

GIẢI THÍCH SAI LÂM CỦA HỌC SINH THEO “HỢP ĐỒNG DẠY HỌC”: TRƯỜNG HỢP TÌM HIỂU PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG TRONG MẶT PHẲNG

• Dương Hữu Tòng^(*), Võ Huỳnh Hưng^(**), Lương Việt Hưng^(**), Vương Thị Xuân Mai^(**),
Trần Trung Nhiệm^(**), Lê Mộng Tuyển^(**), Phan Thị Mỹ Xuân^(**), Trần Thị Ý^(**)

Tóm tắt

Từ góc độ của khái niệm “hợp đồng dạy học”, bài viết này trình bày một nghiên cứu về sai lầm của học sinh khi tìm hiểu phương trình đường thẳng. Kết quả cho thấy nhiều em mắc phải sai lầm là do tuân thủ các quy tắc của hợp đồng dạy học về phương trình đường thẳng.

Từ khóa: Sai lầm, hợp đồng dạy học, phương trình đường thẳng.

1. Đặt vấn đề

Ở Việt Nam, trong chương trình toán lớp 10, học sinh bước đầu làm quen với phương trình đường thẳng trong mặt phẳng, sau đó lên lớp 12 các em tiếp cận phương trình đường thẳng trong không gian. Đây là nội dung quan trọng trong chương trình toán trung học phổ thông. Chính vì vậy, chúng tôi muốn giới thiệu một công cụ quan trọng của lý thuyết tình huống đó là “hợp đồng dạy học” (HDDH) cho phép thực hiện việc phát hiện sai lầm của học sinh có thể gặp khi tìm hiểu phương trình đường thẳng.

2. Quan niệm về “sai lầm” của học sinh

Brousseau nhấn mạnh rằng, nếu có những sai lầm nào đó của học sinh mang tính hồi hợt, hết sức riêng biệt, thì cũng có những sai lầm khác khiến chúng ta phải quan tâm, đó chính là những sai lầm mà không phải ngẫu nhiên học sinh phạm phải [1].

“Sai lầm không chỉ đơn giản là do thiếu hiểu biết, mơ hồ hay ngẫu nhiên sinh ra, mà còn là hậu quả một kiến thức trước đây đã từng tỏ ra có ích, đem lại thành công, nhưng bây giờ lại tỏ ra sai hoặc đơn giản là không còn thích hợp nữa. Những sai lầm thuộc loại này không phải thất thường hay không dự đoán được. Chúng tạo thành chướng ngại. Trong hoạt động của giáo viên cũng như trong hoạt động của học sinh, sai lầm bao giờ cũng góp phần xây dựng nên nghĩa của kiến thức thu nhận được” (G. Brousseau, 1976) [1].

Theo tác giả Đào Hồng Nam (2012), để xác định nguồn gốc của sai lầm, ta có tiếp cận ít nhất

từ hai phía. Một mặt, nghiên cứu lịch sử hình thành tri thức giúp ta làm sáng tỏ những chướng ngại khoa học luận gắn liền với nó, những chướng ngại mà người học bắt buộc trải qua trên con đường chiếm lĩnh tri thức đó. Mặt khác, nghiên cứu hệ thống dạy học, cụ thể hơn là nghiên cứu quan hệ của thể chế dạy học với đối tượng tri thức cũng cho phép ta dự kiến được những sai lầm có thể hiện ở người học [6].

3. Khái niệm HDDH (hợp đồng didactic)

Theo tác giả Nguyễn Phú Lộc (2016) [5], HDDH đưa ra những quy tắc trong suốt quá trình học tập; thực sự là nó gồm toàn bộ những mong đợi và ứng xử của học sinh và thầy giáo hướng về kiến thức. Nó ngầm ẩn đưa ra những điều mà học sinh và thầy giáo phải làm, vai trò và trách nhiệm của họ với nhau. HDDH có những đặc điểm sau đây:

- (1) HDDH chỉ nhắm vào kiến thức.
 - (2) Có một HDDH cho mọi loại kiến thức.
 - (3) Để nắm kiến thức học sinh luôn luôn phải phá vỡ hợp đồng.
 - (4) HDDH có tính ngầm định và không bao giờ được giải thích đầy đủ.
 - (5) Một hợp đồng hoàn toàn dựa trên các quy tắc hành động của thầy giáo và học sinh; quan hệ didactic sẽ không hoạt động như mong đợi nếu hợp đồng didactic hoàn toàn rõ ràng.
- Để phá vỡ một HDDH, giáo viên đưa ra một tình huống “khác lạ”, nó có thể được xây dựng như sau [1]:

(1) Tình huống trong đó có thay đổi điều kiện khi áp dụng một tri thức; do vậy học sinh sẽ bị lỗi.

(2) Tình huống mà học sinh có khả năng vận dụng sai một tri thức.

^(*) Trường Đại học Cần Thơ.

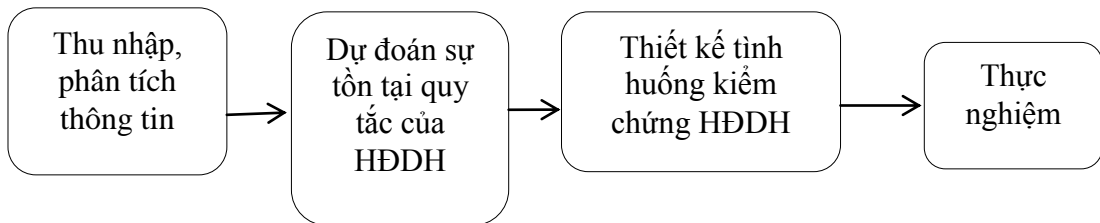
^(**) Học viên cao học, Trường Đại học Cần Thơ.

(3) Tình huống mà chứa đựng nội dung ngoài phạm vi một tri thức, hoặc không thể vận dụng tri thức đó giải quyết được.

(4) Tình huống làm xuất hiện những ứng xử của học sinh ngoài những gì thầy mong đợi.

4. Tìm kiếm và kiểm chứng HDDH

Để xác định các quy tắc của HDDH, nhà nghiên cứu phải thực hiện việc phân tích các thành phần của hệ thống dạy học. Chúng tôi trình bày dưới đây một tiến trình xác định các quy tắc của HDDH [2].



Hình 1. Sơ đồ tiến trình xác định các quy tắc của HDDH

Trong sơ đồ trên, các bước được hiểu như sau:

Bước 1: Thu thập, phân tích thông tin.

Trong bước này, nhà nghiên cứu thu thập thông tin từ sách giáo khoa (SGK), sách giáo viên, tập của học sinh, giáo án... Sau đó, nhà nghiên cứu tập trung vào các kiểu nhiệm vụ mà được dự đoán về sự tồn tại quy tắc của HDDH.

Bước 2: Dự đoán sự tồn tại quy tắc của HDDH.

Nhờ vào bước 1, nhà nghiên cứu có thể đưa ra dự đoán về sự tồn tại quy tắc của HDDH gồm:

Quy tắc đối với giáo viên: Các quy tắc ngầm ẩn, trách nhiệm, mong đợi của giáo viên khi dạy kiểu nhiệm vụ nào đó.

Quy tắc về phía học sinh: Các quy tắc ngầm ẩn, nghĩa vụ của học sinh khi học kiểu nhiệm vụ nào đó.

Bước 3: Thiết kế tình huống kiểm chứng HDDH.

Trong bước này, nhà nghiên cứu thiết kế những tình huống ngắt quãng hợp đồng (được giải thích ở Mục 3), sau đó những dự đoán về ứng xử, câu trả lời HS đối với tình huống đưa ra cũng được đề xuất.

Bước 4: Thực nghiệm.

Nhà nghiên cứu tổ chức thực nghiệm trên một tập hợp các học sinh, tiếp đó phân tích những bài làm của học sinh, giải thích những câu trả lời của học sinh dựa trên sự tồn tại quy tắc của HDDH. Ngoài ra, nhà nghiên cứu có thể phỏng vấn thêm một số học sinh để bổ sung thêm minh chứng cho sự tồn tại của quy tắc HDDH gắn liền với một kiểu nhiệm vụ cụ thể.

5. Nghiên cứu HDDH gắn liền với phương trình đường thẳng

Nghiên cứu về HDDH trong bài phương trình đường thẳng giới thiệu trong bài viết này được chúng tôi phân tích trong SGK Hình học 10 của tác giả Trần Văn Hạo (2008) [3].

5.1. Thu thập và phân tích thông tin

Khi thực hiện nghiên cứu, chúng tôi chỉ thu thập thông tin ban đầu từ nguồn quan trọng nhất đó là SGK. Phân tích SGK Hình học 10, chương III, §1 cho phép chúng tôi phân loại 6 kiểu nhiệm vụ T1; T2; T3; T4; T5; T6. Với kiểu nhiệm vụ T1, dựa vào những thông tin thu thập được, chúng tôi cho rằng tồn tại một HDDH liên quan đến kiểu nhiệm vụ này. Sau đây là những thông tin chi tiết về kiểu nhiệm vụ T1 và những yếu tố có liên quan:

Kiểu nhiệm vụ T1: Cho phương trình đường thẳng, tìm tọa độ điểm và vector pháp tuyến (chỉ phương) của đường thẳng.

Ví dụ 1 (Hoạt động 2, [3, tr. 71]): Hãy tìm một điểm có tọa độ xác định và một vector chỉ phương của đường thẳng có phương trình tham số:

$$\text{số: } \begin{cases} x = 5 - 6t \\ y = 2 + 8t \end{cases}$$

Giải

Do phương trình đường thẳng $\begin{cases} x = 5 - 6t \\ y = 2 + 8t \end{cases}$

có dạng $\begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases}$ nên điểm $M(5;2)$ thuộc

đường thẳng và vector chỉ phương là $\vec{u} = (-6;8)$.

Ví dụ 2 (Hoạt động 6, [3, tr. 74]): Hãy tìm tọa độ của vectơ chỉ phương của đường thẳng có phương trình: $3x + 4y + 5 = 0$.

Giải

Do phương trình đường thẳng $3x + 4y + 5 = 0$ có dạng $ax + by + c = 0$ nên vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (3; 4)$. Từ đó suy ra vectơ chỉ phương $\vec{u} = (-4; 3)$.

Kỹ thuật τ_1 tương ứng:

- Kiểm tra phương trình có đúng dạng hay chưa? Nếu chưa đúng thì đưa về đúng dạng.

- Từ phương trình đã đúng dạng suy ra tọa độ điểm và vectơ cần tìm.

Công nghệ θ_1 và lý thuyết Θ_1 :

- *Vectơ chỉ phương của đường thẳng*: Vectơ \vec{u} được gọi là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ nếu $\vec{u} \neq \vec{0}$ và giá của \vec{u} song song hoặc trùng với Δ .

- *Phương trình tham số của đường thẳng*: Trong mặt phẳng Oxy cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M_0(x_0; y_0)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (u_1; u_2)$ làm vectơ chỉ phương. Với mỗi điểm $M(x; y)$ bất kỳ trong mặt phẳng, ta có $\overline{M_0M} = (x - x_0; y - y_0)$. Khi đó $M \in \Delta \Leftrightarrow \overline{M_0M}$ cùng phương với vectơ $\vec{u} \Leftrightarrow \overline{M_0M} = t\vec{u}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x - x_0 = tu_1 \\ y - y_0 = tu_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases} \quad (1)$$

Hệ phương trình (1) được gọi là *phương trình tham số* của đường thẳng Δ , trong đó t là *tham số*.

- *Vectơ pháp tuyến của đường thẳng*: Vectơ \vec{n} được gọi là vectơ pháp tuyến của đường thẳng Δ nếu $\vec{n} \neq \vec{0}$ và \vec{n} vuông góc với vectơ chỉ phương của Δ .

- *Phương trình tổng quát của đường thẳng*: Phương trình $ax + by + c = 0$ với a và b không đồng thời bằng 0, được gọi là phương trình tổng quát của đường thẳng.

Nếu đường thẳng Δ có phương trình là $ax + by + c = 0$ thì Δ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = (a; b)$ và có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-b; a)$.

Đặc trưng của kiểu nhiệm vụ T1: Đa số đề bài thường cho các phương trình đã đúng dạng, HS dễ dàng xác định được các yếu tố cần tìm.

5.2. Dự đoán sự tồn tại quy tắc của HDDH

Những kết quả trên làm nảy sinh những câu hỏi về ảnh hưởng của những ràng buộc của SGK trên mối quan hệ của HS và GV đối với kiểu nhiệm vụ T1:

- Giáo viên ngầm ẩn tuân thủ các ràng buộc: luôn yêu cầu học sinh tìm tọa độ điểm và vectơ chỉ phương (vectơ pháp tuyến) chỉ từ các đường thẳng có phương trình dạng cơ bản hay không?

- Học sinh sẽ ứng xử như thế nào trước tình huống giải quyết kiểu nhiệm vụ T1? Cụ thể là khi tìm tọa độ điểm và vectơ chỉ phương (vectơ pháp tuyến) với đề bài là các phương trình đường thẳng chưa được cho đúng dạng cơ bản, học sinh sẽ giải quyết ra sao? Phải chăng học sinh chỉ quan tâm đến việc tìm câu trả lời cho yêu cầu bài toán mà không chú ý đến dạng cơ bản của đường thẳng?

Những ghi nhận trên cho phép chúng tôi dự đoán về sự tồn tại ngầm ẩn các quy tắc sau đây của HDDH gắn liền với kiểu nhiệm vụ T1:

Quy tắc GV: Giáo viên yêu cầu học sinh tìm tọa độ điểm và vectơ chỉ phương (vectơ pháp tuyến) của các đường thẳng có đặc trưng: Phương trình được cho đã có dạng cơ bản.

Quy tắc HS: Để tìm tọa độ điểm và vectơ chỉ phương (vectơ pháp tuyến) của các đường thẳng có phương trình khác các dạng cơ bản, học sinh chỉ đưa ra kết quả mà không chuyển phương trình về dạng cơ bản.

5.3. Thiết kế tình huống kiểm chứng HDDH

Tình huống kiểm chứng:

Bài toán: Tìm một vectơ pháp tuyến và một điểm mà đường thẳng đi qua có các phương trình sau:

$$a) \begin{cases} 2x = 10 - 12t \\ 2y = 1 + 3t \end{cases},$$

$$b) \frac{2x - 8}{4} = \frac{y - 3}{5}.$$

Phân tích tiền nghiệm: Những chiến lược và lời giải có thể dự đoán

Đối với câu a:

S1a: Áp dụng định nghĩa

Học sinh trực tiếp suy ra kết quả từ phương trình đã cho.

S2a: Đưa về phương trình tham số

Bước 1: Biến đổi phương trình ban đầu về

$$\text{dạng } \begin{cases} x = x_0 + tu_1 \\ y = y_0 + tu_2 \end{cases}$$

Bước 2: Từ phương trình tham số tìm được điểm thuộc đường thẳng và vectơ chỉ phương.

Bước 3: Từ vectơ chỉ phương suy ra vectơ pháp tuyến.

S3a: Tìm tọa độ hai điểm thuộc đường thẳng

S3a1: Tìm hai điểm thuộc đường thẳng bằng cách chọn giá trị x hoặc y .

Bước 1: Chọn giá trị x hoặc y thay vào một trong hai phương trình để tìm t .

Bước 2: Dùng phương pháp thế để có giá trị còn lại, suy ra được tọa độ điểm thứ nhất.

Bước 3: Làm tương tự để tìm thêm tọa độ điểm thứ hai.

Bước 4: Từ vectơ chỉ phương suy ra vectơ pháp tuyến từ 2 điểm vừa tìm được.

S3a2: Tìm hai điểm thuộc đường thẳng bằng cách chọn giá trị t .

Bước 1: Chọn giá trị t tìm tọa độ điểm thứ nhất.

Bước 2: Làm tương tự tìm được tọa độ điểm thứ hai.

Bước 3: Từ vectơ chỉ phương suy ra vectơ pháp tuyến từ 2 điểm vừa tìm được.

S4a: Biến đổi về phương trình tổng quát

Bước 1: Biến đổi PT (1) ta suy ra t .

Bước 2: Biến đổi PT (2) suy ra t .

Bước 3: Cho hai biểu thức t trên bằng nhau suy ra phương trình tổng quát, từ phương trình tổng quát suy ra điểm thuộc đường thẳng và vectơ pháp tuyến.

Đối với câu b:

S1b: Áp dụng định nghĩa

Học sinh trực tiếp suy ra kết quả từ phương trình đã cho.

S2b: Đưa về phương trình chính tắc

Bước 1: Biến đổi phương trình ban đầu về dạng chính tắc $\frac{x-x_0}{u_1} = \frac{y-y_0}{u_2}$.

Bước 2: Từ dạng chính tắc ta có điểm thuộc và vectơ chỉ phương, suy ra vectơ pháp tuyến.

S3b: Tìm hai điểm thuộc đường thẳng

Bước 1: Chọn giá trị x hoặc y thay vào phương trình, suy ra được tọa độ điểm thứ nhất.

Bước 2: Làm tương tự để tìm thêm tọa độ điểm thứ hai.

Bước 3: Tìm vectơ chỉ phương suy ra vectơ pháp tuyến qua hai điểm vừa tìm trên.

S4b: Đưa về phương trình tổng quát

Bước 1: Quy đồng, chuyển về đưa về phương trình tổng quát.

Bước 2: Từ phương trình tổng quát tìm được điểm thuộc và vectơ pháp tuyến.

5.4. Thực nghiệm và bình luận về kết quả thu được

Thực nghiệm được tổ chức cho 180 học sinh của hai trường: Trường Trung học phổ thông Phan Văn Trị (Cần Thơ) và Trường Trung học phổ thông Phan Ngọc Hiển (Bạc Liêu). Sau khi tiến hành thực nghiệm, chúng tôi thu được kết quả như sau:

Bảng 1. Thống kê chiến lược giải của học sinh

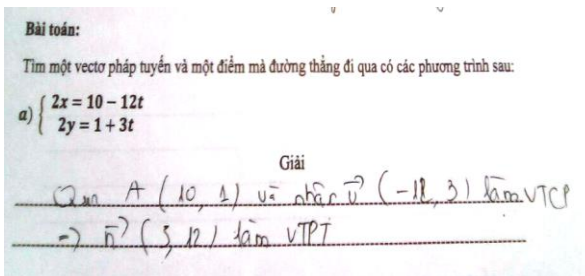
Số liệu \ Trả lời	S1a	S2a	S3a		S4a	S1b	S2b	S3b	S4b
			S3a1	S3a2					
Tổng số	94	70	0	1	2	90	10	0	44
Tỉ lệ	52,2%	38,9%	0%	0,55%	1,11%	50%	5,56%	0%	24,44%

Dựa vào kết quả ở Bảng 1 có thể nhận thấy rằng các chiến lược S3a1, S3a2, S4a, S2b và S3b có tỉ lệ rất thấp, hầu như đa số học sinh ít hoặc không lựa chọn các chiến lược này. Chứng tỏ học sinh chỉ tập trung vào áp dụng định nghĩa của phương trình đường thẳng để tìm tọa độ

điểm, vectơ chỉ phương (vectơ pháp tuyến) của đường thẳng.

Đồng thời, Bảng 1 cũng cho thấy các chiến lược S1a, S2a, S1b, S4b hoàn toàn chiếm ưu thế. Chiến lược S1a và S1b khẳng định sự tồn tại ngầm ẩn của HĐDH, do đó chúng tôi sẽ tập

trung vào phân tích hai chiến lược này. Ta nhận thấy chiến lược S1a chiếm 52,2% tức chiếm 94/180 học sinh và chiến lược S1b chiếm 50% tức chiếm 90/180 học sinh, tức là hầu hết học sinh nắm được định nghĩa nhưng chưa hiểu rõ định nghĩa, dẫn đến áp dụng một cách máy móc mà không quan tâm đến dạng đúng của phương trình đường thẳng. Hình 1 bên dưới minh họa bài giải của một học sinh đã sử dụng các chiến lược S1a (HS_{xxx} số thứ tự của HS được đánh dấu trên phiếu).



Hình 1. Lời giải sử dụng chiến lược S1a của HS001

Sau thực nghiệm, chúng tôi đã tiến hành thăm dò ý kiến của học sinh thông qua các câu hỏi đã được chuẩn bị trước. Đa số học sinh cho rằng các bài toán mà chúng tôi tiến hành thực nghiệm là không khó, nhưng dễ bị mắc sai lầm. Qua đây, kết quả càng làm rõ được nhận định ban đầu của chúng tôi là đúng. Bên dưới là các câu trả lời của một số học sinh:

Câu hỏi 1: Em đã gặp những dạng bài này ở đâu chưa?

HS069: Dạ em có gặp những dạng gần giống như những bài này.

HS109: Dạ em thấy bài này lạ em chưa được gặp.

Câu hỏi 2: Em thấy những bài này lạ ở chỗ nào?

HS069: Em thấy những bài này lạ ở chỗ trước x và y có hệ số.

HS109: Dạ em thấy bài này lạ ở chỗ câu a) có số 2 ở phía trước x và y , ở câu b) có số 2 ở phía trước x .

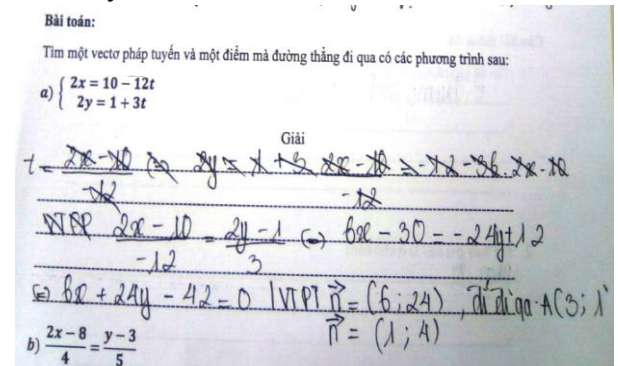
Câu hỏi 3: Những bài tập này có quá khó với các em không?

HS069: Dạ bài tập này không quá khó đối với em, nhưng lạ ở chỗ trước x và y có chứa hệ số, lúc đầu khi đọc đề khiến em rất hoang mang

nhưng nếu nhìn ra được và rút gọn đi thì bài này rất dễ.

HS109: Dạ bài tập này không quá khó đối với em, nhưng em không biết là làm đúng hay sai vì em không biết trước x và y có số 2 phải làm sao, em chỉ áp dụng cách mà thầy đã dạy để làm thôi.

Kết quả thực nghiệm khẳng định sự tồn tại của HĐDH đối với HS khi tìm hiểu về phương trình đường thẳng. Ngoài những chiến lược đã phân tích ở trên chúng tôi phát hiện thêm một số chiến lược nằm ngoài dự kiến, được học sinh chọn để giải quyết bài toán. Câu a) có 13/180 HS có chiến lược giải khác tức chiếm 7,22%, câu b) có 36/180 HS có chiến lược giải khác tức chiếm 20%. Điều này càng khẳng định tính thỏa đáng về sự tồn tại của HĐDH. Một minh họa cho chiến lược khác của HS được thể hiện dưới đây.



Hình 2. Bài giải của HS017

6. Kết luận

Kết quả phân tích cho thấy việc tiếp thu tri thức của học sinh phụ thuộc rất nhiều vào các tổ chức toán học không những có trong SGK mà còn do giáo viên cung cấp. Khi gặp những bài toán không quen thuộc, học sinh sẽ tỏ ra hoang mang và thường mắc sai lầm dẫn đến không giải quyết được vấn đề. Như vậy, điều cần thiết trong giảng dạy là giáo viên cần làm rõ bản chất của các đối tượng toán học cho học sinh nắm vững. Từ những kết quả nghiên cứu về sai lầm của học sinh khi tìm hiểu phương trình đường thẳng trong mặt phẳng, cho thấy khái niệm HĐDH có thể được sử dụng để nghiên cứu và đánh giá sai lầm của học sinh trong học tập môn Toán./.

Tài liệu tham khảo

- [1]. Annie Bessot, Claude Comiti, Lê Thị Hoài Châu, Lê Văn Tiến (2009), *Những yếu tố cơ bản của Didactic Toán*, NXB Đại học Quốc gia Thành phố Hồ Chí Minh.
- [2]. Trần Anh Dũng (2011), ““Hợp đồng dạy học”- một công cụ để nghiên cứu sai lầm của học sinh”, *Tạp chí khoa học Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, (Số 25), tr. 78-86.
- [3]. Trần Văn Hạo (Chủ biên) (2008), *Sách giáo khoa hình học 11*, NXB Giáo dục Việt Nam, Thành phố Hồ Chí Minh.
- [4]. Nguyễn Phú Lộc, Huỳnh Thanh Liêm (2015), “Tổ chức Toán học đối với khái niệm tích phân: Một nghiên cứu theo cách tiếp cận Didactic Toán”, *Tạp chí khoa học Trường Đại học Cần Thơ*, (Số 39), tr. 32-37.
- [5]. Nguyễn Phú Lộc (Chủ biên), Bùi Phương Uyên (2016), *Các xu hướng dạy học Toán*, NXB Đại học Cần Thơ.
- [6]. Đào Hồng Nam (2012), “Nghiên cứu sai lầm của người học từ cách tiếp cận của “Hợp đồng dạy học””, *Tạp chí khoa học Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, (Số 34), tr. 98-111.
- [7]. Dương Hữu Tòng (2012), “Dự đoán và giải thích nguyên nhân sai lầm của học sinh khi học chủ đề phân số dưới ngôn ngữ của Didactic Toán”, *Tạp chí khoa học Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, (Số 37), tr. 130-139.

**STUDENTS' ERRONEOUS EXPLANATION THROUGH “DIDACTIC CONTRACT”:
A CASE OF LEARNING THE PLANE-LINE EQUATION****Summary**

From the perspective of “didactic contract”, this paper presents a study of students' errors in learning the line equation. The results show that many students commit errors because they obey the didactic contract rules of the line equation.

Keywords: Errors, didactic contract, equation of a line.

Ngày nhận bài: 21/01/2018; Ngày nhận lại: 26/02/2018; Ngày duyệt đăng: 05/06/2018.