

DÙNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO FX-580VN X HỖ TRỢ GIẢI MỘT SỐ DẠNG TOÁN GIẢI TÍCH LỚP 12

• Lê Ngô Nhật Huy^(*), Lê Trung Hiếu^(1*)

Tóm tắt

Casio fx-580VN X là dòng máy tính được Công ty BITEK cung cấp ra thị trường vào giữa tháng 4 năm 2018. Đây là dòng máy tính rất mới, có khá nhiều cải tiến vượt trội so với các dòng máy trước và đã được Bộ Giáo dục và Đào tạo cho phép thí sinh mang vào phòng thi. Trong bài báo này, chúng tôi giới thiệu một số chức năng mới và phát triển nâng cao một số giải thuật máy tính trên dòng máy Casio fx-580VN X để giải một số dạng bài tập toán giải tích lớp 12. Đối với mỗi dạng toán được đề cập, chúng tôi nêu cơ sở toán học khi giải chúng theo cách tự luận thông thường và cách giải nhanh bằng máy tính cầm tay Casio fx-580VN X. Chúng tôi cũng đưa ra một số bài tập minh họa và bài toán đề xuất nâng cao. Các giải thuật và dạng bài tập được nêu giúp giáo viên toán cập nhật kiến thức về dòng máy tính mới, từ đó có cách ra đề kiểm tra, đề thi phù hợp.

Từ khóa: Casio fx-580VN X; giải thuật máy tính; toán sơ cấp.

1. Mở đầu

Máy tính cầm tay có vai trò quan trọng trong dạy và học toán hiện nay. Nhiều công trình nghiên cứu đã chỉ ra hiệu quả thiết thực của việc sử dụng máy tính cầm tay một cách khoa học sẽ góp phần nâng cao chất lượng dạy và học toán ([5], [8]). Đặc biệt, khi hình thức đánh giá môn toán bằng trắc nghiệm khách quan được triển khai ở các kỳ kiểm tra, kỳ thi khác nhau, việc giải toán bằng tự luận mà không cần hỗ trợ máy tính đã trở nên khó khăn vì mất nhiều thời gian, dễ sai số ở các bước trung gian, khó xử lý với kết quả phức tạp và số lớn. Do đó, việc sử dụng máy tính cầm tay sao cho hiệu quả là thật sự quan trọng.

Khi mỗi dòng máy mới được công bố ra thị trường và có trong danh mục thí sinh được phép mang vào phòng thi, việc vận dụng hiệu quả các tính năng mới trên các dòng máy tính mới này nhằm cải tiến kỹ thuật giải toán nhanh và hiệu quả so với các dòng máy cũ trước đó là điều cần thiết. Ngoài ra, giáo viên trực tiếp dạy toán cho học sinh cần quan tâm đến các tính năng mới, các dạng toán mới được hỗ trợ nhanh, hiệu quả trên các dòng máy mới. Để từ đó, giáo viên ra đề kiểm tra, đề thi tránh gây ra sự không công bằng ngay trong lớp học giữa học sinh sử dụng máy cũ và học sinh sử dụng máy mới. Các dạng đề toán trước đó cũng cần cải tiến theo tính năng của dòng máy mới nhằm tránh sự lạc hậu trong ra đề. Chẳng hạn như, các máy tính cũ không tính được

cực trị hàm bậc 3 nhưng máy mới đã có sẵn tính năng này, do đó giáo viên ra đề trắc nghiệm mà hỏi về giá trị cực trị của hàm bậc 3 thì vi phạm điều nói trên.

Nhằm góp phần vào những chú ý nêu trên, trong bài báo này chúng tôi giới thiệu một số nhóm tính năng mới của dòng máy Casio fx-580VN X mà trên các dòng máy cũ trước đó không có. Đồng thời chúng tôi đưa ra một số giải thuật trên dòng máy tính này để hỗ trợ giải hiệu quả một số dạng toán lớp 12 mà nếu không dùng giải thuật này thì việc giải theo cách trước đây trên dòng máy cũ sẽ tốn nhiều thời gian hơn cách giải mới.

Để thuận tiện và ngắn gọn trong việc trình bày, chúng tôi quy ước rằng nếu viết “=” là kí hiệu của phím bằng dùng gọi trực tiếp kết quả của biểu thức đang được tính toán trên màn hình. Các ví dụ về tính toán được minh họa trên dòng máy tính Casio fx-580VN X, đây là dòng máy mới nhất, có chức năng cao cấp nhất đến thời điểm hiện tại, được Bộ Giáo dục và Đào tạo cho phép thí sinh được mang vào phòng thi ([1]).

2. Một số giải thuật máy tính Casio fx-580VN X hỗ trợ giải toán giải tích lớp 12

Trong mục này chúng tôi trình bày một số nhóm chức năng mới trên máy về cực trị của hàm bậc 3; đạo hàm, tích phân, số phức, đúng sai trên máy. Đặc biệt là các chức năng này không có trên các dòng máy cũ được Bộ Giáo dục và Đào tạo cho phép thí sinh được mang vào phòng thi ([1]). Mỗi nhóm chức năng mới được trình bày lần lượt theo trình tự như sau:

^(*) Sinh viên, Trường Đại học Đồng Tháp.

^(1*) Trường Đại học Đồng Tháp.

một bài toán đơn giản cho chức năng mới; cách giải bằng tự luận thông thường; cách giải nhanh bằng máy tính Casio fx-580VN X (cho thấy hiệu quả của việc sử dụng máy tính cầm tay); nhận xét; các bài toán minh họa nâng cao; đề xuất một vài dạng bài tập nâng cao tương ứng với nhóm chức năng.

2.1. Nhóm chức năng về cực trị của hàm đa thức bậc 3

Casio fx-580VN X có chức năng tính được cực trị của hàm đa thức bậc 3. Chức năng này được gọi ra bằng cách ấn **Menu 9 2** (chọn bậc 3).

Ví dụ 2.1.1. Tìm tọa độ các điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số $y = x^3 - x^2 - 4x + 1$.

Cách giải không dùng máy Casio fx-580VN X: Tính $y' = 3x^2 - 2x - 4$. Cho $y' = 0$ ta được hai

nghiệm là $x_1 = \frac{1 - \sqrt{13}}{3}$, $x_2 = \frac{1 + \sqrt{13}}{3}$. Xét dấu

y' ta thấy x_1, x_2 lần lượt là x cực đại và x cực

tiểu của hàm số đã cho. Từ đó,

$y(x_1) = \frac{-11 + 26\sqrt{13}}{27}$ và $y(x_2) = \frac{-11 - 26\sqrt{13}}{27}$

Vậy tọa độ các điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số lần lượt là

$A\left(\frac{1 - \sqrt{13}}{3}; \frac{-11 + 26\sqrt{13}}{27}\right), B\left(\frac{1 + \sqrt{13}}{3}; \frac{-11 - 26\sqrt{13}}{27}\right)$.

Thao tác trên máy tính Casio fx-580VN X: Ấn **Menu 9 2**, chọn phương trình đa thức bậc 3. Nhập các hệ số của phương trình là 1, -1, -4, 1, ấn “=”. Máy xuất hiện các nghiệm của phương trình và các cực trị

$A\left(\frac{1 - \sqrt{13}}{3}; \frac{-11 + 26\sqrt{13}}{27}\right), B\left(\frac{1 + \sqrt{13}}{3}; \frac{-11 - 26\sqrt{13}}{27}\right)$.

Nhận xét. Việc bổ sung tính năng tìm cực trị cho hàm đa thức bậc 3 đã giảm nhiều công đoạn trung gian khi tính toán trên các dòng máy cũ hoặc bằng thủ công. Ngoài ra, việc bổ sung tính năng mới này dẫn đến nhiều dạng toán liên quan đến cực trị sẽ được vận dụng để giải hiệu quả.

Bài tập minh họa 2.1.2. Tìm m để phương trình $-x^3 + x^2 + x - 5 - m = 0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

Định hướng: Phương trình đã cho tương đương $-x^3 + x^2 + x - 5 = m$ (*). Dùng phương pháp đồ thị để biện luận số nghiệm, (*) là

phương trình hoành độ giao điểm giữa đồ thị hàm số (C): $y = -x^3 + x^2 + x - 5$ và đường thẳng (d): $y = m$. Để (*) có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng (d) phải cắt (C) tại ba điểm phân biệt. Khi đó (d) phải nằm giữa $y_{\text{Cực tiểu}}$ và $y_{\text{Cực đại}}$.

Thao tác trên máy tính Casio fx-580VN X: Ấn **Menu 9 2**, chọn đa thức bậc 3, nhập các hệ số của phương trình là -1, 1, 1, -5, ấn “=”. Máy xuất hiện các nghiệm và giá trị cực tiểu

$y_{\text{Cực tiểu}} = -\frac{140}{27}$, giá trị cực đại $y_{\text{Cực đại}} = -4$. Vậy

phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt khi $-\frac{140}{27} < m < -4$.

Nhận xét. Dựa vào chức năng này, ta có thể khai thác các dạng câu hỏi liên quan đến 2 cực trị của hàm số bậc 2, bậc 3.

Bài tập đề xuất 2.1.3. Cho hàm số $y = x^3 + 2x^2 - 3x + 1$. Tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của hàm số. (Đáp số: $\sqrt{\frac{39364}{729}}$).

Bài tập đề xuất 2.1.4. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|x^3 - 3x^2 + 1| = \log_2 m$ có đúng sáu nghiệm phân biệt. (Đáp số: $1 < m < 2$).

Bài tập đề xuất 2.1.5. Tìm tất cả tọa độ điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số

$y = -\frac{2}{27}x^3 - \frac{1}{9}x^2 + \frac{4}{9}x + \frac{47}{27}$ sao cho diện tích

tam giác ΔMAB bằng $\frac{35}{9}$, biết rằng A, B là tọa

độ hai điểm cực trị của đồ thị (C). (Đáp số:


$M_1\left(3; \frac{2}{27}\right), M_2\left(-4; \frac{79}{27}\right)$).

Bài tập đề xuất 2.1.6. Cho hai hàm số

$y = \frac{1}{2}x^3 - \frac{3}{2}x + 2$ và $y = \frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + \frac{9}{2}x - 1$ có

đồ thị lần lượt là (C) và (C'). Hãy cho biết tứ giác ABCD là hình gì và có diện tích bao nhiêu, biết rằng A, B là hai điểm cực trị của (C); C, D là hai điểm cực trị của (C'). (Đáp số: ABCD là hình bình hành, diện tích bằng 12 (đơn vị diện tích)).

2.2. Nhóm chức năng về đạo hàm

Đối với một số dòng máy tính trước đây có hỗ trợ công cụ đạo hàm thì máy chỉ cho phép tính đạo hàm tại một điểm x_0 cho mỗi lần tính. Chức năng này được gọi ra bằng phím **SHIFT** . Máy Casio fx-580VN X được cải tiến, không chỉ tính được đạo hàm tại một điểm mà cho phép nhớ được đạo hàm dưới dạng hàm số theo biến x và có thể nhập đạo hàm này trong các biểu thức giải phương trình (chức năng **SOLVE**) hay đưa vào chức năng lập bảng giá trị (**TABLE**). Từ đó sẽ giúp thuận lợi hơn khi giải các dạng toán liên quan đến đạo hàm mà ta không cần tính thủ công ra giấy như trước đây.

Ví dụ 2.2.1. *Tìm cực trị của hàm số*

$$y = \frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1}$$

Cách giải không dùng máy Casio fx-580VN X: Tính y' bằng thủ công. Giải phương trình $y'=0$ để tìm các điểm tới hạn. Xét dấu y' và xác định được các điểm cực đại, cực tiểu.

Thao tác trên máy tính Casio fx-580VN X:

Bước 1: Nhập vào màn hình

$$\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{x^2 + 2x + 3}{2x + 1} \right) \right|_{x=x}, \text{ ấn "=" để lưu biểu thức.}$$

Bước 2: Ấn **SHIFT SOLVE**, nhập giá trị khởi tạo -3 , ấn "=" "=" ta tìm được nghiệm là $x = -2$. Thay đổi giá trị khởi tạo là 3 , ta tìm được nghiệm thứ hai là $x = 1$.

Nhận xét. Bước 1 không thực hiện được đối với các dòng máy cũ trước đây. Khi đó, ta phải tính đạo hàm bằng thủ công và việc này sẽ mất thời gian, dễ gặp sai số khi biểu thức hàm số đã cho là phức tạp. Bằng cách áp dụng tính năng mới này, nhiều bài toán liên quan về đạo hàm sẽ giảm một khối lượng tính toán.

Bài tập minh họa 2.2.2. *Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của*

hàm số $y = \frac{4x^2 + 3x - 1}{x - 1}$ trên đoạn $[-1; 0]$, khi

đó $M + m$ là bao nhiêu?

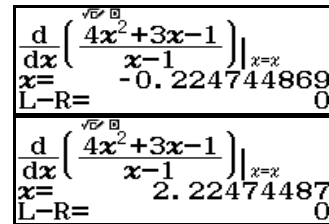
- A. $11 - 4\sqrt{6}$ B. 1 C. $11 + 4\sqrt{6}$ D. 11 .

Thao tác trên máy tính Casio fx-580VN X:

Bước 1: Nhập vào màn hình

$$\left. \frac{d}{dx} \left(\frac{4x^2 + 3x - 1}{x - 1} \right) \right|_{x=x}, \text{ ấn "=" để lưu biểu thức.}$$

Ấn **SHIFT SOLVE**, nhập giá trị khởi tạo -3 , ấn "=" "=" ta tìm được nghiệm là $x_1 = -0,224744869...$, ấn **STO A** (để lưu giá trị này vào A). Thay đổi giá trị khởi tạo là 3 , ấn "=" "=" ta tìm được nghiệm thứ hai là $x_2 = 2,22474487...$ (nghiệm này không thuộc $[-1; 0]$ nên bỏ qua).



Bước 2: Từ màn hình, xóa dấu đạo hàm và

giữ lại biểu thức $\frac{4x^2 + 3x - 1}{x - 1}$ để tính giá trị của y

tại hai điểm biên và điểm tới hạn. Ấn **CALC -1** "=" "=" ta được 0 . Ấn **CALC ALPHA A** "=" "=" ta được 1.202041029 ; Ấn **CALC 0** "=" "=" ta được 1 . So sánh các giá trị thì giá trị lớn nhất là $M = 1.202041029$ và giá trị nhỏ nhất là $m = 0$.

Do đó, $M + m = 11 - 4\sqrt{6}$ chọn C.

Tiếp theo là dạng toán có thể đưa đạo hàm vào chức năng **TABLE** trên máy Casio fx-580VN X, ta có bài tập minh họa như sau:

Bài tập minh họa 2.2.3. *Cho hàm số*

$y = x^2 e^{3x} + x \cos x$ khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $y' + y + \cos x = \sqrt{2}x \left[\sqrt{2}e^{3x}(x+1) + \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right]$
- B. $y' - y - \cos x = \sqrt{2}x \left[\sqrt{2}e^{3x}(x+1) - \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right]$
- C. $y' + y + \sin x = \sqrt{2}x \left[\sqrt{2}e^{3x}(x+1) + \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right]$
- D. $y' - y - \sin x = \sqrt{2}x \left[\sqrt{2}e^{3x}(x+1) - \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right]$.

Cách giải không sử dụng máy tính Casio fx-580VN X: Tính y' bằng thủ công và lần lượt thay vào các đáp án để kiểm tra tính đúng đắn. Kết quả đúng là đáp án B. Chú ý rằng cách làm này gặp khó khăn khi biểu thức của y phức tạp. Khi đó, việc dùng máy tính hỗ trợ là cần thiết. Đặc biệt, dòng máy Casio fx-580VN X có thể hỗ trợ dạng bài tập này nhanh chóng như sau mà các dòng máy trước không làm được.

Định hướng cách giải trên máy tính Casio fx-580VN X: Vào chức năng bảng bằng cách ấn **MENU 8**. Nhập phương án A và B tương ứng vào $f(x)$ và $g(x)$ trên máy:

$$f(x) = \frac{d}{dx} \left(x^2 e^{3x} + x \cos x \right) \Big|_{x=x} + (x^2 e^{3x} + x \cos x) + \cos x - \sqrt{2}x \left[\sqrt{2}e^{3x}(x+1) + \sin \left(x - \frac{\pi}{4} \right) \right]$$

$$g(x) = \frac{d}{dx} \left(x^2 e^{3x} + x \cos x \right) \Big|_{x=x} - (x^2 e^{3x} + x \cos x) - \cos x - \sqrt{2}x \left[\sqrt{2}e^{3x}(x+1) - \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) \right].$$

Chọn Bắt đầu: -5, Kết thúc: 5,
 Bước = $\frac{\text{Kết thúc} - \text{Bắt đầu}}{29} = 0,3448$, ấn "=", ta được các giá trị như hình sau:

Phạm vi bảng			
Bđầu :-5			
Kthúc :5			
Bước :0.3448			
	x	f(x)	g(x)
1	-5	7.3199	-1.11e+2
2	-4.655	9.7131	-1.11e+2
3	-4.31	10.524	-2.11e+2
4	-3.965	9.8493	-4.11e+2
	x	f(x)	g(x)
5	-3.62	7.9898	0
6	-3.275	5.3889	2.11e+2
7	-2.931	2.5541	0
8	-2.586	-0.025	-2.11e+2
	x	f(x)	g(x)
27	3.9655	4.611e+6	0
28	4.3103	1.511e+7	2.11e+6
29	4.6551	5.11e+7	-2.11e+6
30	5	1.611e+8	0

Ta thấy $g(x)$ nhận giá trị bằng 0 và xấp xỉ 0 ở hầu hết bảng, chứng tỏ phương án B đúng.

Nhận xét. Khi biểu thức của y và đáp án đơn giản ta có thể dùng phương pháp biến đổi thủ công như thông thường. Đối với các hàm và biểu thức phức tạp hơn, ta phải thông thạo kỹ thuật biến đổi thì mới làm chính xác và kịp thời gian cho 1 câu trắc nghiệm. Sử dụng tính năng mới trong cải tiến tích hợp đạo hàm vào **TABLE** của máy tính Casio fx-580VN X giúp việc tìm đáp án trong bài tập minh họa dễ dàng.

Bài tập đề xuất 2.2.4. Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x^2 + xy - y^2 = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của

$$P = \frac{x^4 + y^4 + 1}{x^2 + y^2 + 1}. \text{ Giá trị của } Q = M + 15m \text{ là}$$

A. $Q = 17 - 2\sqrt{6}$ B. $Q = 17 + \sqrt{6}$

C. $Q = 17 + 2\sqrt{6}$ D. $Q = 17 - \sqrt{6}$

Đáp án: Câu A.

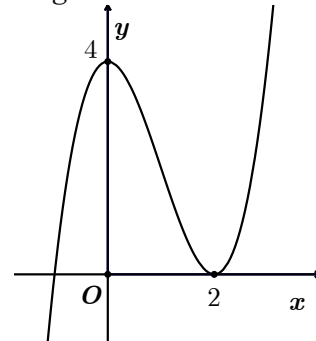
Bài tập đề xuất 2.2.5. Cho hàm số $y = \sqrt{1+3x-x^2}$ khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $(y')^2 + y \cdot y'' = 1$ B. $(y')^2 + 2y \cdot y'' = 1$

C. $y \cdot y'' - (y')^2 = 1$ D. $(y')^2 + y \cdot y'' = -1$.

Đáp án: Câu D.

Bài tập đề xuất 2.2.6. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d, a \neq 0$ có đồ thị như Hình 1, ta đặt $g(x) = f(\sqrt{x^2 + x + 2})$. Hãy chọn khẳng định đúng?



Hình 1

A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

B. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\frac{1}{2};0)$

D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Đáp án: Câu C.

2.3. Nhóm chức năng về tích phân

Máy Casio fx-580VN X có cải tiến là có thể đưa biến x vào cận của tích phân và có thể giải phương trình với biến x thuộc cận của tích phân. Khi đó, việc đưa x vào cận của tích phân sẽ được một hàm theo biến x được xem là nguyên hàm của hàm trong dấu tích phân. Đặc biệt là hàm này có thể đưa vào chức năng **TABLE**. Nhờ vậy, ta có một số giải thuật giải toán mới sau đây.

Ví dụ 2.3.1. Hàm số $f(x) = \frac{\ln(\ln x)}{x}$ có nguyên hàm là

- A. $\ln x \ln(\ln x) + \ln x + C$
- B. $\ln x \ln(\ln x) - \ln x + C$
- C. $\ln x \ln(\ln x) + C$
- D. $\ln(\ln x) + \ln x + C$.

Trong đó C là hằng số thực.

Cách giải không dùng máy tính Casio fx-580VN X: Đặt ẩn phụ để tính nguyên hàm

$\int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$, sau đó so sánh các đáp án, ta được

đáp án đúng là $\ln x \ln(\ln x) - \ln x + C$. Chọn B. Lưu ý rằng, nếu $f(x)$ càng phức tạp thì việc tính toán chính xác nguyên hàm sẽ mất nhiều thời gian và dễ sai sót.

Cách giải trên máy tính Casio fx-580VN X:

Ta có $\int_a^b f(x) dt - F(b) = -F(a)$. Thử phương

án A và B bằng cách vào chức năng TABLE, nhập $f(x)$ và $g(x)$ (với $C = 0$) như sau:

$$f(x) = \int_e^x \frac{\ln(\ln x)}{x} dt - [\ln x \ln(\ln x) + \ln x]$$

$$g(x) = \int_e^x \frac{\ln(\ln x)}{x} dt - [\ln x \ln(\ln x) - \ln x].$$

Chọn giá trị bắt đầu là 2 (có thể chọn tại 0, 1, tuy nhiên hàm số không xác định tại các vị trí này). Chọn giá trị kết thúc là 30, chọn bước

$$= \frac{\text{Kết thúc} - \text{Bắt đầu}}{29} = \frac{28}{29}, \text{ ấn "="}.$$

	x	f(x)	g(x)
1	2	-0.386	1
2	2.9655	-1.174	1
3	3.931	-1.737	1
4	4.8965	-2.177	1

Dễ thấy $g(x)$ luôn nhận kết quả là 1 chứng tỏ biểu thức $g(x)$ đúng với mọi giá trị x trong bảng, còn $f(x)$ thì thay đổi. Vậy ta chọn B.

Nhận xét. Tận dụng máy tính Casio fx-580VN X với tính năng tích hợp tích phân vào bảng TABLE đã giúp việc giải quyết bài toán kiểm tra các nguyên hàm trở nên đơn giản. Giải thuật này càng hiệu quả so với giải theo cách thông thường khi biểu thức $f(x)$ càng phức tạp.

Bài tập minh họa 2.3.2. Biết m là số thực

thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x(\cos x + 2m) dx = 2\pi^2 + \frac{\pi}{2} - 1$, mệnh

đề nào dưới đây đúng?

- A. $m \leq 0$
- B. $0 < m \leq 3$
- C. $3 < m \leq 6$
- D. $m > 6$.

Cách giải không dùng máy tính Casio fx-580VN X: Biến đổi, tính toán thủ công tích phân

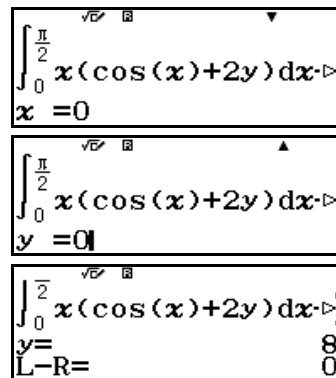
ta được $\frac{m\pi^2}{4} + \frac{\pi}{2} - 1 = 2\pi^2 + \frac{\pi}{2} - 1 \Rightarrow m = 8$. Khi

biểu thức trong dấu tích phân phức tạp, việc biến đổi thủ công sẽ dễ bị sai sót và mất nhiều thời gian.

Định hướng cách giải trên máy tính Casio fx-580VN X: Nhập tích phân vào màn hình với m

thay bởi biến y , $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x(\cos x + 2y) dx - \left(2\pi^2 + \frac{\pi}{2} - 1\right)$.

Ấn SOLVE (SHIFT CALC), nhập giá trị khởi tạo của x , ấn 0 "=", nhập giá trị khởi tạo của y , ấn 0 "=", máy tìm được nghiệm $y = 8$.



Như vậy đáp án phù hợp là câu D.

Nhận xét. Với thao tác đơn giản kết hợp với chức năng SOLVE trên máy tính, ta đã tìm được kết quả bài toán dễ dàng. Hơn nữa, máy vẫn có thể giải được trong trường hợp ẩn là các cận của tích phân hoặc ẩn nằm trong kết quả bài toán.

Bài tập đề xuất 2.3.3. Họ nguyên hàm của

hàm số $f(x) = \frac{x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1})}{\sqrt{x^2 + 1}}$ là hàm số nào

sau đây?

A. $F(x) = x \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) + C$

B. $F(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 1}) - x + C$

C. $F(x) = \ln\sqrt{x^2+1} - x + C$
 D. $F(x) = \sqrt{x^2+1}\ln(x+\sqrt{x^2+1}) - x + C.$

Đáp án: câu D.

Bài tập đề xuất 2.3.4. Cho tích phân

$$\int_{-\frac{\pi}{3}}^0 \cos 2x \cos 4x dx = a + b\sqrt{3}, \text{ trong đó } a, b \text{ là}$$

các hằng số hữu tỉ. Giá trị của biểu thức $S = e^a + \log_2|b|$ là bao nhiêu?

- A. $S = -2$ B. $S = -3$
 C. $S = -\frac{1}{8}$ D. $S = 0.$

Đáp án: câu A.

2.4. Nhóm chức năng đúng, sai

Đây là tính năng hoàn toàn mới trên máy tính Casio fx-580VN X dùng để kiểm tra tính đúng sai của một đẳng thức hoặc bất đẳng thức. Gọi tính năng này ta ấn MENU (B), sau đó nhập vào biểu thức và ấn “=”.

Ví dụ 2.4.1. Cho $\log 3 = a$ và $\log 2 = b.$

Khẳng định nào sau đây sai?

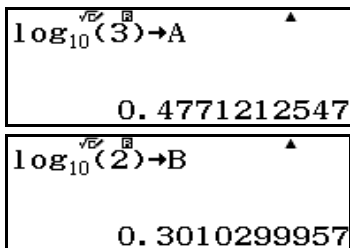
- A. $\log_2 3 = \frac{a}{b}$ B. $\log_5 3 = \frac{a}{1-b}$
 C. $\log 2.25 = \frac{a}{b}$ D. $\log 1.2 = a + 2b - 1.$

Cách giải không dùng máy tính Casio fx-580VN X: Lần lượt kiểm tra và biến đổi các đáp

án. Ta có $\log 1.2 = \log \frac{6}{5} = \log \frac{3 \cdot 2^2}{5}$
 $= \log 3 + 2\log 2 - \log 10 = a + 2b - 1.$

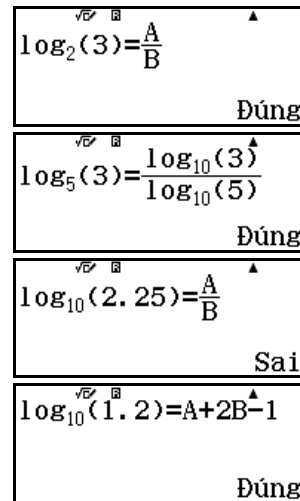
Do đó, ta chọn đáp án C.

Định hướng cách giải trên máy tính Casio fx-580VN X: Ghi vào màn hình $\log 3 = a$ và $\log 2 = b$ (ở đây $\log 3 = \log_{10} 3; \log 2 = \log_{10} 2$) tương ứng ta lưu vào các biến nhớ A và B.



Nhập MENU (B), nhập vào màn hình

lần lượt từng phương án A, B, C, D để máy kiểm tra, ta thu được kết quả như màn hình dưới đây.



Như vậy, ta chọn C.

Nhận xét. Dùng tính năng này ta có thể kiểm tra các bài toán về rút gọn biểu thức, bài toán có liên quan đến kiểm tra công thức, xét miền giá trị của một bất đẳng thức... tùy vào hoàn cảnh giải toán mà ta sẽ chọn các kí hiệu có trong tùy chọn OPTN, kết hợp với cách tư duy định hướng lời giải bài toán sao cho phù hợp.

Bài tập đề xuất 2.4.2. Cho $a, b > 0$ và $a^2 + b^2 = 1598ab$ đẳng thức nào sau đây là đúng?

- A. $\log \frac{a+b}{40} = 2(\log a + \log b)$
 B. $\log \frac{a+b}{40} = \log a + \log b$
 C. $\log \frac{a+b}{40} = \frac{1}{4}(\log a + \log b)$
 D. $\log \frac{a+b}{40} = \frac{1}{2}(\log a + \log b).$

Đáp án: câu D.

Bài tập đề xuất 2.4.3. Cho a, b là độ dài hai cạnh góc vuông, c là độ dài cạnh huyền của một tam giác vuông, xét trong trường hợp các đẳng thức đều có nghĩa thì đẳng thức nào sau đây là sai?

- A. $\frac{\log_a c \cdot \log_b (c-a) + \log_a (c+a) \cdot \log_b c}{\log_a (a^2 + b^2)} = 1$
 B. $\frac{1}{\log_{c+b} a} + \frac{1}{\log_{c-b} a} = 2$

$$C. \frac{\log_a(c+a)}{\log_a c \cdot \log_a b} + \frac{\log_b(c-a)}{\log_b c \cdot \log_b a} = 2$$

$$D. \log_{c+b} \frac{a}{\sqrt{c-b}} = \frac{1}{2}$$

Đáp án: câu C.

2.5. Nhóm chức năng số phức

Tính năng mới của số phức trên máy tính Casio fx-580VN X là tính và lưu được phần thực và phần ảo của một phép toán các số phức. Chức năng này được gọi ra qua phím **MENU 2** và các tính năng của số phức được gọi ra ở phím **OPTN**.

Ví dụ 2.5.1. Cho hai số phức $z_1 = 2019 + 2020i$ và $z_2 = 2018 + 2019i$. Tỷ số độ lớn giữa phần thực và phần ảo của số phức

$$w = \frac{z_1}{z_2}$$

gấp bao nhiêu lần số 2019?

- A. 4038 B. 4036 C. 4040 D. 4034.

Cách giải không sử dụng máy tính Casio fx-580VN X: Ta có $w = \frac{z_1}{z_2} = \frac{2019 + 2020i}{2018 + 2019i}$

$$= \frac{(2019 + 2020i)(2018 - 2019i)}{(2018 + 2019i)(2018 - 2019i)}$$

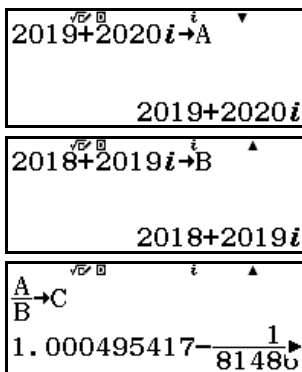
$$= \frac{2019(2018 + 2020)}{2018^2 + 2019^2} + \frac{2018 \cdot 2020 - 2019^2}{2018^2 + 2019^2} i.$$

$$\Rightarrow \left| \frac{\text{Re}(w)}{\text{Im}(w)} \right| = \left| \frac{\frac{2019(2018+2020)}{2018^2+2019^2}}{\frac{2018 \cdot 2020 - 2019^2}{2018^2+2019^2}} \right| = 8152722 = 4038 \cdot 2019.$$

Ta chọn A.

Định hướng cách giải trên máy tính Casio fx-580VN X: Nhập và lưu lần lượt hai số phức z_1, z_2 vào biến nhớ A, B và tính số

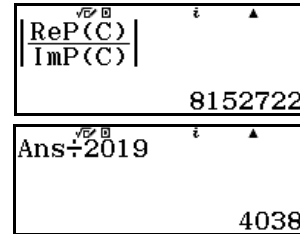
$$\text{phức } w = \frac{z_1}{z_2} = \frac{A}{B} \text{ sau đó lưu vào biến C.}$$



Tính tỉ số độ lớn giữa phần thực và phần ảo của số phức w , ta ấn như sau:



Ta được kết quả như màn hình đầu tiên phía dưới, ấn tiếp Ans ÷ 2019, nhận được 4038.



Chọn phương án A.

Nhận xét. Ở ví dụ trên, máy tính Casio fx-570VN PLUS sẽ không lưu được phần thực, và phần ảo của w , điều này buộc ta phải ghi kết quả ra giấy nháp, vì kết quả nhận được là số thập phân lẻ nên sẽ rất dễ sai và nhầm lẫn khi nhập vào máy tính trở lại. Rõ ràng, với chức năng mới lưu được phần thực, phần ảo của số phức ở máy tính Casio fx-580VN X, đã giúp ta hạn chế một bước trung gian vất vả trong bài toán.

Bài tập đề xuất 2.5.2. Cho $w = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) là một trong hai căn bậc hai của số phức $z = 2019 + 2020i$. Phần nguyên của tỉ số $\frac{a^{20} + b^{20}}{a^{19} + b^{19}}$ là bao nhiêu?

- A. 47 B. 48 C. 49 D. 50.

Đáp án: câu C.

Bài tập đề xuất 2.5.3. Cho tam giác ABC có ba đỉnh A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn cho các số phức $z_1 = 2 - i$; $z_2 = -1 + 6i$; $z_3 = 8 + i$, với i là đơn vị ảo. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Diện tích tam giác ΔGBC bằng bao nhiêu?

- A. 25 B. 16 C. 10 D. 8.

Đáp án: câu D.

3. Kết luận

Trong phạm vi cho phép của một bài báo khoa học, chúng tôi chọn lọc giới thiệu một số chức năng mới trên dòng máy tính Casio fx-580VN X, từ đó phát triển nâng cao một số giải thuật để giải một số dạng toán mà các dòng máy trước đó (trong [1]) không giải nhanh được. Kết quả đạt được trong bài báo có những ý nghĩa khoa học giúp người sử dụng máy tính biết cách vận dụng các giải thuật từ các tính năng mới này của máy để giải hiệu quả một số dạng toán giải

tích lớp 12. Một kiến nghị đến giáo viên dạy toán lớp 12 là chúng ta cần chú ý đến các chức năng của máy mới Casio fx-580VN X và các giải thuật được nêu trong bài báo để vận dụng hiệu quả vào giảng dạy; ra đề thi công bằng giữa học sinh sử

dụng máy mới và máy cũ; cập nhật về kiến thức máy tính cầm tay để không bị lạc hậu về công nghệ trong giảng dạy nói chung và trong ra đề nói riêng./.

Bài báo được hỗ trợ bởi đề tài nghiên cứu khoa học sinh viên, mã số SPD2018.02.57.

Tài liệu tham khảo

[1]. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2019), “Danh sách máy tính bỏ túi được đem vào phòng thi kỳ thi THPT quốc gia năm 2019”, Số 1568/BGDĐT-CNTT, Hà Nội ngày 12/4/2019.

[2]. Đoàn Trí Dũng, Bùi Thế Việt (2015), *Phương pháp sử dụng máy tính Casio trong giải toán phương trình, bất phương trình, hệ phương trình*, NXB Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh.

[3]. Lê Trung Hiếu, Lê Văn Huy (2015), “Đề xuất một số giải thuật sử dụng phím CALC trong lập trình giải toán máy tính cầm tay”, *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, 12 (78), tr. 126-137.

[4]. Lê Trung Hiếu, Hoàng Công Hưng (2018), “Dùng máy tính cầm tay Casio fx-570VN Plus hỗ trợ giải một số dạng bài tập trắc nghiệm môn toán nội dung giải tích”, *Tạp chí khoa học Trường Đại học Đồng Tháp*, (Số 32), tr. 28-35.

[5]. H. Pomerantz (1997), *The role of calculators in math education*, Texas Instruments.

[6]. Nguyễn Thái Sơn (2018), *Tài liệu tập huấn Casio fx-580VN X*, BITEK.

[7]. Thái Duy Thuận (2016), *Đột phá bằng Casio fx-570VN Plus môn toán*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

[8]. Lê Thái Bảo Thiên Trung (2011), “Vấn đề ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học toán và lợi ích của máy tính cầm tay”, *Tạp chí khoa học Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, 30 (64), tr. 51-58.

USING CASIO FX-580VN X TO SUPPORT SOLVING SOME TYPES OF MATHEMATICAL ANALYSIS PROBLEMS IN GRADE 12

Summary

Casio fx-580VN X was developed by BITEK Company and has been provided in Vietnam since April, 2018. It is a newest version of CASIO with quite a number of functions superior to those of the previous ones. Vietnam Ministry of Education and Training has allowed students to use it in examinations. In this paper, we introduce and develop some new algorithms on this new calculator to solve some types of mathematical analysis problems in grade 12. For each problem type, we present the background knowledge when solving them in traditional ways and by using calculator algorithms. Then, we present some illustrative examples and suggest advanced problems. As such, this paper is supposed to help mathematics teachers update their new calculator knowledge and design suitable tests.

Keywords: Casio fx-580VN X; calculator algorithms; primary mathematics.

Ngày nhận bài: 16/4/2019; Ngày nhận lại: 11/6/2019; Ngày duyệt đăng: 14/6/2019.