DÙNG MÁY TÍNH CẦM TAY CASIO FX 570 VNPLUS HỖ TRỢ GIẢI MỘT SỐ DẠNG BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM MÔN TOÁN NỘI DUNG GIẢI TÍCH

• Lê Trung Hiếu(*), Hoàng Công Hưng(**)

Tóm tắt

Chúng tôi giới thiệu và phát triển nâng cao một số giải thuật máy tính trên dòng máy Casio fx 570 VnPlus để giải một số dạng bài tập trắc nghiệm môn toán nội dung giải tích lớp 12. Khi đề cập mỗi dạng toán, chúng tôi nêu cơ sở toán học khi giải chúng theo cách tự luận thông thường và cách giải nhanh bằng máy tính cầm tay. Chúng tôi tổng quát thành các dạng chung có thể giải được bằng giải thuật đã nêu. Cuối cùng, chúng tôi đưa ra một số bài tập minh họa. Các giải thuật và dạng bài tập được nêu giúp giáo viên toán có cách ra đề kiểm tra, đề thi phù hợp, tránh các dạng toán đã có giải thuật máy tính tìm kết quả nhanh chóng mà học sinh không cần vận dụng kiến thức toán học để giải.

Từ khóa: Casio fx 570 VnPlus; giải thuật máy tính; toán trắc nghiệm.

1. Mở đầu

Từ năm 2017, Bộ Giáo dục và Đào tạo bắt đầu tổ chức thi theo hình thức trắc nghiệm khách quan đối với môn toán trong kì thi trung học phổ thông quốc gia. Đây là hình thức thi còn mới đối với học sinh và các giáo viên dạy toán. Về phương pháp làm bài thi trắc nghiệm môn toán, ngoài việc đảm bảo kiến thức rộng thì kĩ năng tính toán, suy luận, dự đoán kết quả phải thật nhanh chóng, chính xác thì thí sinh mới có thể hoàn thành bài làm trong thời gian yêu cầu và đạt điểm cao. Do vậy, đối với câu hỏi trắc nghiệm môn toán, ngoài kĩ thuật tính toán và suy luận trên giấy theo cách truyền thống như trước đây thì thí sinh cần phải am hiểu và vận dụng sáng tạo tối đa lợi thế của máy tính cầm tay (MTCT) trong giải toán. Trong thời gian qua, một số tác giả đã nghiên cứu và chỉ ra hiệu quả của việc sử dụng MTCT trong dạy học toán và khẳng định rằng hướng nghiên cứu ứng dụng MTCT trong dạy học cần được đẩy mạnh nhằm phát huy các lợi ích sư phạm của chúng mang lại ([8], [12]). Đặc biệt, sử dụng MTCT hỗ trợ giải toán càng có ý nghĩa trong giai đoạn hiện nay khi mà thi trung học phổ thông quốc gia môn toán theo hình thức trắc nghiệm được áp dụng trên toàn quốc.

Hiện tại, nhiều tài liệu về phương pháp giải bài tập toán trắc nghiệm đã được xuất bản nhưng phần lớn là giải bằng các phương pháp tư duy tự luận và chưa khai thác thế mạnh của việc sử dụng giải thuật MTCT hỗ trợ ([4], [5], [9], [10], [14]). Bên cạnh đó, một số kĩ thuật, thủ thuật vận dụng MTCT để giải nhanh một số dạng toán sơ cấp cũng đã được công bố ([6], [7], [11], [14]). Chẳng hạn, năm 2015, các tác giả Dũng và Việt [6] đã công bố một số phương pháp sử dụng MTCT trong giải toán phương trình, bất phương trình, hệ phương trình. Năm 2016, tác giả Thuận [11] đã công bố một số kĩ thuật mới trong giải toán bằng máy tính Casio *fx* 570 VnPlus. Tuy nhiên, các dạng toán trắc nghiệm là khá phong phú, đến nay vẫn còn nhiều vấn đề mở về việc vận dụng giải thuật MTCT trong giải toán trắc nghiệm chưa được khai thác một cách đầy đủ và hệ thống nhằm phục vụ tốt cho thí sinh và các giáo viên dạy toán.

Khi hình thức thi trắc nghiệm được áp dụng thì ngoài việc đảm bảo truyền tải kiến thức theo thường lệ, một yêu cầu cấp bách là đội ngũ giáo viên phải là đối tượng tiên phong trong việc nghiên cứu tìm hiểu ứng dụng hiệu quả MTCT trong giải toán trắc nghiệm. Tuy nhiên, với sự phát triển của giải thuật MTCT, hiện tại đã có một số dạng bài tập trắc nghiệm chỉ cần áp dụng giải thuật máy tính một cách máy móc, nhanh chóng mà không cần hiểu, vận dụng kiến thức toán học, khi đó việc kiểm tra đánh giá không còn nhiều ý nghĩa. Do đó, các bài tập toán trắc nghiệm được ra cần cố gắng hướng đến việc thí sinh phải vận dụng kiến thức đã học để biến đổi tìm đáp án, hạn chế tối đa việc sử dụng MTCT một cách máy móc mà không cần vận dụng kiến thức toán để giải. Như vậy, nếu không am hiểu

(*) Trường Đại học Đồng Tháp.
(**) Sinh viên, Trường Đại học Đồng Tháp.

về các giải thuật MTCT tốt thì giáo viên toán dễ dàng ra đề câu hỏi trắc nghiệm trong kiểm tra, thi cử rơi vào các dạng đã có giải thuật máy tính rất ngắn gọn làm lệch đi mục tiêu đánh giá học sinh, thay vì đánh giá kiến thức thì lại đánh giá kĩ năng bấm máy. Vì vậy, việc nghiên cứu các giải thuật máy tính trong bài báo này còn có ý nghĩa quan trọng góp phần nâng cao chất lượng dạy và học môn toán trung học phổ thông trong giai đoạn hiện nay.

2. Giải thuật máy tính hỗ trợ giải nhanh toán trắc nghiệm

Trong mục này chúng tôi giới thiệu và đưa ra một số giải thuật máy tính để giải nhanh một số dạng toán trắc nghiệm thuộc nội dung giải tích lớp 12. Mỗi dạng toán được trình bày lần lượt theo trình tự như sau: Một bài toán cụ thể; cách giải bằng tự luận thông thường; cách giải nhanh bằng máy tính (cho thấy ảnh hưởng của việc sử dụng MTCT); tổng quát bài toán cụ thể thành một dạng chung; giải thuật máy tính hỗ trợ giải dạng tổng quát; bài tập minh họa. Dòng máy tính minh họa là Casio *fx* 570 VnPlus, đến thời điểm hiện tại, đây là một trong các dòng máy tính có chức năng tốt trong số các MTCT được Bộ Giáo dục và Đào tạo cho phép thí sinh mang vào phòng thi năm 2018. Sau đây là một số dạng toán trắc nghiệm với giải thuật MTCT hỗ trợ giải.

Dạng 1 ([1, Câu 27]). Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=3-5\sin x$ và $f(0)=10$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x)=3x+5\cos x+5$

B. $f(x)=3x+5\cos x+2$

C. $f(x)=3x-5\cos x+2$

D. $f(x)=3x-5\cos x+5.$

• *Cách giải thông thường không dùng MTCT*:

Ta có $f(x)=\int(3-5\sin x)dx \;=3x+5\cos x+C.$ Điều này kết hợp với $f(0)=10$ ta tính được $C=5$. Vậy $f(x)=3x+5\cos x+5$. Chú ý, cách tính này sẽ càng mất nhiều thời gian nếu đề cho biểu thức $f'(x)$ càng phức tạp. Sau đây là cách giải đơn giản bằng MTCT.

• *Cách giải bằng MTCT*:

Kiểm tra đáp án A. Nhập vào màn hình $3x+5\cos x+5$, bấm CALC, *X* ? nhập 1 $\boxed{\equiv}\rightarrow A$ (lưu vào biến nhớ *A*). Lưu $\int_0^1(3-5\sin x)dx\rightarrow B.$ Bấm *A* -10-*B*, kết quả bằng 0, nên A là đáp án đúng.

Giải thích, giải thuật dựa trên công thức $\int_0^1 f'(x)dx=f(1)-f(0)=A-10.$ Do đó nếu hàm $f(x)$ là đáp án đúng thì $A-10=B.$ Các biểu thức tính toán còn lưu lại màn hình, do đó nếu đáp án A không đúng thì ta chỉ sửa nhanh lại biểu thức $f(x)$ khi thử đáp án khác. Cách giải dùng giải thuật MTCT hiệu quả khi biểu thức $f'(x)$ càng phức tạp.

• *Bài toán tổng quát:*

Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=g(x)$ và $f(a)=r\ \ (a,r\in\mathbb{R})$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x)=f_1(x)$

B. $f(x)=f_2(x)$

C. $f(x)=f_3(x)$

D. $f(x)=f_4(x).$

• *Phương pháp giải tổng quát:*

Sử dụng công thức

$$\int_a^b f'(x)dx=f(b)-f(a)=f(b)-r \ \ (1).$$

Bước 1: Kiểm tra đáp án A. Nhập $f_1(x)$, CALC, *X* ? $b\,\boxed{\equiv}\rightarrow A$ (*b* khác *a*).

Bước 2: Lưu $\int_a^b g(x)dx\rightarrow B.$

Bước 3: Áp dụng công thức (1). Bấm $A-b-B,$ nếu kết quả bằng 0 thì nhận đáp án A. Nếu kết quả khác 0 thì tiếp tục kiểm tra nhanh các đáp án còn lại một cách tương tự.

• *Ví dụ minh họa:*

Cho hàm số $f'(x)=(2x-1)e^{3x}$ và $f(0)=\dfrac{1}{9}.$ Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(x)=\dfrac{(2x+1)e^{3x}}{3}-\dfrac{2e^{3x}}{9}+C$

B. $f(x)=\dfrac{(2x-1)e^{3x}}{3}-\dfrac{2e^{3x}}{3}+C$

C. $f(x)=\dfrac{1}{3}(x^2-x)e^{3x}+C$

D. $f(x)=(x^2-x)e^{3x}+C.$

Đáp án: A.

Dạng 2. Cho hàm số $f(x)=(3x+2)^3$ có một nguyên hàm là $F(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ thỏa mãn $F(-2)=8.$ Tính giá trị biểu thức $a+b+c+d+e.$

A. 125/4 B. 135/4

C. 155/4 D. 157/4.

• *Cách giải thông thường không dùng MTCT:*

Khai triển $f(x)$ về dạng đa thức bậc 4 và áp dụng $f(x)=\int F(x)dx$ để tìm các hệ số $a,b,c,d.$ Tiếp theo, sử dụng $F(-2)=8$ để tìm $e.$ Từ đó, ta tính được $a+b+c+d+e=155/4.$ Bài toán này không khó nhưng mất nhiều thời gian và tính toán rất dễ sai sót. Sau đây là cách tính rất đơn giản bằng MTCT.

• *Cách giải bằng MTCT*:

Tính $\int_{-2}^{1}(3x+2)^3dx+8=155/4$ (thao tác không quá 30 giây).

Giải thích, vì $F(1)=a+b+c+d+e$ nên kết hợp công thức $F(1)-F(-2)=\int_{-2}^{1}(3x+2)^3dx$ ta có

$$a+b+c+d+e=F(1)=\int_{-2}^{1}(3x+2)^3dx+F(-2)$$

$$=\int_{-2}^{1}(3x+2)^3dx+8.$$

• *Bài toán tổng quát:*

Cho hàm số $f(x)=g(x)$ có nguyên hàm là $F(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+...+a_1x+a_0,$ thỏa mãn $F(e)=h$ $(e,h\in\mathbb{R}).$ Tính giá trị biểu thức $a_n+a_{n-1}+...+a_1+a_0.$

• *Phương pháp giải tổng quát:*

Nhập $\int_{e}^{1}g(x)dx+h$ $\boxed{=}$, ta được kết quả cần tìm.

Giải thích, ta có

$$a_n+a_{n-1}+...+a_1+a_0=F(1)=\int_{e}^{1}g(x)dx+F(e)=\int_{e}^{1}g(x)dx+h.$$

Chú ý, đối với dạng này, $a_n+a_{n-1}+...+a_1+a_0$ có thể thay đổi tổng quát hơn sao cho có thể tính biểu thức chứa $a_n,a_{n-1},...,a_1,a_0$ thông qua $F(x),$ chẳng hạn tính

$$8a_3+4a_2+2a_1+a_0=F(2),$$
$$-a_3+a_2-a_1+a_0=F(-1),\ldots$$

• *Ví dụ minh họa*: Cho hàm số $f(x)=(-x+1)^2$ có nguyên hàm là $F(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ thỏa mãn $F(3)=-10.$ Tính giá trị biểu thức $-a+b-c+d.$

A. 14/3 B. -14/3

C. -46/3 D. 46/3.

Đáp án: C.

Dạng 3. Biết rằng $\int_{1}^{5}\frac{3}{x^2+3x}dx=a\ln5+b\ln2,$ $(a,b\in\mathbb{Z}).$ Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a+2b=0$ B. $2a-b=0$

C. $a-b=0$ D. $a+b=0.$

• *Cách giải thông thường không dùng MTCT*:

Tính tích phân $\int_{1}^{5}\frac{3}{x^2+3x}dx$ bằng tự luận được kết quả chính xác $\ln5-\ln2,$ từ đó $a=1,\ b=-1,$ vậy đáp án đúng là D. Việc tính tích phân bằng thủ công như thế sẽ mất rất nhiều thời gian. Sau đây là giải thuật MTCT đơn giản.

• *Cách giải bằng MTCT*:

Cách 1: Lưu $\int_{1}^{5}\frac{3}{x^2+3x}dx\to A.$ Vì $a=\frac{A-b\ln2}{\ln5}$ nên ta xem *a* là hàm của biến *b*. Sử dụng MODE TABLE nhập $f(x)=\frac{A-x\ln2}{\ln5}$ với giá trị bắt đầu (**start**) là -9, giá trị kết thúc (**end**) là 9 và bước nhảy (**step**) là 1. Dò kết quả thấy $x=-1,\ f(x)=1$ là cặp giá trị nguyên. Do đó chọn đáp án D.

Cách 2: Lưu $\int_{1}^{5}\frac{3}{x^2+3x}dx\to A$ (máy tính không hiển thị được kết quả $\ln5-\ln2$). Thử đáp án A, giải hệ $\begin{cases}a\ln5+b\ln2=A\\a+2b=0\end{cases}$ được *a*, *b* không là số nguyên nên A không là đáp án đúng. Sửa nhanh các hệ số của phương trình thứ hai tương ứng với các đáp án B, C, D. Kết quả đúng là D vì giải hệ được $a=1, b=-1$ là các số nguyên.

• *Bài toán tổng quát:*

Biết rằng

$$\int_m^n f(x)dx = ak_1 + bk_2, (a,\ b\in\mathbb{R},\ k_1,\ k_2\in\mathbb{Z}).$$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $h_1a+h_2b=0$ B. $l_1a+l_2b=0$

C. $m_1a+m_2b=0$ D. $n_1a+n_2b=0.$

Phương pháp giải tổng quát:

Dùng giải thuật với MODE TABLE (như cách giải 2) hoặc giải thuật giải hệ phương trình (như cách giải 1) sau đây

Bước 1: $\int_m^n f(x)dx \to A.$

Bước 2: Kiểm tra đáp án A. Giải $\begin{cases} \mathrm{k}_1a+k_2b=A \\ h_1a+h_2b=0 \end{cases}$ nếu kết quả a, b nguyên thì chọn đáp án A, nếu không thì sửa nhanh hệ số trong phương trình thứ hai của hệ để thử các đáp án còn lại.

• *Ví dụ minh họa*:

Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}}(1+x)\cos 2x dx = \frac{1}{a}+\frac{\pi}{b}$ ($a,\ b$ là các số nguyên khác 0). Tính giá trị của $ab.$

A. 32 B. 2 \

C. 4 D. 12.

Đáp án: A.

Dạng 4 (Tham khảo và điều chỉnh trong [13, Câu 29]). Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-2}^{4} f(x)dx = 2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_{-1}^{2} f(2x)dx = 3$ B. $\int_{-1}^{2} f(2x)dx = 1$

C. $\int_{-1}^{2} f(x+1)dx = 3$ D. $\int_{-1}^{2} f(x+1)dx = 2.$

• *Cách giải thông thường không dùng MTCT:*

Đặt $x=2t,$ đổi cận và thực hiện tính toán ta được $\int_{-1}^{2} f(2t)dt = 1.$ Do đó ta chọn đáp án B.

Nhận xét, lợi thế của giải toán trắc nghiệm là có thể dùng phương pháp đặc biệt hóa để loại trừ kết quả. Sau đây là một giải thuật máy tính như vậy.

• *Cách giải bằng MTCT:*

Chọn $f(x)=1/3$ (là hàm liên tục và thỏa mãn $\int_{-2}^{4} f(x)dx = 2$). Bấm máy tính tích phân $\int_{-1}^{2} f(2t)dt = \int_{-1}^{2}\frac{1}{3}dt = 1.$ Chú ý, cách giải máy tính chỉ hiệu quả hơn cách giải thông thường khi biểu thức trong các đáp án phức tạp.

• *Bài toán tổng quát:*

Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_a^b f(x)dx = c, c\in\mathbb{R}, a\neq b,$ chọn mệnh đề đúng.

A. $\int_m^n f\left(u_1(x)\right)dx = e_1$ B. $\int_m^n f\left(u_2(x)\right)dx = e_2$

C. $\int_m^n f\left(u_3(x)\right)dx = e_3$ D. $\int_m^n f\left(u_4(x)\right)dx = e_4.$

• *Phương pháp giải tổng quát:*

Chọn $f(x)=\frac{c}{b-a}$ thỏa mãn $\int_a^b f(x)dx = c.$

Dùng MTCT tính $\int_n^m \frac{c}{b-a}dx$ và so sánh với các đáp án.

Dạng 5. Cho hàm số $y=\frac{\ln x}{x},\ x>0.$ Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2y'+xy''=-\frac{1}{x^2}$ B. $y'+xy''=\frac{1}{x^2}$

C. $y'+xy''=-\frac{1}{x^2}$ D. $2y'+xy''=\frac{1}{x^2}.$

• *Cách giải thông thường không dùng MTCT:*

Tính đạo hàm cấp một và đạo hàm cấp hai của hàm số $y=\frac{\ln x}{x}$ trên giấy, sau đó thay lần lượt vào các đẳng thức của các đáp án để chọn đáp án đúng. Cách giải này khá mất thời gian và dễ tính toán sai.

• *Cách giải bằng MTCT:*

Sử dụng công thức

$$f''(x_0) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f'(x_0 + \Delta x) - f'(x_0)}{\Delta x}.$$

Khi Δx đủ nhỏ ta có

$$f''(x_0) \approx \frac{f'(x_0 + \Delta x) - f'(x_0)}{\Delta x} \quad (1).$$

Giải thuật máy tính như sau

Lưu $\frac{d}{dx}\left(\frac{\ln x}{x}\right)\Big|_{x=2} \to A$ và $\frac{d}{dx}\left(\frac{\ln x}{x}\right)\Big|_{x=2+10^{-6}} \to B.$

Sử dụng công thức (1) tính đạo hàm cấp hai với giá trị $x_0 = 2$ và $\Delta x = 10^{-6}$ lưu vào C. Kiểm tra đáp án A với $x_0 = 2$, nhập $2A + 2C + \frac{1}{2^2}$ = ra kết quả 3.53×10^{-7} rất gần 0 nên đáp án A đúng.

Chú ý, vì tính xấp xỉ do đó các giải thuật liên quan đến đạo hàm cấp hai nên hạn chế dùng khi có từ 2 đáp án trở lên đều có sai số rất nhỏ (sẽ khó biết chọn đáp án nào).

• *Bài toán tổng quát:*

Cho hàm số $y = f(x)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f_1(x).y' + f_2(x).y'' = f_3(x)$

B. $g_1(x).y' + g_2(x).y'' = g_3(x)$

C. $h_1(x).y' + h_2(x).y'' = h_3$

D. $e_1(x).y' + e_2(x).y'' = e_3(x).$

• *Phương pháp giải tổng quát*:

Lưu $\frac{d}{dx}(f(x))\Big|_{x=x_0} \to A,$ $\frac{d}{dx}(f(x))\Big|_{x=x_0+10^{-6}} \to B$ và $\frac{B-A}{10^{-6}} \to C,$ với x_0 được chọn là một giá trị nào đó thuộc miền xác định của $f(x)$. Kiểm tra các đáp án A, B, C, D với $y'(x_0) = A, y''(x_0) = C.$

• *Ví dụ minh họa:*

Cho hàm số $y = e^{-x}\sin x,$ đặt $F = y'' + 2y'$ khẳng định nào sau đây đúng?

A. $F = -2y$ B. $F = y$

C. $F = -y$ D. $F = 2y.$

Đáp án: A.

Dạng 6 ([2, Câu 32]). Tìm giá trị của tham số m để hàm $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3$ đạt cực đại tại $x = 3.$

A. $m = 1$ B. $m = -1$

C. $m = 5$ D. $m = -7.$

• *Cách giải thông thường không dùng MTCT:*

Tính $y',$ cho $y' = 0$ giải phương trình tìm nghiệm $x,$ sau đó dùng bảng biến thiên xác định điểm cực đại x_{CD} (có chứa tham số *m*). Cho $x_{CD} = 3$ giải ra tìm *m.*

• *Cách giải bằng MTCT:*

*Cách 1***:** Thế giá trị m từ các đáp án vào $y,$ sau đó tính trực tiếp trên máy đạo hàm cấp một của y tại điểm $x = 3,$ với giá trị m nào ra kết quả bằng 0 thì tạm thời nhận. Sau đó, với mỗi m vừa tìm được ở trên, tính đạo hàm tại một điểm gần và nhỏ hơn 3 (chẳng hạn 2,99) và một điểm gần và lớn hơn 3 (chẳng hạn 3,02), nếu $x = 3$ là cực đại thì $f'(2{,}99) > 0$ và $f'(3{,}02) < 0.$ Khi đó nhận giá trị *m.*

Cách 2: Sử dụng TABLE. Kiểm tra đáp án A, thế $m = 1$ vào $f(x),$ nhập hàm $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - 4)x + 3,$ với **start** là -5, **end** là 5 và **step** là 1 (chọn khoảng chứa 3). Sau đó, kiểm tra sự tăng giảm của $f(x),$ nếu hàm số tăng tới $x = 3$ sau đó giảm thì $x = 3$ là điểm cực đại. Nếu không thỏa mãn thì kiểm tra các đáp án còn lại một cách tương tự.

Cách 3: Lần lượt thế giá trị m từ các đáp án vào $y,$ sau đó tính đạo hàm cấp một của y tại điểm $x = 3$ với giá trị m nào ra kết quả bằng 0 thì nhận. Tiếp theo, tính đạo hàm cấp hai tại giá trị $x = 3.$ Với giá trị m vừa tìm được, nếu kết quả ra giá trị âm thì nhận. Tuy nhiên, do đạo hàm cấp hai chỉ tính được xấp xỉ nên cần hạn chế dùng.

• *Bài toán tổng quát:* Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y = f(x)$ (hàm số $f(x)$ có chứa tham số m), đạt cực đại tại $x = a.$

A. $m = a_1$ B. $m = a_2$

C. $m = a_3$ D. $m = a_4.$

• *Phương pháp giải tổng quát:*

Bước 1: Lần lượt thế giá trị m từ các đáp án vào y, sau đó tính đạo hàm cấp một của y tại điểm $x=a$ với giá trị m nào ra kết quả bằng 0 thì tạm thời nhận.

Bước 2: Với mỗi m vừa tìm được ở trên, tính đạo hàm tại một điểm b gần và nhỏ hơn a và tại một điểm c gần và lớn hơn a, nếu $x=a$ là cực đại thì $f'(\text{b})>0$ và $f'(\text{c})<0$. Khi đó nhận giá trị m.

• *Ví dụ minh họa*: Tìm m để hàm số $y=x^3+mx^2-3(m+1)x+2m$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

A. $m=0$ B. $m=-1$
C. $m=1$ D. $m=2$.

Đáp án: A.

Dạng 7 ([3, Câu 6]). Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x+1}$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -3
B. Cực tiểu của hàm số bằng -6
C. Cực tiểu của hàm số bằng 2
D. Cực tiểu của hàm số bằng 1.

• *Cách giải thông thường không dùng MTCT*:

Ta có $y'=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$, cho $y'=0$ suy ra $x=-3 \vee x=1$. Xét dấu y', vẽ bảng biến thiên xác định điểm cực đại và điểm cực tiểu. Thay giá trị $x_{CT}=1$ vào hàm số y tìm được $y_{CT}=2$. Giá trị $y_{CT}=2$ chính là cực tiểu của hàm số. Vậy ta chọn đáp án C. Chú ý rằng nếu đề thi cho hàm y phức tạp hơn thì cách làm này khá mất thời gian.

• *Cách giải bằng MTCT:*

Thử nhanh đáp án A. Nhập $\dfrac{x^2+3}{x+1}=-3$, SHIFT SOLVE (máy báo vô nghiệm). Kiểm tra đáp án B nhanh bằng cách sửa lại phương trình $\dfrac{x^2+3}{x+1}=-6$, SHIFT SOLVE được nghiệm $x=-3$. Sử dụng TABLE nhập hàm $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x+1}$ với **start** là -9, **end** là 9 và **step** là 1 (chú ý, khoảng (-9,-9) chứa -3), quan sát thấy tại $x=-3$ hàm số tăng rồi giảm qua -3 nên không thỏa tính chất cực tiểu, loại đáp án B. Kiểm tra nhanh đáp án C một cách tương tự thấy thỏa tính chất của cực tiểu nên nhận đáp án C.

• *Bài toán tổng quát*:

Cho hàm số $y=g(x)$, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng a
B. Cực tiểu của hàm số bằng b
C. Cực tiểu của hàm số bằng c
D. Cực tiểu của hàm số bằng d.

• *Phương pháp giải tổng quát*:

Bước 1: Kiểm tra đáp án A. Nhập vào máy tính $f(x)=a$, bấm SHIFT SOLVE ⊟ để tìm các giá trị x_0.

Bước 2: Sử dụng TABLE nhập hàm $f(x)=g(x)$ với **start** là a, **end** là b và **step** là c $(x_0\in(a,b))$, sau đó kiểm tra sự tăng giảm của các giá trị $f(x)$, nếu $f(x)$ giảm tới một giá trị x_0 nào đó sau đó tăng lên thì x_0 chính là cực tiểu của hàm số. Nếu đáp án A không thỏa mãn thì kiểm tra các đáp án còn lại một cách tương tự.

Chú ý, giải thuật này hiệu quả khi hàm $g(x)$ phức tạp.

Dạng 8. Để hàm số $y=x^3+3mx^2-4mx+4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì

A. $0\le m\le \dfrac{4}{3}$ B. $-\dfrac{4}{3}\le m\le 0$
C. $0\le m\le \dfrac{3}{4}$ D. $-\dfrac{3}{4}\le m\le 0$.

• *Cách giải thông thường không dùng MTCT*:

Tính y' ta được tam thức bậc hai theo biến x. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'\ge 0, \forall x\in\mathbb{R}$. Khi đó ta có $a>0, \Delta\le 0$, giải tìm điều kiện của m. Chọn đáp án B.

• *Cách giải bằng MTCT:*

Kiểm tra đáp án A, chọn $m=1{,}2$ nằm trong khoảng $0\le m\le \dfrac{4}{3}$. Sử dụng TABLE, vì hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên hàm số phải đồng biến trên mọi khoảng, nên ta nhập hàm $y=x^3+3mx^2-4mx+4$ thế $m=1{,}2$, chọn **start** là -9, **end** là 9 và **step** là 1. Ta thấy hàm $f(x)$ tăng tới giá trị 23,8 sau đó giảm nên không chọn đáp án A. Thế nhanh giá trị m ở đáp án B, kết quả đúng là B vì với mọi giá trị của x tăng thì y luôn tăng.

• *Bài toán tổng quát:*

Tìm giá trị m để hàm $f(x)$ (có tham số m) đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $a_1 \le m \le b_1$ B. $a_2 < m < b_2$

C. $a_1 \le m \le b_3$ D. $a_2 < m < b_4$.

• *Phương pháp giải tổng quát:*

Bước 1: Kiểm tra đáp án A, chọn $m = c$ (thỏa điều kiện $a_1 \le m \le b_1$ và $c \notin (a_1; b_3)$).

Bước 2: Sử dụng TABLE, nhập hàm $f(x)$ với $m = c$, **start** là -9, **end** là 9 và **step** là 1. Quan sát nếu $f(x)$ tăng với mọi giá trị x thì chọn đáp án A. Nếu đáp án A không thỏa mãn thì kiểm tra các đáp án còn lại một cách tương tự.

• *Ví dụ minh họa*:

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m-1)x^2 + (2m-3)x - \frac{2}{3}$ đồng biến trên $(1; +\infty)$.

A. $m > 2$ B. $m \le 2$

C. $m < 1$ D. $m \ge 1$.

Đáp án: B.

Dạng 9. ([1, Câu 33]). Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-1}$ (m là tham số) thỏa mãn điều kiện $\min\limits_{x\in[2:4]} y = 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m < -1$ B. $3 < m \le 4$

C. $m > 4$ D. $1 \le m < 3$.

• *Cách giải thông thường không dùng MTCT:*

Tính $y' = \frac{-1-m}{(x-1)^2}$. Giải hai trường hợp: Trường hợp 1 với $m < -1$, hàm số đồng biến trên $[2;4]$ suy ra $\min\limits_{x\in[2:4]} y = \frac{2-m}{2-1} = 3 \Rightarrow m = 1$ (loại). Tương tự trường hợp 2 với $m > -1$, hàm số nghịch biến trên [2;4] suy ra $\min\limits_{x\in[2:4]} y = \frac{4-m}{4-1} = 3, m = 5$ thỏa. Vậy chọn đáp án C.

• *Cách giải bằng MTCT:*

Giả sử hàm số đồng biến trên [2;4] thì $x_{\min} = 2$, kết hợp với $y_{\min} = 3$ suy ra $m = 1$. Dùng TABLE nhập $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ với **start** là 2, **end** là 4 và **step** là 0,5. Quan sát $f(x)$ giảm liên tục (mâu thuẫn) nên đáp án D sai vì chứa $m = 1$. Giả sử hàm số nghịch biến trên [2;4] thì $x_{\min} = 4$, kết hợp với $y_{\min} = 3$ suy ra $m = 5$, tiếp tục dùng TABLE nhập hàm $f(x) = \frac{x+5}{x-1}$ với **start** là 2, **end** là 4 và **step** là 0,5. Quan sát thấy $f(x)$ giảm liên tục nên chọn đáp án C vì có chứa $m = 5$.

• *Bài toán tổng quát:*

Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x-a}$ (m là tham số) thỏa mãn $\min\limits_{x\in[c;d]} y = e$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m < b_1$ B. $b_1 \le m < b_2$

C. $b_2 \le m < b_3$ D. $m \ge b_3$.

• *Phương pháp giải tổng quát:*

Bước 1: Giả sử hàm số nghịch biến trên $[c;d]$, chọn $x = d, y = e$ thế vào y tìm được m.

Bước 2: Với m vừa tìm, sử dụng TABLE nhập hàm $f(x) = \frac{x+m}{x-a}$ với **start** là c, **end** là d và **step** là 0,5. Quan sát sự tăng giảm của $f(x)$ để kết luận. Nếu m không phù hợp thì giả sử hàm số đồng biến trên $[c;d]$ và thực hiện tương tự.

• *Ví dụ minh họa:*

Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min\limits_{x\in[1;2]} y + \max\limits_{x\in[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m \le 0$ B. $m > 4$

C. $0 < m \le 2$ D. $2 < m \le 4$.

Đáp án: B.

3. Kết luận

Chúng tôi giới thiệu và phát triển nâng cao một số giải thuật MTCT để giải nhanh một số dạng bài tập trắc nghiệm thuộc nội dung Giải tích lớp 12 thường gặp gần đây, đặc biệt trong đó có nhiều dạng thuộc đề thi thử hoặc thi chính thức của Bộ Giáo dục và Đào tạo. Kết quả đạt được trong bài báo có những ý nghĩa khoa học như sau:

(1) Giúp các giáo viên toán ra đề kiểm tra, thi trắc nghiệm biết và tránh được các dạng toán trắc nghiệm đã có giải thuật nhanh trên MTCT. Từ đó, giáo viên ra các dạng bài tập trắc nghiệm

hướng đến việc học sinh vận dụng kiến thức đã học để biến đổi tìm kết quả; góp phần hạn chế việc học sinh sử dụng giải thuật MTCT một cách máy móc mà bỏ qua kiến thức toán học.

(2) Giúp các em học sinh có cách giải nhanh và chính xác, tiết kiệm thời gian, góp phần đạt hiệu quả trong học tập và thi cử. Tuy nhiên, các em cần hiểu bản chất toán học trong từng giải thuật, tránh việc áp dụng giải thuật một cách máy móc như đã nêu trên.

(3) Cung cấp thêm một số cách giải hiệu quả và khác với tự luận thông thường hoặc là một số cách nhìn khác về giải toán trắc nghiệm có sự hỗ trợ của MTCT.

(4) Giúp sinh viên ngành toán, giáo viên dạy toán cập nhật kiến thức về vận dụng MTCT trong học tập, công việc giảng dạy được tốt hơn.

Bài báo được hỗ trợ bởi Trường Đại học Đồng Tháp với đề tài nghiên cứu khoa học sinh viên mã số SPD2017.02.39./.

Tài liệu tham khảo

[1]. Bộ Giáo dục và Đào tạo, *Đề thi THPTQG môn toán năm 2017*, mã đề 101.

[2]. Bộ Giáo dục và Đào tạo, *Đề thi THPTQG môn toán năm 2017*, mã đề 102.

[3]. Bộ Giáo dục và Đào tạo, *Đề thi thử nghiệm THPTQG môn toán năm 2017*, mã đề 01.

[4]. Bùi Ngọc Anh (2016), *450 bài tập trắc nghiệm đại số lượng giác có đáp án*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

[5]. Trần Công Diêu (2016), *Tiếp cận 11 chuyên đề trọng tâm giải nhanh trắc nghiệm toán*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

[6]. Đoàn Trí Dũng, Bùi Thế Việt (2015), *Phương pháp sử dụng máy tính Casio trong giải toán phương trình - bất phương trình, hệ phương trình*, NXB Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh.

[7]. Lê Trung Hiếu, Lê Văn Huy (2015), "Đề xuất một số giải thuật sử dụng phím CALC trong lập trình giải toán máy tính cầm tay", *Tạp chí Khoa học Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, 12 (78), tr. 126-137.

[8]. H. Pomerantz (1997), *The role of calculators in math education*, Texas Instruments.

[9]. Phạm Đức Tài (2016), *Bộ đề trắc nghiệm luyện thi trung học phổ thông quốc gia năm 2017 môn toán*, NXB Giáo dục Việt Nam.

[10]. Trần Đình Thi (2007), *Rèn kĩ năng giải toán trắc nghiệm 12*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

[11]. Thái Duy Thuận (2016), *Đột phá bằng Casio fx 570-Vn Plus môn toán*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

[12]. Lê Thái Bảo Thiên Trung (2011), "Vấn đề ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học toán và lợi ích của máy tính cầm tay", *Tạp chí khoa học Trường Đại học Sư phạm Thành phố Hồ Chí Minh*, 30 (64), tr. 51-58.

[13]. Trường ĐH Vinh, *Đề thi thử THPTQG môn toán năm 2017, lần 1*, mã đề 132.

[14]. Nguyễn Bá Tuấn (2016), *Phương pháp tư duy giải nhanh bài toán trắc nghiệm*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

USING CASIO FX 570 VNPLUS TO HELP SOLVE SOME FORMS OF MULTIPLE-CHOICE MATHEMATICAL ANALYSIS EXERCISES

Summary

We introduce and develop some new algorithms on the calculator Casio fx 570 VnPlus to solve some multiple-choice mathematical analysis exercises in grade 12. For each form of exercises, we present the background knowledge when solving them traditionally and quickly with calculator algorithms. Then, we generalize them to be general forms which can be solved by the above algorithms. Finally, we present some illustrative examples for the obtained results. The algorithms and exercises mentioned in the paper help mathematics teachers write valid tests, exams and avoid those with existing algorithms; thereby students need not use the mathematical knowledge to sove the exercises.

Keywords: Casio fx 570 VnPlus; calculator algorithms; multiple-choice mathematics.

Ngày nhận bài: 01/3/2018; Ngày nhận lại: 10/4/2018; Ngày nhận đăng: 28/5/2018.