoạt động dạy học nhằm rèn luyện và phát triển TDPP cho HS.

Đã có nhiều công trình nghiên cứu về TDPP trong dạy học toán của các tác giả như Đào và Nguyễn (2014), Chu (2016), Đỗ và Trần (2019), Nguyễn và Bùi (2020), Phạm (2022), Võ và Lê (2024),... Tuy nhiên, các nghiên cứu gắn với phát triển TDPP cho HS thông qua dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác vuông” Toán 9 chưa được nghiên cứu chuyên sâu.

Trong bài viết này, chúng tôi đề xuất một số biện pháp rèn luyện TDPP cho HS thông qua dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác vuông” Toán 9.

## **2. Phương pháp nghiên cứu**

Trong bài viết này, chúng tôi sử dụng phương pháp nghiên cứu lý luận. Chúng tôi đã tổng hợp, phân tích các tài liệu về lý luận dạy học toán, các tài liệu và các công trình nghiên cứu liên quan đến tư duy toán học và dạy học phát triển TDPP, nội dung môn Toán 9; từ đó chúng tôi đề xuất các biện pháp phát triển TDPP cho HS thông qua dạy học chủ đề “Hệ thức lượng trong tam giác vuông”.

## **3. Kết quả nghiên cứu**

### **3.1. Tư duy toán học**

Phạm & cs. (1981) cho rằng tư duy toán học được hiểu, thứ nhất là hình thức biểu lộ của tư duy biện chứng trong quá trình con người nhận thức khoa học toán học hay trong quá trình áp dụng toán học vào các khoa học khác như kỹ thuật, kinh tế quốc dân,... Thứ hai, tư duy toán học có các tính chất đặc thù được quy định bởi bản chất của khoa học toán học, bởi sự áp dụng các phương pháp toán học để nhận thức các hiện tượng của thế giới hiện thực, cũng như bởi chính các phương thức chung của tư duy mà nó sử dụng.

Tư duy toán học có thể được hiểu là quá trình nhận thức mang tính đặc thù của hoạt động toán học, trong đó người học sử dụng các thao tác như phân tích, tổng hợp, trừu tượng hóa, khái quát hóa và suy luận logic để phát hiện và giải quyết các vấn đề toán học.

Theo Chu (2016), các loại hình tư duy toán học bao gồm: tư duy logic, tư duy logic biện chứng, tư duy thuật toán, tư duy hàm, tư duy phê phán, tư duy sáng tạo. Như vậy TDPP là một thành tố của tư duy toán học.

### **3.2. Tư duy phê phán**

Trong các công trình nghiên cứu, một số tác giả đã đưa ra quan niệm về TDPP:

Theo Nguyễn (2015), TDPP là cách suy nghĩ có chủ định, hoàn thiện với thái độ hoài

nghi tích cực.

Chu (2016) cho rằng TDPP là quá trình vận dụng tích cực trí tuệ vào việc phân tích, tổng hợp, đánh giá sự việc xu hướng, ý tưởng, giả thuyết từ sự quan sát, kinh nghiệm, chứng cứ, thông tin và lí lẽ nhằm mục đích xác định đúng - sai, tốt - xấu, hay - dở, hợp lí - không hợp lí, nên - không nên, và rút ra quyết định, cách ứng xử của mỗi cá nhân.

Theo Đỗ và Trần (2019), TDPP là sự vận dụng trí tuệ để phân tích, tổng hợp và đánh giá thông tin một cách có hệ thống, giúp xác định đúng - sai, hợp lý - không hợp lý, từ đó đưa ra quyết định và hành động phù hợp.

Nguyễn và Bùi (2020) cho rằng TDPP là quá trình nhận diện, phân tích và đánh giá một thông tin dưới nhiều góc nhìn.

Pathoumma (2025) quan niệm TDPP là một quá trình tư duy có chủ đích, trong đó cá nhân sử dụng các kỹ năng phân tích, đánh giá, suy luận và tự điều chỉnh để xem xét thông tin một cách logic, có hệ thống và khách quan. Tư duy này dựa trên bằng chứng, lập luận chặt chẽ và thái độ hoài nghi tích cực nhằm đưa ra các kết luận hợp lý, giải quyết vấn đề hiệu quả và nâng cao chất lượng tư duy.

Xem xét các quan niệm của các tác giả về TDPP, chúng tôi cho rằng TDPP là cách nghĩ và lập luận logic tích cực, có kỉ luật sử dụng các thao tác trí tuệ vào việc phân tích, tổng hợp, đánh giá sự việc, xu hướng, ý tưởng, giả thuyết... từ sự quan sát, kinh nghiệm, chứng cứ, thông tin, sự suy xét, lí lẽ nhằm mục đích nhận thức đúng, chính xác và khoa học về sự vật và hiện tượng (đúng - sai, tốt - xấu, hay - dở, hợp lí - không hợp lí, nên - không nên, cần - không cần, cách duy nhất - nhiều cách ...) và rút ra quyết định, cách ứng xử của cá nhân, nhờ đó cá nhân đưa ra quyết định phù hợp để giải quyết vấn đề tốt nhất.

### **3.3. Tư duy phê phán trong dạy học chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác vuông - Toán 9**

#### *3.3.1. Đặc trưng của TDPP trong toán học*

Wade (1995) đã chỉ ra 8 thành tố của TDPP: Đặt câu hỏi; Xác định vấn đề; Khảo sát chứng cứ; Phân tích giả định và định kiến; Tránh lập luận cảm tính; Tránh đơn giản hóa quá mức; Xem xét các cách diễn giải khác nhau; Chấp nhận sự hàm hồ - tức là sẵn sàng để mở nhiều cách hiểu khác nhau về một vấn đề (dẫn theo Chu, 2016).

Theo Đào và Nguyễn (2014) cho rằng những đặc trưng cơ bản của TDPP là: Nhận ra và xác định bản chất của vấn đề; Quyết định các quá trình cần giải quyết vấn đề; Sắp xếp trình tự các quá trình thành một chiến lược tối ưu; Quyết định thể hiện thông tin như thế nào; Suy diễn các mối quan hệ giữa các giả thiết; Lập bản đồ thể hiện các mối quan hệ giữa các giả thiết đã nêu ra; Ứng dụng các giả thiết vào tình huống mới; Phản ứng một cách có hiệu quả đối với các nhiệm vụ và các tình huống mới; Điều chỉnh có hiệu quả cho phù hợp với vấn đề cần giải quyết; Lựa chọn cách giải quyết vấn đề cho phù hợp với khả năng và hứng thú của mỗi cá nhân.

Qua phân tích các nghiên cứu trên, chúng tôi nhận thấy TDPP có một số biểu hiện đặc trưng như sau: (1) Phân tích, tổng hợp và xác định mối liên hệ giữa các yếu tố toán học nhằm định hướng giải quyết vấn đề; (2) Đặt câu hỏi, tìm kiếm và đề xuất các hướng tiếp cận khác nhau đối với bài toán; (3) Trình bày lập luận có căn cứ, đánh giá tính hợp lí và độ tin cậy của các kết luận; (4) So sánh, lựa chọn và tối ưu hóa phương án giải quyết; (5) Phát hiện, phân tích và điều chỉnh sai lầm trong quá trình giải toán.

#### *3.3.2. TDPP trong chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác vuông*

Trên cơ sở nghiên cứu lí luận về tư duy toán học, các quan niệm về TDPP, đặc trưng của TDPP trong toán học và nội dung, yêu cầu cần đạt của chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác vuông thể hiện trong các bộ sách giáo khoa Kết nối tri thức với cuộc sống (Hà & cs., 2024), Chân trời sáng tạo (Trần & cs., 2024), Cánh diều (Đỗ & cs., 2024), chúng tôi xác định TDPP trong chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác vuông có những biểu hiện sau đây

*Biểu hiện 1:* HS phân tích, tổng hợp, xác định mối liên hệ giữa giả thiết, kết luận của bài toán, loại bỏ các yếu tố nhiễu, xác định phương pháp giải bài toán trong chủ đề hệ thức lượng trong tam giác vuông.

*Biểu hiện 2:* HS tự đặt câu hỏi và đề xuất được các câu trả lời đúng để đi đến hướng giải bài toán.

*Biểu hiện 3:* HS làm rõ những căn cứ khi giải quyết vấn đề, đánh giá được cách phát hiện và giải quyết vấn đề, đánh giá được độ vững chắc của các lập luận.

*Biểu hiện 4:* HS tìm ra các hướng giải quyết khác nhau và lựa chọn được phương án tối ưu nhất.

*Biểu hiện 5:* HS phát hiện ra những sai lầm và sửa chữa được các sai lầm.

### **3.4. Một số biện pháp phát triển tư duy phê phán cho học sinh lớp 9 thông qua dạy học chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác vuông**

Trên cơ sở đảm bảo tính thống nhất giữa lí luận và thực tiễn, đồng thời bám sát định hướng Chương trình Giáo dục phổ thông 2018, chúng tôi đề xuất một số biện pháp để phát triển năng lực TDPP cho HS lớp 9 trong dạy học chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác vuông, đảm bảo tính khả thi và triển khai trong thực tiễn, góp phần nâng cao chất lượng dạy học môn toán ở trường THCS.

#### *3.4.1. Biện pháp 1: Rèn luyện cho học sinh cách đặt câu hỏi, tìm kiếm căn cứ và kiểm tra tính đúng đắn của lập luận trong quá trình giải quyết vấn đề*

*a. Mục đích của biện pháp:* Biện pháp này nhằm hình thành và phát triển ở HS khả năng đặt câu hỏi, biết tìm kiếm và sử dụng căn cứ để xây dựng lập luận, đồng thời biết kiểm tra và đánh giá tính đúng đắn của các kết luận trong quá trình giải quyết vấn đề.

*b. Cách thực hiện:*

- Rèn luyện cho HS cách đặt câu hỏi trong quá trình giải quyết vấn đề: Giáo viên (GV) gợi ý HS đặt các câu hỏi về giả thiết, cách giải, kết quả và các mối liên hệ toán học trong bài toán.

- Tổ chức cho HS tìm kiếm căn cứ cho lập luận: GV hướng dẫn HS dựa vào giả thiết, định lí, tính chất hoặc các kiến thức đã học để giải thích cách giải, đồng thời trình bày rõ căn cứ của các bước lập luận.

- Tổ chức cho HS kiểm tra và đánh giá tính đúng đắn của lập luận: GV hướng dẫn HS xem xét lại các bước giải, đối chiếu với giả thiết và kết quả của bài toán để đánh giá tính hợp lí và chặt chẽ của lập luận.

#### **Ví dụ 1:**

Cho tam giác  $ABC$  có  $\hat{A} = 60^\circ$ . Chứng minh rằng  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - AB \cdot AC$

- Rèn luyện cho HS cách đặt câu hỏi trong quá trình giải quyết vấn đề

GV gợi ý để HS đặt ra các câu hỏi đi từ giả thiết dẫn đến cách giải bài toán, câu hỏi

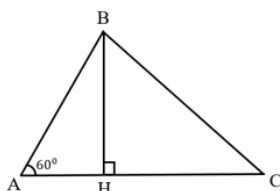
chỉ ra mối liên hệ giữa các đại lượng có liên quan.

+ Bài toán đã cho những yếu tố nào ? Cần chứng minh điều gì?

+ Góc  $\hat{A} = 60^\circ$  có liên hệ gì với việc chứng minh  $BC^2 = AB^2 + AC^2 - AB.AC$  hay không? Từ đó:

+ Có thể kẻ thêm yếu tố nào để xuất hiện các tam giác vuông?

Vẽ hình:



**Hình 1**

+ Mối liên hệ giữa HC và AH?

+ Tìm mối liên hệ giữa  $BC^2$  với  $AB^2 + AC^2$

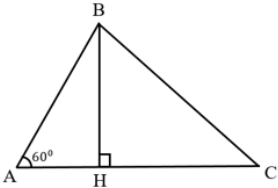
+ Thiết lập mối liên hệ giữa  $BC^2$  với  $AB^2 + AC^2 - AB.AC$  từ tỉ số lượng giác của góc  $\hat{A} = 60^\circ$ .

+ Đại lượng nào chưa biết nhưng lại xuất hiện nhiều lần trong các phép biến đổi, nó liên quan gì đến giả thiết  $\hat{A} = 60^\circ$ .

+ Việc kẻ  $BH \perp AC$  có chắc chắn là hướng giải đúng không?

- Tổ chức cho HS tìm kiếm căn cứ cho lập luận

GV hướng dẫn, yêu cầu HS đưa ra các lập luận, giải thích các bước biến đổi, nêu rõ dựa vào căn cứ nào để đưa ra được lập luận đó. HS trình bày rõ căn cứ của từng lập luận trong quá trình chứng minh. Cụ thể:

Lập luận, các bước biến đổi	Căn cứ của lập luận
<div style="text-align: center;">  <p><b>Hình 1</b></p> </div> <p>Kẻ <math>BH \perp AC</math>.</p> <p>Xét trường hợp H nằm giữa A và C.</p> $HC^2 = (AC - AH)^2 \quad (1)$ $BC^2 = BH^2 + HC^2 \quad (2)$	<p>- Giả thiết đề bài cho chỉ có duy nhất một dữ kiện là <math>\hat{A} = 60^\circ</math>. Tuy nhiên trong yêu cầu chứng minh của bài toán có yếu tố <math>BC^2 = AB^2 + AC^2</math> khiến ta liên tưởng đến định lý Pitago, phải có tam giác vuông. Kẻ <math>BH \perp AC</math></p>

<p>Từ (1) và (2) suy ra:</p> $BC^2 = BH^2 + AC^2 + AH^2 - 2AC \cdot AH \quad (3)$ $AB^2 = BH^2 + AH^2$ $BH^2 = AB^2 - AH^2 \quad (4)$ <p>Từ (3) và (4) suy ra:</p> $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AC \cdot AH \quad (5)$ $AH = AB \cdot \cos 60^\circ = \frac{AB}{2}$ <p>Thay vào (5) ta có:</p> $BC^2 = AB^2 + AC^2 - AB \cdot AC$ <p>Trường hợp <math>H</math> nằm ngoài <math>A</math> và <math>C</math> tương tự.</p>	<p>- Căn cứ của (3): <math>H \in AC</math>, căn cứ vào định lí Pitago và biến đổi đại số</p> $BC^2 = BH^2 + HC^2 \quad (\Delta BHC \text{ vuông tại } H)$ <p>- Căn cứ của (5): từ (3) và (4) do <math>\Delta BHA</math> vuông tại <math>H</math></p> <p>- Căn cứ vào <math>\Delta ABH</math> có <math>\widehat{BHA} = 90^\circ</math>; <math>\hat{A} = 60^\circ</math></p>
---	--

- Tổ chức cho HS kiểm tra và đánh giá tính đúng đắn của lập luận
- GV hướng dẫn HS đặt câu hỏi kiểm tra lại lời giải. HS có thể đặt các câu hỏi như sau:
  - + Việc kẻ  $BH \perp AC$  có hợp lí hay không? Có tạo được tam giác vuông để áp dụng định lí Pitago hay không?
  - + Quan hệ  $HC = (AC - AH)$  có đúng trong mọi trường hợp không?
  - + Việc khai triển  $HC^2 = (AC - AH)^2$  có chính xác không? Tại sao?
  - + Có sai sót nào trong quá trình biến đổi hay không?
  - + Các đại lượng xuất hiện trong kết quả (điều cần phải chứng minh) có liên hệ đúng với giả thiết ban đầu không?

HS có thể đặt các câu hỏi phản biện như:

- + Nếu điểm  $H$  không nằm giữa  $A$  và  $C$  thì lập luận còn đúng không?
- + Nếu thay đổi giả thiết về góc  $A$ , kết quả có còn giữ nguyên không?

**3.4.2. Biện pháp 2: Tổ chức các hoạt động trao đổi, thảo luận và tranh luận trong quá trình dạy học chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác vuông.**

*a. Mục đích của biện pháp:* Biện pháp này nhằm phát triển TDPP cho HS thông qua việc tổ chức các hoạt động trao đổi, thảo luận và tranh luận trong dạy học toán, HS được rèn luyện khả năng trình bày rõ ràng, lập luận chặt chẽ và bảo vệ quan điểm của mình trên cơ sở các căn cứ toán học. HS biết lắng nghe, phân tích và đánh giá các ý kiến khác, từ đó nhận diện những lập luận hợp lí hoặc chưa hợp lí.

*b. Cách thực hiện*

- Tổ chức cho HS tiếp cận các tình huống có vấn đề hoặc có nhiều hướng giải quyết: GV lựa chọn các bài toán, tình huống học tập có nhiều cách giải hoặc dễ xuất hiện các quan điểm khác nhau, từ đó giao nhiệm vụ đề HS trao đổi và đưa ra ý kiến cá nhân.

- Tổ chức cho HS trao đổi, thảo luận, tranh luận và bảo vệ ý kiến về cách giải và lập luận toán học: GV tổ chức cho HS thảo luận trong nhóm về các cách giải đã đề xuất; khuyến khích HS đặt câu hỏi, phân tích, đánh giá tính hợp lí của lập luận và bảo vệ quan điểm bằng các căn cứ toán học.

- Tổ chức cho HS báo cáo, phản biện và khái quát hóa kiến thức: GV tổ chức cho đại diện các nhóm trình bày kết quả thảo luận, các nhóm cùng tham gia phản biện và đánh giá các cách giải khác nhau. Trên cơ sở đó, GV nhận xét, kết luận và khái quát hóa kiến thức.

**Ví dụ 2:** Cho tứ giác  $ABCD$  có  $\alpha$  là góc nhọn tạo bởi hai đường chéo.

Chứng minh rằng:  $S_{ABCD} = \frac{1}{2} AC \cdot BD \cdot \sin \alpha$

- Tổ chức cho HS tiếp cận các tình huống có vấn đề hoặc có nhiều hướng giải quyết

GV giao bài tập cho HS, yêu cầu HS xác định vấn đề cần chứng minh là gì và đề xuất các cách giải. Khi tiếp cận bài toán này, HS có thể đưa ra các tranh luận như sau:

+ Công thức cần chứng minh không quen thuộc, không thể suy ra trực tiếp từ một định lý đã học, bài toán trở nên khó khăn và buộc HS suy nghĩ tìm các hướng giải quyết.

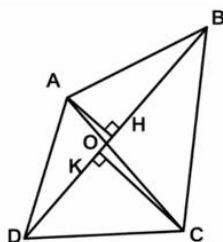
+ Có nhiều hướng tiếp cận khác nhau để giải bài toán:

*Một là*, phân chia tứ giác thành hai tam giác và sử dụng công thức diện tích tam giác.

*Hai là*, khai thác các tam giác vuông thông qua việc kẻ đường cao.

*Ba là*, xem xét mối liên hệ giữa đường chéo và góc xen giữa.

Vẽ hình



**Hình 2**

Sự đa dạng trong cách tiếp cận này tạo điều kiện để xuất hiện các quan điểm khác nhau, thậm chí có thể có những lập luận chưa chặt chẽ hoặc chưa đầy đủ.

- Tổ chức cho HS trao đổi, thảo luận, tranh luận và bảo vệ ý kiến về cách giải và lập luận toán học

GV yêu cầu HS thảo luận nhóm, mỗi nhóm đề xuất được cách giải và đưa ra được các căn cứ chứng minh cách giải của nhóm mình là đúng. GV quan sát, hỗ trợ các nhóm HS.

HS thảo luận nhóm, mỗi cá nhân đề xuất cách giải, trao đổi, chất vấn lẫn nhau về cơ sở của từng bước lập luận, so sánh các cách giải khác nhau trong nhóm và lựa chọn được cách giải đúng.

Trong bài toán này, quá trình tranh luận, bảo vệ cách giải đúng, đưa ra các lập luận đúng được thể hiện qua việc HS trả lời được các câu hỏi sau:

“Vì sao cần kẻ  $AH \perp BD$  và  $CK \perp AC$ ?”

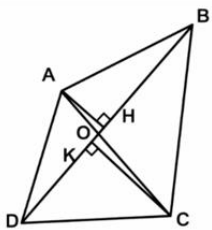
“Góc  $\alpha$  là góc nào?”,

“Vì sao cần đưa về các tam giác vuông để sử dụng tỉ số lượng giác?”,...

- Tổ chức cho HS báo cáo, phản biện và khái quát hóa kiến thức

Qua việc quan sát các nhóm đã thảo luận, GV bố trí các nhóm báo cáo kết quả thảo luận và tham gia phản biện báo cáo của các nhóm khác.

Dự kiến các câu hỏi phản biện và câu trả lời như sau

Dự kiến câu hỏi phản biện	Dự kiến câu trả lời
<p>+ “Vì sao cần kẻ <math>AH \perp BD</math> và <math>CK \perp BD</math>?”</p>  <p><b>Hình 2</b></p>	<p>- Cần kẻ <math>AH \perp BD</math> và <math>CK \perp BD</math> vì:</p> <p>+ Không có công thức tính diện tích tứ giác <math>ABCD</math> trực tiếp. Cần đưa bài toán về tính diện tích tam giác, <math>S_{ABD} = \frac{1}{2}AH \cdot BD</math>, <math>S_{CBD} = \frac{1}{2}BD \cdot CK</math></p> <p>+ Việc kẻ các đường vuông góc này làm xuất hiện các tam giác vuông <math>AHO</math> và <math>CKO</math> có chứa góc <math>\alpha</math>.</p>
<p>+ “Có thể chia tứ giác <math>ABCD</math> thành những hình nào để tính diện tích?”</p>	<p>- Chia theo đường chéo <math>BD</math> thì</p> $S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{CBD}$ <p>hoặc chia theo đường chéo <math>AC</math> thì</p> $S_{ABCD} = S_{BAC} + S_{DAC}$
<p>+ “Việc sử dụng góc <math>\alpha</math> trong hai tam giác <math>AHO</math> và <math>CKO</math> có hợp lí không?”</p>	<p>- Theo giả thiết, <math>\alpha</math> là góc tạo bởi hai đường chéo và <math>\alpha</math> nhọn nên</p> $\widehat{AOB} = \alpha \quad (0^\circ < \alpha < 90^\circ)$ <p>Do <math>H \in BD</math> nên tia <math>OH</math> trùng với <math>BD</math> và <math>A, O, C</math> thẳng hàng nên <math>\widehat{AOH} = \alpha</math>, từ đó <math>\widehat{KOC} = \alpha</math></p>
<p>+ “Các bước suy luận đã chặt chẽ chưa, có giả thiết nào chưa được sử dụng không?”</p>	<p>- Sự chặt chẽ của các bước suy luận được bắt đầu từ khẳng định <math>\alpha</math> là góc nhọn tạo bởi hai đường chéo nên <math>\widehat{AOB} = \alpha</math>, hiển nhiên <math>S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{CBD}</math>, hoặc</p> $S_{ABCD} = S_{BAC} + S_{DAC}$ , và kẻ $AH \perp BD$ , $CK \perp BD$ vừa tính được diện tích tam giác vừa khai thác được tỉ số lượng giác của góc $\alpha$

Từ những thiếu sót của HS trong quá trình phản biện, GV kết luận:

- Xác định đúng góc  $\alpha$  theo giả thiết của bài toán.

- Khái quát hóa bài toán chứng minh diện tích liên quan đến góc giữa hai đường chéo của tứ giác, đưa về tam giác vuông và sử dụng tỉ số lượng giác.

3.4.3. *Biện pháp 3: Tổ chức cho học sinh phát hiện, khai thác và sửa chữa sai lầm trong lời giải thông qua học tập chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác vuông*

a. *Mục đích của biện pháp:* Biện pháp này nhằm rèn cho HS kĩ năng nhận diện và phân tích các sai lầm thường gặp trong học tập chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác vuông. HS chỉ ra được nguyên nhân dẫn đến sai lầm và biết cách khắc phục sửa chữa, tránh được những sai lầm tương tự trong các bài toán khác.

b. *Cách thực hiện:*

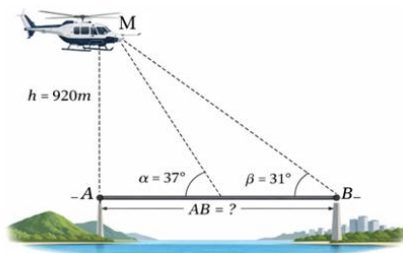
- GV lựa chọn, xây dựng bài giải có chứa sai lầm
- Tổ chức cho HS phát hiện, khai thác và sửa chữa sai lầm
- Kết luận và khái quát hóa sai lầm

**Ví dụ 3:** Ở độ cao 920m, từ một máy bay trực thăng người ta nhìn hai điểm A và B của hai đầu một chiếc cầu những góc so với phương nằm ngang lần lượt là  $\alpha = 37^\circ$  và  $\beta = 31^\circ$ . Tính chiều dài AB của chiếc cầu.

- GV lựa chọn và xây dựng tình huống có sai lầm

Với bài toán này GV đưa ra dự kiến những tình huống dẫn đến sai lầm như sau:

+ Tình huống 1: Từ việc phân tích trực thăng ở độ cao 920m, nhìn hai đầu cầu A và B dưới các góc  $\alpha$  và  $\beta$  so với phương nằm ngang, có thể liên tưởng ra hình vẽ dưới đây



Hình 3.1

Liên tưởng này dẫn đến việc mô hình hóa bài toán thực tiễn sai, vẽ hình sai, xác định không đúng tam giác vuông nên đương nhiên không giải quyết được tình huống hoặc bài giải sẽ cho kết quả sai.

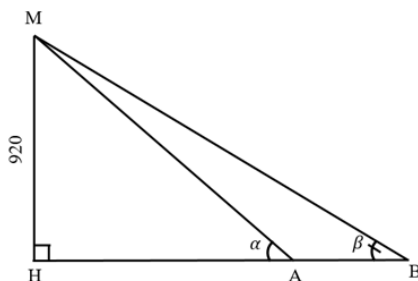
+ Tình huống 2: mô hình hóa tình huống thực tế của đề bài sai, vẽ hình sai, không hạ đường vuông góc từ máy bay xuống đường thẳng AB nên xác định  $MA = 920$ , dẫn đến thiết lập công thức sai là:

$$AB = AO + OB = \frac{MA}{\tan 37^\circ} + \frac{MA}{\tan 31^\circ}$$



Hình 3.2

+ Tình huống 3, thiết lập không đúng hệ thức giữa hai cạnh góc vuông, cho rằng  $HB = MH \cdot \tan 31^\circ$ ,  $HA = MH \cdot \tan 37^\circ$  (góc  $\beta$  kề với  $HB$ , góc  $\alpha$  kề với  $HA$ )



**Hình 3.3**

- Tổ chức cho học sinh phát hiện, khai thác và sửa chữa sai lầm

Hoạt động của GV: GV chuẩn bị sẵn phiếu học tập có các lời giải sai phát cho các nhóm, yêu cầu học sinh thảo luận nhóm, chỉ ra các sai lầm trong lời giải, nêu nguyên nhân và cách sửa chữa sai lầm.

Hoạt động của HS: Thảo luận nhóm, phân tích lời giải, chỉ ra chỗ sai trong bài giải, giải thích tại sao sai và sửa lại cho đúng. Đại diện nhóm trình bày kết quả thảo luận của nhóm mình và tham gia phân biện phần trình bày của nhóm khác.

Cụ thể như sau:

*Phiếu học tập số 1* (Lời giải 1 - tình huống 1)

Ta có  $\triangle MAB$  vuông tại  $A$  nên:

$$\tan B = \tan \beta = \frac{MA}{AB}$$

Suy ra:

$$AB = \frac{MA}{\tan 31^\circ} = \frac{920}{\tan 31^\circ} \approx 1\,531 \text{ m}$$

Lời giải 1 sai ở chỗ áp dụng công thức tính chưa đúng, đó là:

$$\tan B = \tan \beta = \frac{MA}{AB}$$

Nguyên nhân do mô hình hóa thực tế không đúng với đề bài, vẽ hình sai.

*Phiếu học tập số 2* (Lời giải 2 - tình huống 2)

Ta có  $MA = 920$ . Khi đó:

$$AB = AO + OB = \frac{MA}{\tan 37^\circ} + \frac{MA}{\tan 31^\circ} = 920 \left( \frac{1}{\tan 37^\circ} + \frac{1}{\tan 31^\circ} \right) = 2752$$

Lời giải 2 mắc nhiều lỗi sai, thứ nhất sai ở chỗ mô hình hóa tình huống thực tế của đề bài sai, vẽ hình sai, không hạ đường vuông góc từ máy bay xuống đường thẳng  $AB$  nên xác định  $MA = 920$  là sai.

Thứ hai, trong lời giải khi viết biểu thức

$$AB = AO + OB = \frac{MA}{\tan 37^\circ} + \frac{MA}{\tan 31^\circ}$$

thì sự xác định:

$$AO = \frac{MA}{\tan 37^\circ}, OB = \frac{MA}{\tan 31^\circ}$$

là hoàn toàn sai vì tam giác  $MAO$  không phải là tam giác vuông, hệ thức tính  $OB$  cũng sai vì hệ thức này không rõ là áp dụng cho tam giác nào, tam giác đó có vuông hay không (cạnh  $OB, MA$  và góc  $\beta$  có phải là 3 yếu tố của cùng một tam giác hay không?).

Thứ ba, kết quả tính được  $AB = 2752 \text{ m}$  là hoàn toàn không hợp lí, bởi vì với độ cao  $MH = 920 \text{ m}$  và góc  $\beta = 31^\circ$  thì  $HB = MH \cdot \cot \beta = 920 \cdot \cot 31^\circ \approx 1531 \text{ m}$ . Khi đó chiều dài của cầu  $AB < 1531$ .

Bên cạnh đó  $HA = MH \cdot \cot \alpha = 920 \cdot \cot 37^\circ \approx 1221 \text{ m}$ .

Mà  $AB = HB - HA$  nên kết quả  $AB = 2752 \text{ m}$  cần phải được xem xét lại.

*Phiếu học tập số 3* (Lời giải 3 – tình huống 3)

$$\begin{aligned} AB &= HB - HA = MH \cdot \tan 31^\circ - MH \cdot \tan 37^\circ \\ &= MH(\tan 31^\circ - \tan 37^\circ) \\ &= 920 \cdot (0,6009 - 0,7536) < 0 \end{aligned}$$

Kết luận đề cho sai dữ kiện

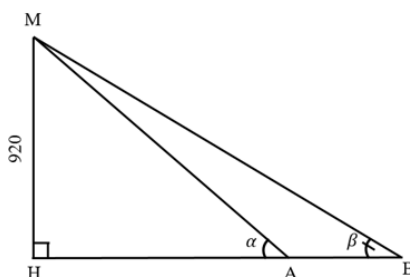
Lời giải 3 sai ở chỗ thiết lập không đúng hệ thức giữa hai cạnh góc vuông:

$HB = MH \cdot \tan 31^\circ$ ,  $HA = MH \cdot \tan 37^\circ$  là sai, dẫn đến tính độ dài  $AB < 0$  trong khi  $AB$  là chiều dài chiếc cầu thực tế, quy kết đề bài cho sai dữ kiện.

Công thức đúng phải là  $AB = HB - HA = MH \cdot \cot 31^\circ - MH \cdot \cot 37^\circ$

Sau khi phân tích các bài giải, chỉ ra được chỗ sai, giải thích được nguyên nhân tại sao sai, HS sửa lại lời giải hoàn chỉnh như sau:

Các dữ kiện đã cho trong đề bài được biểu diễn như hình vẽ



**Hình 3.3**

Ta có:  $\triangle MHB$  vuông tại  $H$  nên  $HB = MH \cdot \cot 31^\circ$

$\triangle MHA$  vuông tại  $H$  nên  $HA = MH \cdot \cot 37^\circ$

$$\begin{aligned} \text{Khi đó: } AB &= HB - HA = MH \cdot \cot 31^\circ - MH \cdot \cot 37^\circ \\ &= 920 \cdot \cot 31^\circ - 920 \cdot \cot 37^\circ \\ &= 1531 - 1221 = 310 \end{aligned}$$

GV đặt câu hỏi:

+ Ngoài các sai lầm trong lời giải trên, còn những sai lầm nào khác không? Nguyên nhân tại sao? Cách khắc phục như thế nào?

+ HS nêu một số sai lầm khác có thể mắc phải như: bấm máy tính nhầm giữa *tan* và *cot*. Trên máy tính không có phím tính *cot* trực tiếp mà phải tính qua trung gian là phím *tan*, nên nếu trong bài giải thiết lập quan hệ giữa các cạnh mà có dùng tỉ số lượng giác *cot* thì phải chú ý, thận trọng.

- Kết luận và khái quát hóa sai lầm

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS
<p>- Yêu cầu HS tổng hợp, phân loại các sai lầm điển hình trong bài toán thực tiễn liên quan đến góc nhìn (góc nâng, góc hạ) và chiều cao.</p> <p>- Đặt câu hỏi “cần chú ý điều gì sau khi phân tích các sai lầm trong lời giải?”</p>	<p>- Chỉ ra các sai lầm điển hình: sai lầm trong mô hình hóa, sai lầm trong thiết lập mối quan hệ giữa các cạnh, góc trong tam giác vuông và sai lầm trong suy luận.</p> <p>- Rút ra những lưu ý khi giải các bài toán tương tự, cần vẽ hình chính xác, xác định đúng góc và cạnh trong tam giác vuông, kiểm tra điều kiện áp dụng công thức, kiểm tra tính hợp lý của kết quả</p>

GV kết luận và khái quát hóa thông qua việc phân tích, sửa chữa sai lầm trong các lời giải của bài toán này

- Về dạng toán, đây là bài toán thực tiễn liên quan đến xác định khoảng cách hoặc chiều dài thông qua góc nhìn, cần mô hình hóa tình huống về các tam giác vuông có chung một chiều cao và thiết lập các hệ thức lượng tương ứng.

- Về quy trình giải bài toán, thực hiện như sau: mô hình hóa đúng tình huống thực tế → xác định các tam giác vuông liên quan → thiết lập hệ thức lượng phù hợp → biến đổi để tìm đại lượng cần thiết → kiểm tra tính hợp lý của kết quả.

- Dấu hiệu nhận biết sai lầm: kết quả bài toán không hợp lý, hình vẽ phản ánh không đúng dữ kiện đề bài, lập luận trong bài giải không nêu rõ căn cứ, chẳng hạn trong lời giải 2 có lập luận rằng:

$$AB = AO + OB = \frac{MA}{\tan 37^\circ} + \frac{MA}{\tan 31^\circ}$$

#### 4. Kết luận

Trong bài viết này, chúng tôi đã trình bày một số vấn đề lí luận về TDPP, tổng hợp các quan niệm, chỉ ra những đặc trưng của TDPP trong toán học và làm rõ các biểu hiện của TDPP trong chủ đề Hệ thức lượng trong tam giác vuông, Toán 9. Trên cơ sở đó đề xuất các biện pháp nhằm phát triển TDPP cho HS, các biện pháp tập trung vào việc rèn luyện khả năng phân tích, tổng hợp, đặt câu hỏi, lập luận và đánh giá có căn cứ trong quá trình giải bài toán và giải quyết các vấn đề có tính thực tiễn. Đồng thời, các biện pháp cũng chỉ ra được cách biến tiết học thành những buổi tranh luận, phản biện sôi nổi, tạo môi trường học tập tích cực, chủ động. Thông qua thực tiễn giảng dạy, chúng tôi nhận thấy HS tự tin hơn trong quá trình học tập, mạnh dạn trình bày quan điểm, trao đổi và bảo vệ ý kiến của mình trước các vấn đề toán học. Như vậy, việc vận dụng các biện pháp một cách hợp lý sẽ góp phần rèn

luyện và phát triển TDPP cho HS, đáp ứng được yêu cầu phát triển năng lực toán học theo Chương trình Giáo dục phổ thông 2018, góp phần nâng cao chất lượng dạy học Toán ở trường THCS.

### **Tài liệu tham khảo**

- Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (Ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GDĐT). Hà Nội.
- Chu, C. T. (2016). *Phát triển tư duy thông qua dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. Hà Nội: NXB Đại học Sư phạm.
- Đào, T., Nguyễn, P. T. (2014). Các phương thức tạo cơ hội cho học sinh phát triển tư duy phê phán trong dạy học toán ở trường phổ thông. *Tạp chí Khoa học Giáo dục*, (103), 10 - 14. Truy cập từ <https://libol.hnue.edu.vn/Detail.aspx?f=ddc&id=88736&pIdx=6&v=510.712>
- Đỗ, T. T., Trần, T. T. U. (2019). Biện pháp phát triển tư duy phản biện cho học sinh lớp 12 THPT trong học tập đạo hàm, nguyên hàm và tích phân. *Tạp chí Khoa Học & Công Nghệ ĐHTN*, (206), 63 - 70. Truy cập từ <https://jst.tnu.edu.vn/jst/article/view/2039>
- Đỗ, Đ. T., Lê, T. A., Đỗ, T. Đ., Nguyễn, S. H., Nguyễn, T. P. L., Phạm, S. N., & Phạm, Đ. Q. (2024). *Toán 9 (tập 1) – Cánh Diều*. Hà Nội: NXB Đại học Sư phạm.
- Hà, H. K., Cung, T. A., Nguyễn, H. Đ., Nguyễn, C. C., Trần, M. C., Doãn, M. C., Trần, P. D., Sĩ, Đ. Q., Lưu, B. T., & Đặng, H. T. (2024). *Toán 9 (tập 1) – Kết nối tri thức với cuộc sống*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.
- Nguyễn, P. T. (2015). *Phát triển tư duy phản biện cho học sinh thông qua đối thoại trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Việt Nam. Truy cập từ <https://libol.hnue.edu.vn/EDetail.aspx?id=1684>
- Nguyễn, T. K. T., Bùi, Đ. P. (2020). Dạy học môn toán theo hướng phát triển năng lực tư duy phản biện cho học sinh lớp 9 thông qua mô hình lớp học đảo ngược. *Tạp chí Giáo dục*, (471), 36 - 41. Truy cập từ <https://scholar.dlu.edu.vn/thuvienso/bitstream/DLU123456789/143298/1/CVv216S4712020036.pdf>
- Pathoumma, T. (2025). *Dạy học chủ đề phương trình và bất phương trình ở trường Trung học phổ thông nước Cộng hòa dân chủ nhân dân Lào theo hướng phát triển tư duy phản biện và tư duy sáng tạo cho học sinh*. Trường Đại học Thái Nguyên, Việt Nam. Truy cập từ <https://tnu.edu.vn/thong-bao/trang-thong-tin-luan-an-cua-nghien-cuu-sinh-thongdeng-pathoumma.html>
- Phạm, V. H., Nguyễn, G. C., & Trần, T. T. (1981). *Giáo dục môn toán*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.
- Phạm, T. N. (2022). Phát triển tư duy phê phán cho học sinh lớp 11 thông qua dạy học chương “Hàm số lượng giác và phương trình lượng giác”. *Tạp chí Giáo dục và Xã hội*, (139), 46-50.
- Trần, N. D., Trần, Đ. H., Nguyễn, T. A., Nguyễn, V. H., Ngô, H. L., Huỳnh, N. T., & Nguyễn, Đ. T. T. (2024). *Toán 9 (tập 1) – Chân trời sáng tạo*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.
- Võ, X. M., Lê, N. V. (2024). Rèn luyện tư duy phê phán cho học sinh qua dạy học chủ đề Nhị thức Newton (Chuyên đề dạy học toán 10). *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp*, 13(4), 10 - 20. Truy cập tại <https://doi.org/10.52714/dthu.13.4.2024.1256>