



DOI: <https://doi.org/10.52714/dthu.sch.3394.2008>

BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC VẬN DỤNG TOÁN HỌC VÀO THỰC TIỄN CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ “NGUYÊN HÀM - TÍCH PHÂN TOÁN 12”

Phan Hữu Thanh^{1,2*} và Nguyễn Dương Hoàng³

¹Tổ Toán, Trường Trung học phổ thông chuyên Nguyễn Đình Chiểu, Đồng Tháp, Việt Nam

²Học viên cao học, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam

³Khoa Sư phạm Toán – Tin, Trường Sư phạm, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam

*Tác giả liên hệ, Email: phthanh.cl2@gmail.com

Lịch sử bài báo

Ngày nhận: 04/6/2026; Ngày nhận chỉnh sửa: 03/8/2026; Ngày duyệt đăng: 10/8/2026

Tóm tắt

Năng lực vận dụng toán học đóng vai trò quan trọng trong việc phát triển phẩm chất và năng lực của học sinh trong Chương trình Giáo dục phổ thông 2018. Bài báo này đề xuất các biện pháp sư phạm nhằm phát triển năng lực này cho học sinh lớp 12 thông qua việc dạy học chủ đề “Nguyên hàm và Tích phân”. Bằng cách phân tích cấu trúc các thành phần của năng lực vận dụng toán học và đặc điểm thực tiễn của việc dạy học Giải tích, ba biện pháp sư phạm đã được xây dựng. Kết quả thực nghiệm sư phạm bước đầu chứng minh được tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp đề xuất, góp phần nâng cao năng lực toán học của học sinh và đáp ứng các yêu cầu của đổi mới giáo dục hiện nay.

Từ khóa: Bài toán thực tiễn, Năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn, Nguyên hàm - Tích phân, Toán 12.

Trích dẫn: Phan, H. T., & Nguyễn, D. H. (2026). Bồi dưỡng năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn cho học sinh trong dạy học chủ đề “Nguyên hàm - Tích phân Toán 12”. *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp*, 15(04S), 103-117. <https://doi.org/10.52714/dthu.sch.3394.2008>

Copyright © 2026 The author(s). This work is licensed under a CC BY-NC 4.0 License.

FOSTERING STUDENTS' CAPACITY TO APPLY MATHEMATICS TO REALITY IN TEACHING THE TOPIC "ANTIDERIVATIVES AND INTEGRALS - MATHEMATICS 12"

Phan Huu Thanh^{1,2*} and Nguyen Duong Hoang³

¹*Mathematics Department, Nguyen Dinh Chieu High School for the Gifted, Dong Thap, Vietnam*

²*Graduate Student, Dong Thap University, Vietnam*

³*Faculty of Mathematics and Informatics Education, School of Education, Dong Thap University, Vietnam*

**Corresponding author, Email: phthanh.cl2@gmail.com*

Article History

Received: 04/6/2026; Revised: 03/8/2026; Accepted: 10/8/2026

Abstract

Mathematical application competence plays a crucial role in developing students' qualities and capacities under the 2018 General Education Program. This paper proposes pedagogical measures to foster this competence in 12th graders by teaching the topic of "Antiderivatives and Integrals". By analyzing the component structures of mathematical application competence and the practical characteristics of teaching Calculus, three pedagogical measures are developed. The primary pedagogical experiment results initially demonstrate the feasibility and effectiveness of the proposed measures, contributing to enhancing student's mathematical competence and fulfilling the requirements of current educational innovations.

Keywords: *Antiderivatives and Integrals, Capacity to apply mathematics to real-world contexts, Mathematics 12, Practical problems.*

1. Đặt vấn đề

Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán hiện nay (BGD&ĐT, 2018b) đã khẳng định: “...Môn Toán ở trường phổ thông góp phần hình thành và phát triển các phẩm chất chủ yếu, năng lực chung và năng lực toán học cho học sinh; phát triển kiến thức, kỹ năng then chốt và tạo cơ hội để học sinh được trải nghiệm, vận dụng toán học vào thực tiễn; tạo lập sự kết nối giữa các ý tưởng toán học, giữa Toán học với thực tiễn, giữa Toán học với các môn học và hoạt động giáo dục khác, đặc biệt với các môn Khoa học, Khoa học tự nhiên, Vật lý, Hoá học, Sinh học, Công nghệ, Tin học để thực hiện giáo dục STEM”. Như vậy, trong dạy học toán hiện nay, việc phát triển năng lực người học được xem là định hướng trọng tâm, trong đó NLVDTHVT giữ vai trò quan trọng. Chủ đề “Nguyên hàm - Tích phân” ở lớp 12 có nội dung phong phú, trừu tượng nhưng đồng thời có nhiều ứng dụng thực tiễn như tính diện tích, thể tích, quãng đường, công cơ học và các bài toán tối ưu. Tuy nhiên, thực tế dạy học cho thấy HS thường chỉ dừng lại ở việc giải bài tập mang tính kỹ thuật, chưa biết liên hệ với các tình huống thực tế. Vì vậy, việc bồi dưỡng NLVDTHVT cho HS trong chủ đề này là cần thiết, góp phần nâng cao chất lượng dạy học và đáp ứng yêu cầu đổi mới giáo dục phổ thông.

Tại Việt Nam, xu hướng nghiên cứu về bồi dưỡng năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn cho học sinh đã thu hút sự quan tâm của nhiều nhà giáo dục. Các nghiên cứu định hướng của Nguyễn (2014) hay Đào (2020) đã đặt nền móng lý luận quan trọng về quy trình mô hình hóa toán học và các nguyên tắc thiết kế tình huống thực tiễn trong dạy học môn Toán. Tiếp cận dưới góc độ chương trình mới, các tác giả như Nguyễn và Phạm (2016) cũng nhấn mạnh vai trò của việc chuyển đổi từ dạy học truyền thụ kiến thức sang phát triển năng lực hành động cho học sinh qua các bài toán gắn liền với đời sống.

Trên thế giới, năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn thường được xem xét gắn liền với năng lực mô hình hóa toán học và toán học ứng dụng. Theo khung đánh giá của Tổ chức Hợp tác và Phát triển Kinh tế (OECD, 2023) trong chương trình PISA, việc đưa học sinh trải nghiệm quy trình từ định hình bài toán thực tế đến toán học hóa và kiểm định kết quả là cốt lõi của giáo dục toán học hiện đại. Đặc biệt, trong mạch kiến thức Giải tích, các nghiên cứu của Niss (2015) hay Blum (2019) đã chỉ ra rằng các khái niệm đạo hàm, nguyên hàm và tích phân sở hữu tiềm năng to lớn để giải quyết các bài toán tối ưu hóa chuyển động, tốc độ thay đổi trong vật lý, sinh học và các mô hình dự báo kinh tế.

Mặc dù các công trình nghiên cứu kể trên đã xây dựng được hệ thống lý luận khá phong phú về năng lực vận dụng thực tiễn, song phần lớn mới dừng lại ở các định hướng chung hoặc áp dụng cho các khối lớp dưới (Cấp Trung học cơ sở, Lớp 10, Lớp 11). Trong khi đó, chủ đề “Nguyên hàm - Tích phân” trong Chương trình Giáo dục phổ thông 2018 môn Toán lớp 12 là một mảng kiến thức có tính trừu tượng cao nhưng lại sở hữu mối liên hệ vô cùng mật thiết với các đại lượng thực tế (như tính diện tích hình phẳng phức tạp, thể tích vật thể, bài toán chuyển động biến đổi, thặng dư kinh tế). Hiện nay, số lượng các nghiên cứu đi sâu vào xây dựng các biện pháp sư phạm cụ thể, thiết kế hệ thống nhiệm vụ học tập có ngữ cảnh thực tế rõ ràng cho chủ đề này nhằm bồi dưỡng NLVDTHVT cho học sinh lớp 12 vẫn còn khá khiêm tốn và chưa mang tính hệ thống. Xuất phát từ khoảng trống nghiên cứu đó, bài báo này tập trung nghiên cứu bồi dưỡng NLVDTHVT cho học sinh thông qua việc dạy học chủ đề “Nguyên hàm - Tích phân” Toán 12.

Trong bài viết này, chúng tôi đề xuất một số biện pháp bồi dưỡng NLVDTHVT cho HS thông qua dạy học chủ đề “Nguyên hàm - Tích phân” Toán 12.

2. Cơ sở khoa học và Phương pháp nghiên cứu

2.1. Cơ sở khoa học

Trong nghiên cứu này, cấu trúc các thành tố của năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn (NLVDTHVTT) được tác giả xây dựng dựa trên sự kế thừa và cụ thể hóa khung năng lực toán học quy định tại *Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT của Bộ trưởng Bộ Giáo dục và Đào tạo). Cụ thể, NLVDTHVTT là sự tích hợp và biểu hiện đỉnh cao của các năng lực thành phần bao gồm: năng lực tư duy và lập luận toán học, năng lực mô hình hóa toán học, và năng lực giải quyết vấn đề toán học khi đối diện với các tình huống xuất phát từ đời sống thực tế. Để làm cơ sở định hướng cho việc thiết kế các biện pháp sư phạm và đánh giá học sinh trong chủ đề 'Nguyên hàm - Tích phân', cấu trúc NLVDTHVTT được cụ thể hóa thành 4 thành tố cốt lõi với các hành vi biểu hiện đặc trưng sau đây:

Bảng 1. Cấu trúc các thành tố và biểu hiện của NLVDTHVTT trong dạy học “Nguyên hàm - Tích phân”

Ký hiệu	Các thành tố cốt lõi	Các hành vi biểu hiện cụ thể (Mức độ đạt được của học sinh)
TT 1	Nhận biết và phát hiện vấn đề thực tiễn mang tính toán học	- Học sinh có khả năng quan sát, nhận biết và phát hiện ra các yếu tố biến đổi, các đại lượng liên tục trong một tình huống thực tế hoặc một bài toán liên môn (Vật lý, Sinh học, Kinh tế). - Phát biểu được vấn đề thực tiễn đó dưới dạng ngôn ngữ toán học sơ khởi (ví dụ: nhận ra mối liên hệ giữa vận tốc và quãng đường, giữa hình dạng một vật thể và đường cong hình học).
TT 2	Mô hình hóa toán học tình huống thực tiễn	- Thiết lập được mối liên hệ giữa các đại lượng thực tế thông qua việc xác định hàm số $f(t)$ hoặc $f(x)$ cần tính nguyên hàm/tích phân. - Xác định chính xác các điều kiện biên, các cận $[a; b]$ từ ngữ cảnh thực tế của bài toán. - Chuyển đổi thành công bài toán thực tế ban đầu thành một bài toán thuần túy tích phân: $\int_a^b f(x)dx$.
TT 3	Giải quyết vấn đề toán học trong mô hình	- Vận dụng linh hoạt các quy tắc, công thức tính nguyên hàm của các hàm số cơ bản. - Sử dụng thành thạo các phương pháp toán học (đổi biến số, tích phân từng phần) hoặc công cụ hỗ trợ (máy tính cầm tay CAS) để tính toán chính xác giá trị của tích phân hoặc tìm ra hàm số tổng quát.
TT 4	Giải thích, đánh giá và ứng dụng kết quả vào thực tiễn	Biết phiên dịch kết quả số học vừa tìm được ở bước toán học về lại ý nghĩa thực tế ban đầu (ví dụ: đơn vị diện tích m^2, thể tích m^3, quãng đường m, hay chi phí tiền tệ)

Ký hiệu	Các thành tố cốt lõi	Các hành vi biểu hiện cụ thể (Mức độ đạt được của học sinh)
		- Kiểm tra, đánh giá tính hợp lý, tính khả thi của kết quả toán học đối với điều kiện thực tế (ví dụ: thể tích không thể âm, kích thước chi tiết máy phải phù hợp thực tế).

2.2. Phương pháp nghiên cứu

Bài viết sử dụng phương pháp nghiên cứu lý luận, dựa trên các kết quả nghiên cứu về năng lực, NLVDTHVT của các nhà khoa học, học viên cao học chuyên ngành Lý luận và Phương pháp dạy học Bộ môn Toán, từ thực tiễn dạy học chủ đề “Nguyên hàm - Tích phân”, phân tích, tổng hợp đề xuất các biện pháp bồi dưỡng NLVDTHVT cho học sinh lớp 12 trong dạy học chủ đề “Nguyên hàm - Tích phân” Toán 12.

3. Kết quả nghiên cứu

3.1. Năng lực và năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn

3.1.1. Năng lực

Theo chương trình giáo dục phổ thông 2018 (BGD&ĐT, 2018a): “*Năng lực là thuộc tính cá nhân được hình thành, phát triển nhờ tố chất sẵn có và quá trình học tập rèn luyện, cho phép con người huy động tổng hợp các kiến thức, kỹ năng và các thuộc tính cá nhân khác như hứng thú, niềm tin, ý chí, ... thực hiện thành công một loại hoạt động nhất định, đạt kết quả mong muốn trong những điều kiện cụ thể*”.

Như vậy, có thể hiểu năng lực là một thuộc tính có thể đo lường của mỗi cá nhân, thể hiện qua kiến thức, kỹ năng, thái độ và các phẩm chất cần thiết để hoàn thành nhiệm vụ. Năng lực tích hợp giữa động cơ, ý chí, niềm tin, kiến thức, kỹ năng và được phản ánh qua kết quả làm việc cũng như vai trò trong công việc. Năng lực có thể xuất phát từ tố chất tự nhiên, nhưng phần lớn được hình thành và phát triển thông qua quá trình học tập, rèn luyện, trải nghiệm thực tế, sự nỗ lực học hỏi và trau dồi kiến thức trong cuộc sống hằng ngày.

3.1.2. Năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn

Dựa trên các nghiên cứu Bùi (2003), Nguyễn (2014), Nguyễn và Phạm (2016), Nguyễn (2017), Cao và Nguyễn (2021), ... trên cơ sở quan niệm năng lực của chương trình giáo dục phổ thông tổng thể 2018 (BGD&ĐT, 2018a). Chúng tôi quan niệm *Năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn là năng lực nhận biết vai trò của toán học trong đời sống, sử dụng kiến thức, kỹ năng, và tư duy toán học để phân tích, mô hình hóa, và giải quyết các vấn đề thực tế một cách linh hoạt, sáng tạo, đồng thời diễn giải, đánh giá, và giao tiếp các giải pháp hiệu quả trong các bối cảnh đa dạng như cá nhân, xã hội, nghề nghiệp, khoa học*.

Như vậy, khi đề cập đến NLVDTHVT cần chú ý các hoạt động thành phần đặc trưng cho năng lực này trong môn Toán như sau: “*Từ tình huống thực tế, HS thu nhận thông tin chuyển đổi về thông tin toán học Thiết lập mô hình bài toán lựa chọn và vận dụng phương pháp toán học để giải quyết bài toán đối chiếu với tình huống thực tế trả lời câu hỏi ban đầu.*”

3.2. Năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn của học sinh trong dạy học chủ đề “Nguyên hàm - Tích phân”

a) Nội dung yêu cầu cần đạt của chủ đề

Chủ đề “Nguyên hàm - Tích phân” được đề cập ở cả ba bộ sách: Chân trời sáng tạo

(Trần & cs., 2023), Kết nối tri thức với cuộc sống (Hà & cs., 2023), Cánh diều (Đỗ & cs., 2023). Theo chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (BGD&ĐT, 2018b), nội dung và yêu cầu cần đạt của chủ đề “Nguyên hàm - Tích phân” được thể hiện như sau:

Bảng 2. Nội dung và yêu cầu cần đạt

<i>Nội dung</i>	<i>Số tiết</i>	<i>Yêu cầu cần đạt</i>
Bài 1. Nguyên hàm	6	- Nhận biết được khái niệm nguyên hàm của một hàm số. - Giải thích được tính chất cơ bản của nguyên hàm. - Xác định được nguyên hàm của một số hàm số sơ cấp như: $y = x^{\alpha} (\alpha \neq -1); y = \frac{1}{x}; y = \sin x; y = \cos x;$ $y = \frac{1}{\cos^2 x}; y = \frac{1}{\sin^2 x}; y = a^x; y = e^x$ - Tính được nguyên hàm trong những trường hợp đơn giản.
Bài 2. Tích phân	6	- Nhận biết được định nghĩa và các tính chất của tích phân. - Tính được tích phân trong những trường hợp đơn giản.
Bài 3. Ứng dụng hình học của tích phân	6	- Sử dụng được tích phân để tính diện tích của một số hình phẳng, thể tích của một số hình khối. - Vận dụng được tích phân để giải một số bài toán có liên quan đến thực tiễn.
Bài tập cuối chương IV	4	Nhận biết được nội dung kiến thức. Vận dụng được kiến thức đã học giải quyết các vấn đề cụ thể.

b) Các biểu hiện năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn của học sinh trong học tập chủ đề Nguyên hàm – Tích phân

Trên cơ sở các kết quả nghiên cứu của Bùi (2003), Cao và

Nguyễn (2021), Trên cơ sở nội dung chủ đề Nguyên hàm – Tích phân, chúng tôi xác định một số biểu hiện của NLVDTHVTT như sau:

Biểu hiện 1: HS nhận biết và xác định được các đại lượng, dữ kiện và yêu cầu có liên quan đến toán học trong bài toán thực tiễn có thể được giải quyết bằng kiến thức nguyên hàm hoặc tích phân.

Từ các bài toán thực tiễn được đề cập, HS nghiên cứu các thông tin từ bài toán, đồng thời phân tích được mối quan hệ giữa các thông tin trong bài toán và các kiến thức nguyên hàm, tích phân. Từ đó xác định những kiến thức nào của nguyên hàm – tích phân có thể áp dụng trong giải quyết bài toán

Biểu hiện 2: Thiết lập được bài toán toán học từ tình huống thực tiễn dựa trên kiến thức nguyên hàm - tích phân phù hợp.

HS xác định rõ các yếu tố quan trọng tác động đến bài toán thực tiễn và sử dụng các biểu diễn toán học như ký hiệu, biến số, hàm số để mô tả các mối quan hệ giữa các đại lượng.

Từ đó thiết lập bài toán sử dụng kiến thức nguyên hàm hoặc tích phân. Thể hiện được tính linh hoạt trong thiết lập bài toán toán học

Biểu hiện 3: Huy động, vận dụng kiến thức, công thức và phương pháp tính nguyên hàm, tích phân để giải quyết bài toán toán học đã thiết lập.

Biểu hiện này thể hiện ở HS chuyển tình huống đã hiểu thành bài toán cụ thể: Xác định công thức phù hợp, Lập biểu thức tích phân hoặc nguyên hàm Xác định cận tích phân hoặc điều kiện ban đầu

Biểu hiện 4: Đánh giá được tính hợp lý của lời giải bài toán và sự phù hợp của kết quả với bối cảnh thực tiễn

Ở biểu hiện này, HS không chỉ kiểm tra tính hợp lý của kết quả bài toán, mà còn đánh giá xem kết quả có phù hợp với tình huống thực tế không, diễn giải kết quả theo ngôn ngữ thực tế...

Ví dụ 1. Cho tình huống thực tiễn “Một xe máy đang chuyển động thẳng với vận tốc thay đổi theo thời gian được cho bởi: $v(t) = 2t + 3(m/s), t \geq 0$. Hỏi trong 5 giây đầu, xe đi được bao nhiêu mét?

1. Nhận biết và xác định yếu tố toán học

- Đại lượng thực tiễn: Thời gian t (giây), Vận tốc $v(t)$ (m/s), Quãng đường $s(m)$
- Nhận ra mối liên hệ: Quãng đường là tích phân của vận tốc theo thời gian $s = \int v(t) dt$. Đây là bài toán có thể được giải bằng tích phân xác định.

2. Thiết lập bài toán: $S = \int_0^5 (2t + 3) dt$.

3. Giải bài toán bằng kiến thức nguyên hàm – tích phân

Tích tích phân: $S = \int_0^5 (2t + 3) dt = (t^2 + 3t)|_0^5 = 40(m)$.

4. Đánh giá kết quả

Vận tốc ban đầu: $v(0) = 3 m/s$, vận tốc cuối: $v(5) = 13 m/s$, như vậy xe tăng tốc đều, quãng đường 40 m trong 5 giây là hợp lý.

3.3. Một số biện pháp phát triển bồi dưỡng năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn cho HS thông qua dạy học chủ đề Nguyên hàm – Tích phân

Trên cơ sở các biểu hiện của NLVDTHVTT trong học tập chủ đề Nguyên hàm – Tích phân của HS, chúng tôi đề xuất một số biện pháp bồi dưỡng NLVDTHVTT cho HS lớp 12 trong học tập chủ đề. Các biện pháp đảm bảo tính khả thi và triển khai trong thực tiễn trong dạy học toán 12 trung học phổ thông.

3.3.1. Biện pháp 1: Tạo động cơ học tập từ các tình huống thực tiễn gắn với nội dung chủ đề nguyên hàm – tích phân học sinh lớp 12

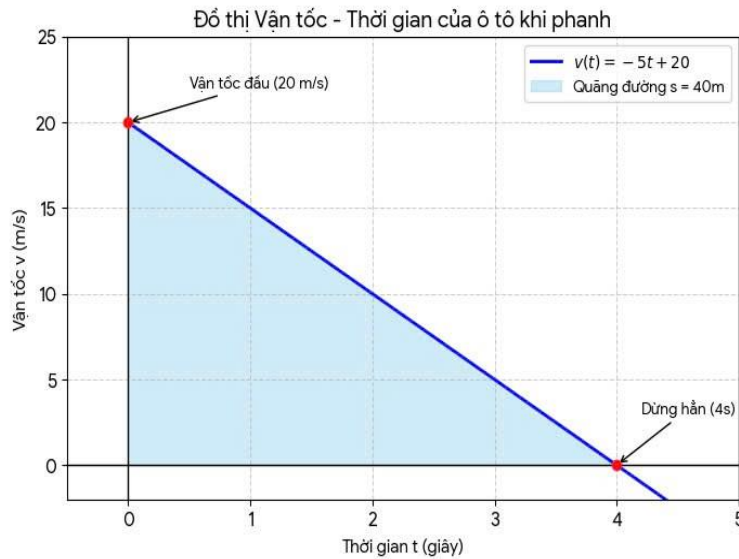
a. Mục đích của biện pháp: Mục đích của biện pháp là góp phần cho HS thấy được vai trò của thực tiễn trong nội dung học tập chủ đề. Tạo cho HS có động cơ, hứng thú, tích cực trong học tập, giúp thúc đẩy hoạt động vận dụng kiến thức toán học vào thực tiễn

b. Cách thực hiện: Giáo viên (GV) lựa chọn tình huống thực tiễn phù hợp, giúp HS phát hiện vấn đề; Gắn các tình huống thực tiễn phù hợp với từng nội dung giảng dạy

Ví dụ 2: Khi dạy về khái niệm nguyên hàm – tích phân

GV sử dụng bài toán “Vận tốc biến thiên” với mục đích lôi cuốn HS vào bài học, kích thích nhu cầu tìm hiểu bài mới.

GV đưa ra bài toán: Một chiếc ô tô đang chạy với vận tốc $v_0 = 20\text{m/s}$ thì người lái xe đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20$ (m/s), trong đó t Là khoảng thời gian tính bằng giây kể từ lúc bắt đầu đạp phanh (xem hình vẽ). Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn đi chuyển được bao nhiêu mét?



Hình 1. Mô tả thực tế ví dụ 2

HS cần nhận ra quãng đường là sự tích lũy của vận tốc theo thời gian. Từ kiến thức Vật lý, ta có $s(t) = \int v(t)dt$

Thời điểm dừng hẳn tương ứng với $v(t) = 0 \Rightarrow -5t + 20 = 0 \Rightarrow t = 4$ (giây).

Quãng đường cần tìm là tích phân xác định từ thời điểm $t = 0$ đến $t = 4$:

$$S = \int_0^4 (-5t + 20)dt = \left[-\frac{5t^2}{2} + 20t \right]_0^4 = -40 + 80 = 40 \text{ (m)}.$$

Qua đó, HS hiểu rằng tích phân không chỉ là một phép toán mà còn là công cụ để đo lường kết quả của một quá trình biến đổi liên tục.

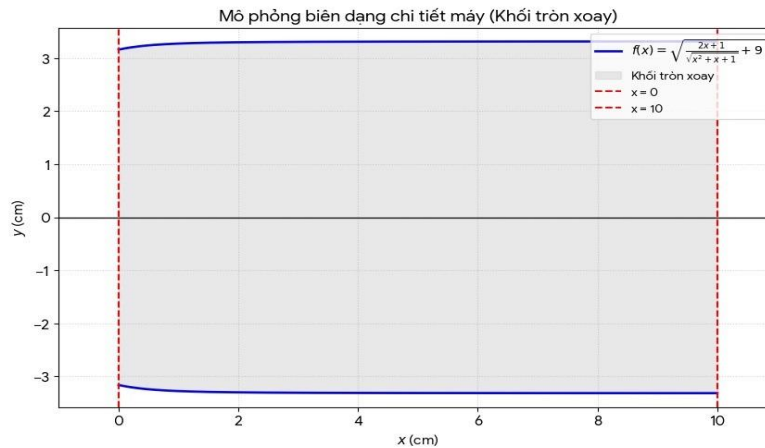
Thông qua ví dụ 2, HS biết khái niệm nguyên hàm – tích phân và nó xuất hiện trong thực tiễn cuộc sống. Việc này giúp HS muốn được tìm hiểu nhiều hơn về những vấn đề, hiện tượng trong thực tiễn liên quan đến nguyên hàm – tích phân.

3.3.2. Biện pháp 2: Sử dụng các bài toán thực tiễn trong hoạt động vận dụng, các tiết luyện tập, ôn tập chương nguyên hàm – tích phân

a. Mục đích của biện pháp: Mục đích của biện pháp là giúp HS củng cố, khắc sâu các hệ thống công thức và tính chất đã học thông qua việc phân tích, xử lý thông tin từ các tình huống thực tế dưới nhiều góc độ khác nhau. Biện pháp này rèn luyện cho HS kỹ năng lựa chọn phương án tối ưu, biết cách chuyển đổi một bài toán toán học thuần túy sang bối cảnh thực tiễn và ngược lại, đồng thời hình thành thói quen kiểm chứng tính hợp lý của kết quả toán học so với thực tế khách quan.

b. *Cách thực hiện*: GV lựa chọn các bài toán thực tiễn phù hợp với các nội dung kiến thức nguyên hàm – tích phân vừa học, tổ chức cho HS thực hiện giải bài toán theo quy trình (Phát hiện kiến thức nguyên hàm – tích phân liên quan trong bài toán, thiết lập bài toán toán học; giải bài toán toán học; đánh giá sự phù hợp với thực tế trên cơ sở các biểu hiện của NLVDTHVT)

Ví dụ 3: Trong một tiết luyện tập chương Nguyên hàm - Tích phân, GV đưa ra bài toán thực tế: Một xí nghiệp cơ khí tại Đồng Tháp cần sản xuất một chi tiết máy bằng thép. Chi tiết này là một khối tròn xoay có chiều dài 10 cm. Đường biên của chi tiết máy được mô tả như hình vẽ sau:



Hình 2. Mô tả ví dụ 3

GV: Hãy thiết lập hệ trục tọa độ Oxy với trục Ox là trục đối xứng của chi tiết máy. Biên dạng của chi tiết (đường cong phía trên) từ $x = 0$ đến $x = 10$ được mô tả bởi hàm số:

$$f(x) = \sqrt{\frac{2x+1}{x^2+x+1}} + 9 \text{ (Đơn vị: cm)}$$

HS thực hiện các bước sau:

Bước 1: Thiết lập biểu thức thể tích.

Vật thể được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$, trục Ox, $x = 0$ và $x = 10$. Công thức thể tích là:

$$V = \pi \int_0^{10} [f(x)]^2 dx = \pi \int_0^{10} \left(\frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}} + 9 \right) dx$$

Bước 2: Tính tích phân. Ta tách thành hai tích phân: $V = \pi(I + J)$

$$J = \int_0^{10} 9 dx = [9x]_0^{10} = 90 \qquad I = \int_0^{10} \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}} dx$$

Bước 3: Thực hiện phương pháp đổi biến số.

Xét tích phân I :

+ Đặt: $u = \sqrt{x^2+x+1} \Rightarrow u^2 = x^2+x+1$. Suy ra: $2udu = (2x+1)dx$.

+ Đổi cận:

- Khi $x=0 \Rightarrow u=\sqrt{1}=1$.
- Khi $x=10 \Rightarrow u=\sqrt{10^2+10+1}=\sqrt{111}$.

Khi đó, tích phân I trở thành:

$$I = \int_1^{\sqrt{111}} \frac{2udu}{u} = \int_1^{\sqrt{111}} 2du = [2u]_1^{\sqrt{111}} = 2\sqrt{111} - 2$$

Thể tích chi tiết máy là:

$$V = \pi(2\sqrt{111} - 2 + 90) = \pi(2\sqrt{111} + 88) = 109,07\pi \approx 342,65 \text{ (cm}^3\text{)}$$

Bước 4: Đánh giá kết quả

Thông qua việc trả lời hai câu hỏi gợi ý trên, GV sẽ giúp HS diễn đạt bài toán theo cách lấy nguyên hàm, dẫn đến có thể sử dụng các kiến thức về nguyên hàm để giải bài toán. Từ đó, HS thấy rõ ứng dụng của kiến thức nguyên hàm – tích phân trong thực tế cuộc sống.

3.3.3. Biện pháp 3: Tăng cường các hoạt động thực hành, ngoại khóa để tính diện tích hình phẳng và thể tích của khối tròn trong thực tế

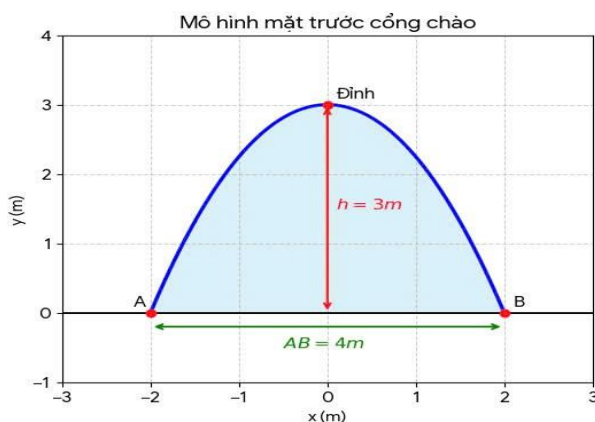
a. *Mục đích của biện pháp:* Mục đích của biện pháp là tạo cơ hội cho học sinh được trải nghiệm và trực tiếp vận dụng toán học vào các hoạt động giáo dục khác, đặc biệt là giáo dục STEM và các môn khoa học như Vật lý, Công nghệ. Hoạt động thực hành và ngoại khóa giúp học sinh thấy được tầm quan trọng của chủ đề Nguyên hàm - Tích phân trong các lĩnh vực kỹ thuật, sản xuất địa phương, đồng thời phát triển các thao tác trí tuệ linh hoạt và kỹ năng đề xuất giải pháp phù hợp để giải quyết tình huống thực tiễn.

b. *Cách thực hiện:* GV lựa chọn nội dung và xây dựng kế hoạch thực hành ngoại khóa phù hợp; Tổ chức cho HS thực hiện dưới sự kiểm tra, giám sát của GV

Ví dụ 4: Trường THPT X dự kiến xây dựng một cổng chào tại khu vực lối vào sân bóng đá. Bản thiết kế mặt trước của cổng chào là một hình phẳng giới hạn bởi một đường parabol và mặt đất. Để hoàn thiện, nhà trường cần thuê đơn vị sơn trang trí mặt trước của cổng chào này.

GV: Giao nhiệm vụ của HS (Hoạt động thực hành, ngoại khóa):

Hãy đóng vai trò là đội kỹ thuật dự toán, thực hiện đo đạc các thông số thực tế để tính diện tích bề mặt sơn và dự trù kinh phí.



Hình 3. Hình mô tả ví dụ 3

HS: Số liệu đo đạc thực tế:

+ Khoảng cách giữa hai chân cổng (độ rộng đáy): $AB = 4m$.

+ Chiều cao cao nhất từ mặt đất lên đỉnh cổng: $h = 3m$.

+ Đơn giá sơn hoàn thiện: $150.000 \text{ VNĐ}/m^2$.

GV: Hướng dẫn chi tiết cho HS thực hiện.

Giai đoạn 1: HS chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho trục Oy đi qua đỉnh của cổng chào, trục Ox nằm trên mặt đất.

- Gốc tọa độ O Là trung điểm của đoạn AB.
- Tọa độ các điểm: $A(-2;0)$, $B(2;0)$.
- Đỉnh của cổng chào nằm trên trục tung nên có tọa độ $I(0;3)$.

Giai đoạn 2: Hãy thiết lập phương trình của hàm số.

Cổng chào có dạng Parabol (P) nên phương trình có dạng: $y = ax^2 + bx + c$.

Do (P) đối xứng qua Oy nên $b = 0$. Phương trình còn lại: $y = ax^2 + c$.

+ Thay tọa độ đỉnh $I(0;3) \Rightarrow c = 3$.

+ Thay tọa độ điểm $B(2;0) \Rightarrow 0 = a(2)^2 + 3 \Rightarrow 4a = -3 \Rightarrow a = -\frac{3}{4}$.

Vậy phương trình mô tả biên dạng cổng là: $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$.

Giai đoạn 3: Sử dụng tích phân để tính diện tích.

Diện tích mặt trước của cổng chào là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -\frac{3}{4}x^2 + 3$ và trục hoành ($y = 0$) từ $x = -2$ đến $x = 2$.

Ta có:
$$S = \int_{-2}^2 \left(-\frac{3}{4}x^2 + 3 \right) dx = \left[-\frac{3}{4} \cdot \frac{x^3}{3} + 3x \right]_{-2}^2 = \left[-\frac{x^3}{4} + 3x \right]_{-2}^2 = 4 - (-4) = 8 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Giai đoạn 4: Kết luận và dự toán thực tế.

+ Diện tích sơn: $8m^2$.

+ Tổng chi phí: $8 \times 150.000 = 1.200.000 \text{ VNĐ}$.

Qua đó cho thấy HS không chỉ giải bài toán dựa trên dữ liệu có sẵn mà còn phải thông qua thao tác đo đạc thực tế (độ rộng đáy, chiều cao) và sử dụng máy tính cầm tay để kiểm tra kết quả tích phân nhanh chóng.

3.4. Thực nghiệm sư phạm

3.4.1. Mục đích và đối tượng thực nghiệm

Để kiểm nghiệm tính khả thi và hiệu quả của hệ thống 3 biện pháp sư phạm đã đề xuất, chúng tôi đã tổ chức thực nghiệm sư phạm trong quá trình dạy học chủ đề “Nguyên hàm - Tích phân” (Toán 12) tại địa phương.

- *Đối tượng thực nghiệm:* Nghiên cứu được tiến hành trên hai lớp 12 có sự tương đồng cao về năng lực học tập toán đầu vào, độ tuổi và điều kiện học tập tại Trường THPT chuyên Nguyễn Đình Chiểu, tỉnh Đồng Tháp. Trong đó, lớp 12H được chọn làm lớp thực nghiệm (TN - 35 học sinh) áp dụng trọn vẹn các biện pháp sư phạm gắn với bối cảnh thực tế đề xuất; lớp 12S được chọn làm lớp đối chứng (ĐC - 35 học sinh) tiến hành dạy học theo phương pháp thông thường, chủ yếu tập trung vào các dạng bài tập kỹ thuật tính toán thuần túy.
- *Thời gian thực nghiệm:* Được triển khai xuyên suốt trong Học kỳ II năm học 2025 - 2026, tương ứng với thời lượng 22 tiết theo khung phân phối chương trình môn Toán lớp 12 hiện hành.

3.4.2. Tiêu chí và công cụ đánh giá

Năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn (NLVDTHVTT) của học sinh được theo dõi và đo lường định lượng dựa trên cấu trúc 4 thành tố cốt lõi (từ TT1 đến TT4) cùng các hành vi biểu hiện đã xác lập tại Bảng 1. Nhằm đảm bảo tính khách quan và đa chiều, tiến trình đánh giá kết hợp đồng bộ các công cụ sau:

1. Đánh giá qua hồ sơ học tập và sản phẩm dự án (Đánh giá quá trình): Sử dụng Rubric đánh giá (Bảng 2) để chấm điểm hồ sơ đo đạc, báo cáo kỹ thuật và dự toán chi phí của các nhóm học sinh khi giải quyết các nhiệm vụ thực tiễn ở Ví dụ 3 (Tính thể tích chi tiết máy khối tròn xoay tại xí nghiệp cơ khí Đồng Tháp) và Ví dụ 4 (Dự toán chi phí sơn cổng chào hình Parabol cho sân bóng đá). Công cụ này tập trung đo lường sâu thành tố TT1 (Phát hiện vấn đề), TT2 (Mô hình hóa) và TT4 (Giải thích, ứng dụng kết quả thực tế).
2. Đánh giá qua phiếu quan sát hành vi (Đánh giá hoạt động): Giáo viên sử dụng phiếu ghi chép biểu hiện trong giờ học thực hành ngoại khóa nhằm theo dõi tần suất và mức độ chủ động của học sinh khi thao tác đo đạc, thảo luận nhóm chọn hệ trục tọa độ hoặc tranh biện về tính hợp lý của nghiệm.
3. Đánh giá tổng kết (Bài kiểm tra đầu ra): Học sinh cả hai lớp thực hiện một bài kiểm tra tự luận trong thời gian 45 phút, bao gồm các bài toán tích hợp bối cảnh thực tế (như bài toán tối ưu hóa chuyển động, bài toán liên môn vật lý - kinh tế chứa căn thức phức tạp) nhằm đánh giá toàn diện năng lực giải quyết vấn đề của học sinh.

Bảng 3. Thang đo định lượng (Rubric) đánh giá mức độ đạt được NLVDTHVTT của học sinh

Các thành tố cốt lõi	Mức độ 1 (Cơ bản - 1 điểm)	Mức độ 2 (Khá - 2 điểm)	Mức độ 3 (Tốt - 3 điểm)
TT1: Nhận biết và phát hiện vấn đề thực tiễn mang tính toán học	Chỉ nhận biết được các đại lượng đơn lẻ, hiển nhiên trong ngữ cảnh (như thời gian t)	Nhận biết đầy đủ các yếu tố biến đổi continuous trong tình huống thực tế; bước	Phát hiện nhanh chóng bản chất biến đổi liên tục của đại lượng; kết nối linh

Các thành tố cốt lõi	Mức độ 1 (Cơ bản - 1 điểm)	Mức độ 2 (Khá - 2 điểm)	Mức độ 3 (Tốt - 3 điểm)
	, vận tốc v) nhưng chưa liên kết được các dữ kiện.	đầu phát biểu được vấn đề dưới dạng ngôn ngữ toán học sơ khởi.	hoạt và chuyển đổi nhuần nhuyễn ngôn ngữ thực tế sang ngôn ngữ toán học.
TT2: Mô hình hóa toán học tình huống thực tiễn	Xác định được hàm số $f(x)$ cần tính toán nhưng lúng túng hoặc xác định sai các điều kiện biên, các cận tích phân $[a; b]$ từ ngữ cảnh.	Thiết lập chính xác hàm số và các cận $[a; b]$; chuyển đổi thành công bài toán thực tế ban đầu về bài toán tích phân thuần túy $\int_a^b f(x)dx$.	Thiết lập mô hình toán học nhanh và chính xác; chủ động lựa chọn hoặc tối ưu hóa hệ trục tọa độ Oxy để đơn giản hóa biểu thức toán học.
TT3: Giải quyết vấn đề toán học trong mô hình	Tính toán được các dạng tích phân cơ bản hoặc lạm dụng máy tính CAS để ra kết quả số nhưng chưa nắm vững phương pháp đổi biến, từng phần.	Vận dụng tốt quy tắc, công thức đổi biến; sử dụng thành thạo phương pháp đổi biến số, tích phân từng phần để giải ra kết quả chính xác.	Giải toán một cách tối ưu; tính toán chính xác tuyệt đối các biểu thức tích phân phức tạp (hàm chứa căn thức, phân thức) và làm chủ công cụ hỗ trợ.
TT4: Giải thích, đánh giá và ứng dụng kết quả vào thực tiễn	Tính được giá trị số nhưng chưa biết phiên dịch kết quả về lại ý nghĩa thực tế ban đầu hoặc quên ghi đơn vị đo ($m, m^2, m^3, VNĐ$).	Phiên dịch chính xác kết quả số học sang ý nghĩa bối cảnh thực tế (quãng đường, thể tích, chi phí); có bước kiểm tra tính hợp lý của kết quả.	Đánh giá sâu sắc tính khả thi của kết quả đối với ràng buộc thực tế; đề xuất được giải pháp dự toán hoặc tối ưu hóa tối ưu cho tình huống đời sống.

3.4.3. Phân tích kết quả thực nghiệm sự phạm bước đầu

Sau quá trình thực nghiệm, dữ liệu điểm số thu được từ bài kiểm tra tổng kết đầu ra của hai nhóm đối tượng đã được tổng hợp và xử lý bằng các phương pháp thống kê toán học sơ cấp. Kết quả cụ thể được trình bày tại Bảng 4.

Dữ liệu thống kê từ Bảng 4 cho thấy điểm trung bình của lớp thực nghiệm ($\bar{X}_{TN} = 8,14$) cao hơn rõ rệt so với lớp đối chứng ($\bar{X}_{DC} = 7,08$). Tỷ lệ học sinh đạt điểm giỏi (9 - 10) ở lớp thực nghiệm đạt 34,3%, cao gấp đôi so với lớp đối chứng (17,2%). Đặc biệt, lớp thực nghiệm hoàn toàn xóa điểm dưới trung bình (0,0%), trong khi lớp đối chứng vẫn còn 5,7%.

Phân tích định tính sản phẩm bài làm của học sinh cho thấy học sinh lớp thực nghiệm thể hiện sự tiến bộ vượt trội ở hai thành tố cốt lõi là năng lực mô hình hóa (TT2) và năng lực giải thích, ứng dụng kết quả (TT4). Khi đối diện với bài toán thực tế phức tạp, học sinh lớp TN biết cách lựa chọn hệ trục tọa độ một cách thông minh, xác định cận chính xác dựa trên

các ràng buộc thực tiễn và có thói quen đối chiếu nghiệm số học với đời sống thực tế kèm theo đơn vị đo rõ ràng. Ngược lại, học sinh lớp ĐC thường lúng túng ở bước thiết lập cận hoặc chỉ dừng lại ở việc tính ra một con số thuần túy mà bỏ qua bước phiên dịch ý nghĩa thực tế. Kết quả này khẳng định tính khả thi và hiệu quả của các biện pháp sư phạm đã đề xuất.

Bảng 4. Phân phối tần suất điểm bài kiểm tra đầu ra của lớp TN và lớp ĐC

Nhóm	Số HS	Điểm dưới 5	Điểm 5 - 6	Điểm 7 - 8	Điểm 9 - 10	Điểm trung bình ($\bar{X}$)
Thực nghiệm (TN)	35	0 (0,0%)	4 (11,4%)	19 (54,3%)	12 (34,3%)	8,14
Đôi chứng (ĐC)	35	2 (5,7%)	11 (31,4%)	16 (45,7%)	6 (17,2%)	7,08

4. Kết luận

Trên đây là một số biện pháp cơ bản để bồi dưỡng NLVDTHVTT cho HS trong dạy học chủ đề “Nguyên hàm - Tích phân”. Chúng tôi đã xây dựng và bước đầu thử nghiệm trong dạy học. Chúng tôi sẽ tiếp tục nghiên cứu, bổ sung, hoàn thiện các biện pháp; thực nghiệm, đánh giá một cách cụ thể hiệu quả của các biện pháp trong bồi dưỡng NLVDTHVTT cho HS lớp 12, đáp ứng yêu cầu phát triển năng lực HS, nâng cao chất lượng dạy học Toán ở trường THPT.

Danh mục tài liệu tham khảo

- Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018a). *Chương trình giáo dục phổ thông tổng thể* (Ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GDĐT). Hà Nội.
- Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018b). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (Ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GDĐT). Hà Nội.
- Bùi, H. N. (2003). *Tăng cường khai thác nội dung thực tế trong dạy học Số học và Đại số nhằm nâng cao năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn cho học sinh trung học cơ sở*. Luận án Tiến sĩ giáo dục học, Trường Đại học Vinh, Việt Nam.
- Cao, T. H., & Nguyễn, B. Y. (2021). Một số biện pháp phát triển năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn cho học sinh trong dạy học chủ đề “Phương trình và hệ phương trình” (Toán 9). *Tạp chí Giáo dục*, 513(1), 21-26.
- Đào, T. H. (2020). Thiết kế các tình huống thực tiễn nhằm bồi dưỡng năng lực mô hình hóa toán học cho học sinh trung học phổ thông. *Tạp chí Giáo dục*, 482(2), 28-32.
- Đỗ, Đ. T., Lê, T. A., Đỗ, T. Đ., Nguyễn, S. H., Nguyễn, T. P. L., Phạm, S. N., & Phạm, Đ. Q. (2024). *Toán 12* (tập 1) – Cảnh Diệu. Hà Nội: NXB Đại học Sư phạm.
- Hà, H. K., Cung, T. A., Nguyễn, H. Đ., Nguyễn, C. C., Trần, M. C., Doãn, M. C., Trần, P. D., Sĩ, Đ. Q., Lưu, B. T., & Đặng, H. T. (2024). *Toán 12* (tập 1) – Kết nối tri thức với cuộc sống. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.
- Nguyễn, B. K. (2017). *Phương pháp dạy học môn Toán*. Hà Nội: NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
- Nguyễn, D. N. (2014). Mô hình hóa toán học trong dạy học toán ở trường phổ thông. *Tạp chí Khoa học Giáo dục*, (105), 23-25.

- Nguyễn, T. T., & Phạm, T. H. T. (2016a). Phát triển năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn cho học sinh trung học phổ thông qua dạy học đại số và giải tích. *Tạp chí Giáo dục*, 384(2), 37-41.
- Nguyễn, T. T., & Phạm, T. H. T. (2016b). Phát triển năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn thông qua dạy học thực hành. *Tạp chí Giáo dục*, (391), 50-53.
- Nguyễn, T. T. H. (2014). *Dạy học xác suất - thống kê theo hướng tăng cường vận dụng toán học vào thực tiễn cho sinh viên khối kinh tế, kỹ thuật*. Luận án Tiến sĩ giáo dục học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, Việt Nam.
- Trần, N. D., Trần, Đ. H., Nguyễn, T. A., Nguyễn, V. H., Ngô, H. L., Huỳnh, N. T., & Nguyễn, Đ. T. T. (2024). *Toán 12 (tập 1) – Chân trời sáng tạo*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.