

# KHAI THÁC BÀI TOÁN HÌNH HỌC KHÔNG GIAN TRONG DẠY HỌC TOÁN Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG THEO HƯỚNG BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC KHÁM PHÁ TRI THỨC MỚI CHO HỌC SINH

• Võ Xuân Mai<sup>(\*)</sup>

## Tóm tắt

*Trong bài viết này, chúng tôi đề cập đến quan điểm dạy học khám phá của Jerome Bruner và vận dụng một số ý tưởng đó vào việc tổ chức hoạt động khám phá tri thức toán học, từ đó khai thác bài toán hình học không gian ở trường phổ thông theo hướng bồi dưỡng năng lực khám phá tri thức mới cho học sinh.*

*Từ khóa: khai thác bài toán, năng lực khám phá tri thức mới, dạy học khám phá, hình học không gian.*

### 1. Đặt vấn đề

Dạy học khám phá được xuất phát từ lí thuyết hoạt động của A. N. Leonchiep và R. L. Rubinstien từ những năm 1940. Tuy nhiên, người có công nghiên cứu để áp dụng thành công phương pháp này vào thực tiễn dạy học là Jerome Bruner với tác phẩm nổi tiếng “Quá trình dạy học” (The process of education, 1960) trên cơ sở nghiên cứu và vận dụng lí thuyết phát sinh nhận thức của Jean Piaget. Hiện nay, dạy học khám phá đã được quan tâm và vận dụng vào quá trình dạy học toán ở trường trung học phổ thông. Phương pháp dạy học này nhằm khuyến khích học sinh (HS) tự tìm tòi kiến thức mới, rút ra những nguyên tắc cho bản thân từ những kinh nghiệm, kiến thức đã biết. Trong chương trình sách giáo khoa toán hiện hành, có nhiều nội dung có thể khai thác nhằm bồi dưỡng cho HS khả năng tìm tòi, khám phá tri thức mới. Vì vậy, chúng tôi nghiên cứu một số yếu tố chính trong quan điểm dạy học khám phá của Bruner, từ đó vận dụng những ý tưởng đó vào tổ chức hoạt động dạy học theo hướng bồi dưỡng năng lực khám phá tri thức toán học của HS qua việc khai thác các bài toán hình học không gian ở trường phổ thông.

### 2. Quan điểm dạy học khám phá của Jerome Bruner và vận dụng vào việc tổ chức hoạt động khám phá tri thức toán học của HS

#### 2.1. Quan điểm dạy học khám phá của Jerome Bruner

Theo [3, tr. 59], J. Bruner đề xuất mô hình dạy học được đặc trưng bởi bốn yếu tố chủ yếu:

cấu trúc tối ưu của nhận thức; hành động tìm tòi, khám phá của HS; cấu trúc của chương trình dạy học và bản chất của sự thưởng - phạt. Quan điểm dạy học khám phá của Bruner được đề cập đến bởi hai yếu tố trong mô hình dạy học này, đó là cấu trúc tối ưu của nhận thức; hành động tìm tòi, khám phá của HS. Bruner cho rằng, một cấu trúc nhận thức tối ưu cần có ba đặc tính quan trọng: tính tiết kiệm; khả năng sản sinh ra cái mới và sức mạnh của cấu trúc. Tính tiết kiệm là khả năng đơn giản hóa các thông tin khác nhau trong một lĩnh vực, giúp cho người học nhận ra được cái chung trong cái riêng, nhận ra sự vật này chỉ là phụ của một sự vật khác, nhận ra sự kiện này không giống tất cả các sự kiện khác. Còn khả năng sản sinh ra cái mới và sức mạnh của cấu trúc là khả năng tìm ra được sự kiện mới, hiểu biết sâu và rộng hơn những thông tin đã cho, khả năng vận dụng kiến thức đã học được vào việc giải quyết các tình huống riêng. Theo Bruner, có hai loại ứng dụng cấu trúc: chuyển di các mối liên tưởng, các kĩ năng đã tiếp thu được sang các liên tưởng, kĩ năng gần giống với nó và chuyển di các nguyên tắc, các thái độ đã có vào các tình huống khác nhau - loại chuyển di này chính là trọng tâm của quá trình dạy học, đó là sự mở rộng và đào sâu không ngừng kiến thức theo những ý tưởng, nguyên tắc tổng quát và cơ bản. Ứng với một cấu trúc nhận thức và khung chương trình, Bruner đề xuất một mô hình học tập tìm tòi khám phá như sau: trước hết HS là người tự lực, tích cực hành động tìm tòi, khám phá đối tượng học tập để hình thành cho mình các nguyên tắc, các ý tưởng cơ bản từ các tình huống học tập cụ thể. Trong học tập khám phá

<sup>(\*)</sup> Nghiên cứu sinh, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội.

cho phép HS đi qua ba giai đoạn, ba hình thức hành động học tập: hành động phân tích (thao tác và hành động trên các tài liệu đã có), hành động mô hình hóa (hành động trên các hình ảnh về chúng) và hành động kí hiệu hóa (rút ra được các khái niệm, các quy tắc chung từ những mô hình đó). Vì vậy, trong học tập khám phá, giáo viên (GV) cần cung cấp nhiều tình huống để HS có thể đặt câu hỏi, khám phá và thực nghiệm cho đến khi tìm ra được các nguyên tắc, các ý tưởng, các mối liên hệ cơ bản trong cấu trúc môn học. Cần tổ chức cho HS tiến hành các hành động học tập tương ứng với các hình thức biểu hiện của cấu trúc (hành động phân tích, hành động mô hình hóa, hành động kí hiệu hóa) theo phương pháp chung là suy luận quy nạp.

## **2.2. Vận dụng quan điểm dạy học khám phá của Jerome Bruner vào việc tổ chức hoạt động khám phá tri thức toán học của HS**

Theo [2, tr. 159], tác giả đã chỉ ra các yếu tố cơ bản của dạy học khám phá là:

- GV nghiên cứu nội dung bài học đến mức độ sâu cần thiết, tìm kiếm những yếu tố tạo ra tình huống, tạo cơ hội cho hoạt động khám phá, tìm tòi.

- Thiết kế các hoạt động của HS, trên cơ sở đó xác định các hoạt động chỉ đạo, tổ chức của GV.

- Khéo léo đặt người học vào vị trí của người khám phá (khám phá ra cái mới của bản thân), tổ chức và điều khiển cho quá trình này diễn ra một cách thuận lợi để từ đó người học xây dựng kiến thức cho bản thân.

Trong quá trình học tập tìm tòi khám phá, GV cần thiết kế những tình huống để HS khám phá tìm ra các nguyên tắc, các ý tưởng của tri thức mới trên các kiến thức đã có thông qua tổ chức cho HS tiến hành các hành động học tập tương ứng với các hình thức biểu hiện của cấu trúc: hành động phân tích, hành động mô hình hóa, hành động kí hiệu hóa với phương pháp chung là suy luận quy nạp để rút ra các nguyên tắc chung, tìm ra các sự kiện mới, hiểu sâu sắc và rộng hơn các thông tin đã cho. Việc phát hiện cái mới là kết quả của quá trình chuyển di các mối liên tưởng, các kĩ năng đã tiếp thu được sang các liên tưởng, kĩ năng gần giống với nó; chuyển di các nguyên tắc, các thái độ đã có vào các tình huống khác nhau; nhận ra được cái chung trong cái riêng, nhận ra sự vật này chỉ là phụ của một

sự vật khác, nhận ra sự kiện này không giống tất cả các sự kiện khác. Quá trình phát hiện tìm tòi cái mới kéo theo sự phát triển trí tuệ của HS, quá trình này gắn liền với việc hình thành các sơ đồ nhận thức mới.

## **3. Khai thác các bài toán hình học không gian ở trường phổ thông theo hướng bồi dưỡng năng lực khám phá tri thức mới cho HS**

### **3.1. Năng lực khám phá tri thức mới**

Năng lực là một vấn đề khá trừu tượng của tâm lí học, khái niệm năng lực được nhiều nhà nghiên cứu về Tâm lí học và Giáo dục học trên thế giới cũng như Việt Nam quan tâm; năng lực được hiểu như sự thành thạo, khả năng thực hiện của cá nhân đối với một công việc, năng lực mang tính cá nhân hóa, có thể được hình thành và phát triển thông qua đào tạo, bồi dưỡng và tự trải nghiệm qua thực tiễn. Như vậy, năng lực là hệ thống những thuộc tính của cá nhân con người (kiến thức, kĩ năng, kinh nghiệm và nghệ thuật cũng như thái độ), phù hợp với yêu cầu của hoạt động và đảm bảo cho hoạt động đó đạt kết quả cao. Theo Từ điển tiếng Việt, khám phá là tìm ra cái mới, cái còn ẩn giấu. Theo [2, tr. 159-160], sự khám phá là hành động phát hiện sau một quá trình tìm kiếm sẽ thấy được một sự vật bị che giấu hay chưa được thấy. Khám phá là quá trình hoạt động và tư duy, có thể bao gồm quan sát, phân tích, nhận định, nêu giả thuyết, suy luận... nhằm đưa ra những tính chất, quy luật... trong các sự vật, hiện tượng và mối liên hệ giữa chúng.

Từ những phân tích trên, chúng tôi cho rằng “*năng lực khám phá tri thức mới là năng lực hoạt động của người học nhằm tìm ra, phát hiện ra được tri thức mới cho bản thân với những tình huống nhận thức khác nhau trong quá trình học tập*”.

### **3.2. Khai thác các bài toán hình học không gian ở trường phổ thông theo hướng bồi dưỡng năng lực khám phá cho HS**

Trên cơ sở phân tích trên, chúng tôi khai thác các bài toán hình học không gian trong Hình học 11 ở trường phổ thông nhằm bồi dưỡng năng lực khám phá tri thức mới cho HS. Theo chúng tôi, các thành tố của năng lực khám phá tri thức mới gồm có: Năng lực chuyển di các mối liên tưởng, các kĩ năng đã tiếp thu được sang các liên tưởng, kĩ năng gần giống với nó, năng lực chuyển di các nguyên tắc, các thái độ đã có vào

các tình huống khác nhau, năng lực mô hình hóa các lớp đối tượng toán học theo một số quan hệ và tính chất chung của chúng và năng lực thể hiện quan điểm biện chứng của tư duy toán học trong khám phá tri thức mới.

3.2.1. Năng lực chuyển di các mối liên tưởng, các kỹ năng đã tiếp thu được sang các liên tưởng, kỹ năng gần giống với nó

Theo trường phái tiếp cận của Thuyết liên tưởng trong Tâm lí học, vấn đề liên tưởng trong tư duy có bốn loại: liên tưởng giống nhau, liên tưởng tương phản, liên tưởng gần nhau về không gian và thời gian, liên tưởng nhân quả. Năng lực này được xem xét trên quan điểm đó, ở đây GV có thể bồi dưỡng cho HS chuyển di liên tưởng giữa các yếu tố tương tự của các đối tượng trong mặt phẳng và đối tượng gần giống với nó trong không gian, từ đó hình thành tri thức mới trên cơ sở những tri thức đã có.

**Ví dụ 1.** HS có những kiến thức đã biết như “Cho tam giác ABC vuông tại A, đường cao

AH. Ta có các tính chất: i)  $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$ ,

ii)  $BC^2 = AB^2 + AC^2$  (Định lí Pytago), iii)  $\cos^2 B + \cos^2 C = 1$ ”.

HS tiến hành phân tích, chuyển di liên tưởng sang các liên tưởng, kỹ năng gần giống với nó. Nếu ta xem xét đối tượng tương tự với tam giác vuông trong mặt phẳng là tứ diện vuông trong không gian, khi đó ta có thể phát biểu được kết quả tương tự như thế nào? Từ đó, xét bài tập 17 [4, tr. 103]: “Cho hình tứ diện OABC có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc. Chứng minh rằng

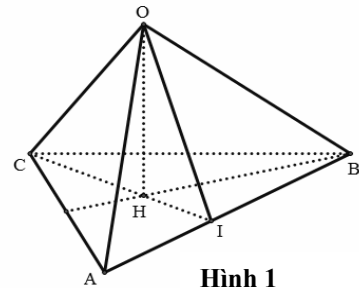
a) Tam giác ABC có ba góc nhọn.

b) Hình chiếu H của điểm O trên (ABC) trùng với trực tâm tam giác ABC.

c)  $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ ”.

Như vậy việc giải bài toán này, HS có thể khám phá được tính chất i) tương tự trong tứ diện vuông. Ta tiếp tục khai thác hai tính chất còn lại qua bài tập 5 [4, tr. 120]: “Cho hình tứ diện OABC có ba cạnh OA, OB, OC đôi một vuông góc và  $OA = a, OB = b, OC = c$ . Gọi hình chiếu

H của điểm O trên (ABC). Tính diện tích các tam giác HAB, HBC và HCA”. Giải bài toán này như sau (Hình 1).



Hình 1

Ta có  $S_{HAB} = S_{OAB} \cos \alpha$ , trong đó  $\alpha$  là góc giữa hai mặt phẳng (OAB) và (HAB).

$$OI = \frac{ab}{\sqrt{a^2 + b^2}} \Rightarrow CI = \sqrt{OI^2 + OC^2} = \sqrt{\frac{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}{a^2 + b^2}}$$

$$\Rightarrow \cos \alpha = \frac{ab}{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}$$

$$\text{Do đó } S_{HAB} = S_{OAB} \cos \alpha = \frac{a^2b^2}{2\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}$$

Tương tự ta có :

$$S_{HBC} = S_{OBC} \cos \beta = \frac{b^2c^2}{2\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}$$

$$S_{HCA} = S_{OCA} \cos \gamma = \frac{a^2c^2}{2\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}$$

Qua kết quả của bài toán này, GV cho HS nêu nhận xét về các tính chất trong tứ diện vuông:

*Nhận xét thứ 1:*

$$S_{ABC} = S_{HAB} + S_{HBC} + S_{HCA} = \frac{1}{2} \sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}$$

Từ đó ta có đẳng thức  $S_{ABC}^2 = S_{OAB}^2 + S_{OBC}^2 + S_{OCA}^2$ , được gọi là định lí Pytago trong tứ diện vuông, tức là bình phương diện tích mặt huyền bằng tổng bình phương diện tích các mặt vuông.

*Nhận xét thứ 2:*

$$\cos \alpha = \frac{ab}{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}$$

Tương tự ta có:

$$\cos\beta = \frac{bc}{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}},$$

$$\cos\gamma = \frac{ac}{\sqrt{a^2b^2 + b^2c^2 + c^2a^2}}.$$

Do đó  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ . Như vậy ta

có tính chất gần giống với  $\cos^2 B + \cos^2 C = 1$  trong tam giác vuông  $ABC$  là  $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$ , tức tổng bình phương cosin của các góc giữa mặt vuông và mặt huyền bằng 1. Như vậy, khai thác hai bài toán trên, HS khám phá được tri thức mới như bảng sau:

**Bảng 1. Tính chất tương tự giữa tam giác vuông và tứ diện vuông**

Tam giác $ABC$ vuông tại $A$ , $AH \perp BC$	Tứ diện $OABC$ vuông tại đỉnh $O$ , $OH \perp (ABC)$
i) $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2}$	i) $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$
ii) Định lí Pytago: $BC^2 = AB^2 + AC^2$	ii) Định lí Pytago: $S_{ABC}^2 = S_{OAB}^2 + S_{OBC}^2 + S_{OAC}^2$
iii) $\cos^2 B + \cos^2 C = 1$	iii) $\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma = 1$

Qua ví dụ trên bằng hoạt động chuyển di các mối liên tưởng, kĩ năng đã tiếp thu được sang các liên tưởng, kĩ năng gần giống với nó, HS khám phá được tri thức mới về các tính chất trên

tứ diện vuông. Ngoài ra, GV cũng có thể tạo tình huống cho HS khám phá tri thức mới qua thao tác tương tự như bảng sau:

**Bảng 2. Yếu tố tương tự giữa tam giác và tứ diện**

Tam giác trong mặt phẳng	Tứ diện trong không gian
Tâm đường tròn nội tiếp tam giác (tồn tại điểm cách đều các cạnh của tam giác)	Tâm mặt cầu nội tiếp tứ diện (tồn tại điểm cách đều các mặt của tứ diện)
Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác (tồn tại điểm cách đều các đỉnh của tam giác)	Tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện (tồn tại điểm cách đều các đỉnh của tứ diện)
Trục tâm tam giác (các đường cao của tam giác đồng quy)	Các đường cao của tứ diện không đồng quy (các đường cao của tứ diện đồng quy chỉ khi đó là tứ diện trục tâm ([4, tr. 103])
Trọng tâm của tam giác (các đường trung tuyến của tam giác đồng quy)	Trọng tâm của tứ diện (các đường trọng tuyến của tứ diện đồng quy) [4, tr. 55]

**3.2.2. Năng lực chuyển di các nguyên tắc, thái độ đã có vào các tình huống khác nhau**

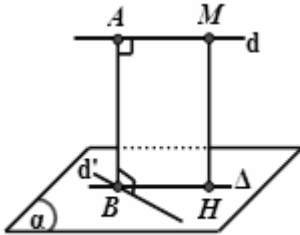
Về cơ bản, năng lực chuyển di này không phải là học các kĩ năng cụ thể mà là học một ý tưởng tổng quát, những vấn đề cụ thể chỉ là những trường hợp đặc thù của nguyên tắc tổng quát đã học. Theo Bruner, loại chuyển di này chính là trọng tâm của quá trình dạy học, đó là sự mở rộng và đào sâu không ngừng kiến thức theo những ý tưởng, nguyên tắc tổng quát và cơ bản.

**Ví dụ 2.** Khi nghiên cứu một số nội dung Hình học 11, chúng tôi thấy rằng nội dung khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

trong bài “Khoảng cách” [4, tr. 112], đề cập đến bài toán về sự tồn tại và duy nhất đường thẳng cắt và vuông góc hai đường thẳng chéo nhau cho trước, từ đó dẫn đến khái niệm về đường vuông góc chung, đoạn vuông góc chung và khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau, sau đó rút ra nhận xét về mối liên hệ giữa các khoảng cách đã có trong bài cùng ví dụ minh họa. Tuy nhiên, đây là nội dung khó đối với HS, đặc biệt là khi HS cần biết vận dụng vào tính khoảng cách trong tình huống cụ thể. Vì thế, GV có thể khai thác thêm từ bài toán về sự tồn tại và duy nhất đường thẳng cắt và vuông góc hai đường thẳng chéo

nhau cho trước xây dựng cho HS quy trình xác định đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau, giúp HS bước đầu hình thành và vận dụng khoảng cách vào bài toán cụ thể. Ta có thể xây dựng được các cách dựng tùy vào đối tượng HS như sau:

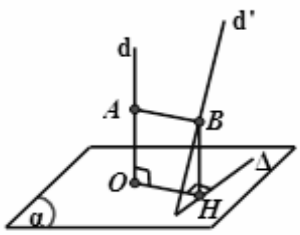
Cách dựng 1 (Hình 2)



Hình 2

- Dựng mặt phẳng  $(\alpha)$  chứa  $d'$  và song song với  $d$ .
- Chọn  $M$  trên  $d$ , dựng  $MH \perp (\alpha)$  tại  $H$ .
- Từ  $H$ , dựng đường thẳng  $\Delta$  song song  $d$ , cắt  $d'$  tại  $B$ .
- Từ  $B$ , dựng đường thẳng song song với  $MH$  cắt  $d$  tại  $A$ .
- Vậy,  $AB = d(d, d') = MH = d(d, (\alpha)) = d(M(\alpha))$ .

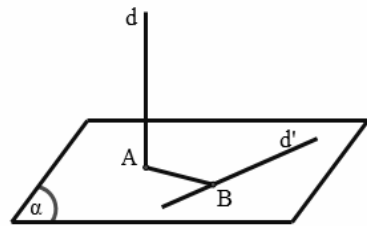
Cách dựng 2 (Hình 3)



Hình 3

- Dựng mặt phẳng  $(\alpha)$  vuông góc với  $A$  tại  $O$ .
- Dựng hình chiếu vuông góc  $(\Delta)$  của  $d'$  trên  $(\alpha)$ .
- Dựng hình chiếu vuông góc  $H$  của  $O$  trên  $(\Delta)$ .
- Từ  $H$ , dựng đường thẳng song song với  $d$  cắt  $d'$  tại  $B$ .
- Từ  $B$ , dựng đường thẳng song song với  $OH$  cắt  $d$  tại  $A$ .
- Vậy  $AB = d(d, d') = OH$ .

Cách dựng 3 (Trường hợp đặc biệt  $d \perp d'$ ) (Hình 4)



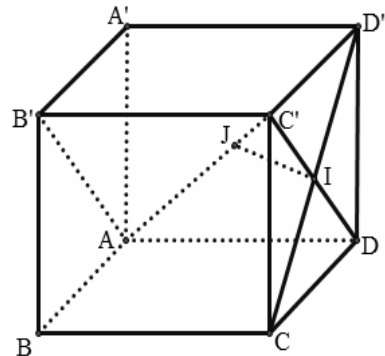
Hình 4

- Dựng  $(\alpha)$  chứa  $d$  và vuông góc với  $d'$ .
- Gọi  $A = (\alpha) \cap d$ , kẻ  $AB \perp d'$ ,  $B \in d'$ .
- Vậy  $AB = d(d, d')$ .

Thực hiện chuyển di các nguyên tắc, các thái độ đã có vào tình huống, GV yêu cầu HS vận dụng nguyên tắc vào bài tập 32 [4, tr. 117]

“Cho hình hộp chữ nhật  $ABCD.A'B'C'D'$  có  $AB = AA' = a, AC' = 2a$ . Tìm đường vuông góc chung và tính khoảng cách giữa hai đường thẳng  $AC'$  và  $CD'$ ”.

HS cần xem xét vận dụng nguyên tắc đã có vào bài toán này, nhận thấy rằng  $CD' \perp (AB'C'D) \Rightarrow CD' \perp AC'$  (vận dụng cách dựng 3) (Hình 5).



Hình 5

Ta có  $CD' \perp (AB'C'D) \supset AC'$ , gọi  $I$  là tâm hình vuông  $CC'D'D$  ta có  $I = CD' \cap (AB'C'D)$ .

Kẻ  $IJ \perp AC', J \in AC'$ . Khi đó  $IJ$  chính là đường vuông góc chung của đường thẳng  $AC'$  và  $CD'$ . Tính độ dài đoạn  $IJ$ :

$\Delta AC'D$  có  $AC' = 2a, AD = C'D = a\sqrt{2}$   
 nên  $\cos \widehat{AC'D} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ . Trong  $\Delta IJC'$  ta có  
 $IJ = C'I \cdot \cos \widehat{AC'D} = \frac{a}{2}$ .

**3.3.3. Năng lực mô hình hóa các lớp đối tượng toán học theo một số quan hệ và tính chất chung của chúng**

Mô hình hóa các lớp đối tượng quan hệ là phương pháp chủ yếu của toán học để nhận thức các lớp đối tượng và quan hệ đó. Để thu được các mô hình (sử dụng ngôn ngữ, kí hiệu toán để mô tả các lớp đối tượng) đòi hỏi người học phải tiến hành các thao tác như mô tả, so sánh, phân tích, tổng hợp, khái quát hóa, trừu tượng hóa... từ đó rút ra được các tính chất chung từ các lớp đối tượng để dẫn đến các khái niệm, kiến thức mới.

**Ví dụ 3.** Theo tác giả Đào Tam [5, tr. 41], để hình thành khái niệm hình hộp theo quan điểm của lí thuyết tập hợp, ta có thể tiến hành thực hiện các thao tác sau:

- Mô tả, phân tích, so sánh các dạng hình hộp đã được biết trong thực tiễn (hình lập phương, hình hộp chữ nhật, hình hộp bất kì).

- Tổng hợp rút ra tính chất chung: mọi hình hộp được xác định bởi đại diện ba phương đôi một chéo nhau.

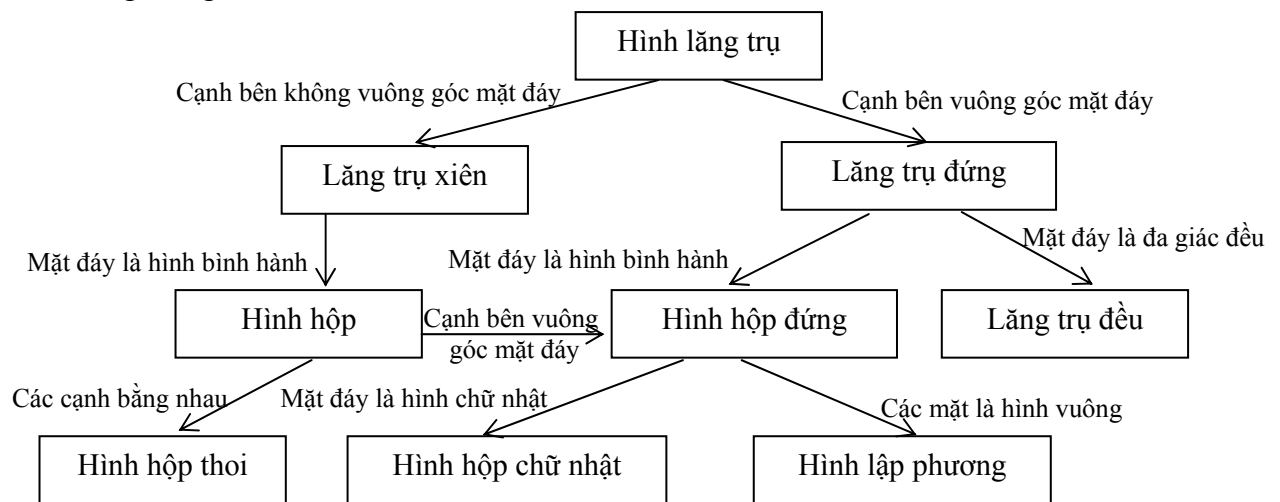
- Liên tưởng đến các kiến thức: tồn tại cặp mặt phẳng song song duy nhất lần lượt chứa hai đường thẳng chéo nhau.

- Hình thành định nghĩa hình hộp: Cho ba đường thẳng đôi một chéo nhau  $a, b, c$  không lần lượt nằm trên ba mặt phẳng song song. Gọi  $D_{(a,b)}$  là miền không gian giữa hai mặt phẳng song song lần lượt chứa hai đường thẳng chéo nhau  $a, b$  và kể cả hai mặt phẳng đó. Như vậy, giao của ba miền không gian  $D_{(a,b)}, D_{(b,c)}, D_{(a,c)}$  là một hình hộp.

- Qua các thao tác trên, ta thấy các lớp đối tượng (hình lập phương, hình hộp chữ nhật, hình hộp bất kì) đã được mô hình hóa, như vậy tùy vào vị trí tương đối của các đường thẳng chéo nhau ban đầu, ta có thể xây dựng được hình hộp ngoại tiếp nó. Chẳng hạn, xét bài tập 26 [4, tr. 112] “Hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  là hình hộp gì nếu thỏa mãn một trong các điều kiện sau:

- a) Tứ diện  $AB'CD'$  có các cạnh đối bằng nhau;
  - b) Tứ diện  $AB'CD'$  có các cạnh đối vuông góc nhau;
  - c) Tứ diện  $AB'CD'$  là tứ diện đều”.
- Dựa vào khái niệm hình hộp xây dựng ở trên, HS có thể khám phá được hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  ngoại tiếp tứ diện  $AB'CD'$  có các cạnh đối bằng nhau là hình hộp chữ nhật; hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  ngoại tiếp tứ diện  $AB'CD'$  có các cạnh đối vuông góc là hình hộp thoi; hình hộp  $ABCD.A'B'C'D'$  ngoại tiếp tứ diện đều  $AB'CD'$  là hình lập phương.

**3.3.4. Năng lực thể hiện quan điểm biện chứng của tư duy toán học trong khám phá tri thức mới**



**Hình 6.** Sơ đồ thể hiện tính chất chung - riêng của các khái niệm hình lăng trụ

Năng lực thể hiện theo quan điểm biện chứng gồm quan hệ giữa các cặp phạm trù: nội dung và hình thức, cụ thể và trừu tượng, cái chung và cái riêng... Ở đây, chúng tôi phân tích cặp phạm trù cái chung và cái riêng trong việc dạy học khám phá tri thức mới. Năng lực này thể hiện ở việc nhìn nhận được cái chung trong nhiều cái riêng, hay cái riêng trong nhiều cái chung, sự vật này chỉ là bộ phận của sự vật khác. Chẳng hạn, có thể thiết lập mối quan hệ giữa các khái niệm hình lăng trụ, hình hộp, hình hộp chữ nhật, hình lập phương bằng cách nhận ra tính

chất chung, tính chất riêng của chúng như biểu diễn trên sơ đồ.

#### 4. Kết luận

Bài viết đã khai thác một vài nội dung hình học không gian trong chương trình toán phổ thông nhằm bồi dưỡng năng lực khám phá tri thức mới cho HS, hi vọng rằng việc rèn luyện năng lực này được GV quan tâm thực hiện trong quá trình giảng dạy một cách thích hợp giúp cho HS tự khám phá tri thức và chiếm lĩnh tri thức trong học tập, góp phần nâng cao hiệu quả dạy học đáp ứng theo định hướng dạy học phát triển năng lực người học.

#### Tài liệu tham khảo

[1]. Võ Xuân Mai (2016), “Sử dụng liên tưởng trong quá trình khám phá tri thức mới cho học sinh qua dạy học hình học”, *Tạp chí Giáo dục*, (số 382), Kì 2 - Tháng 05/2016.

[2]. Bùi Văn Nghị (2009), *Vận dụng lí luận vào thực tiễn dạy học môn toán ở trường phổ thông*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

[3]. Phan Trọng Ngọ (2005), *Dạy học và phương pháp dạy học trong nhà trường*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

[4]. Đoàn Quỳnh, Văn Như Cương (2009), *Hình học 11 Nâng cao*, NXB Giáo dục, Hà Nội.

[5]. Đào Tam (chủ biên), Lê Hiền Dương (2008), *Tiếp cận các phương pháp dạy học không truyền thống trong dạy học toán ở trường đại học và trường phổ thông*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.

### EXPLOITING SPATIAL GEOMETRY PROBLEM IN TEACHING MATHEMATICS IN HIGH SCHOOL TOWARD FOSTERING STUDENTS' COMPETENCE OF DISCOVERING NEW KNOWLEDGE

#### Summary

In this article, we present Jerome Bruner's view of discovery teaching and apply some ideas of his view in organizing activities to discover mathematical knowledge; thereby, we exploit spatial geometry problems in high schools toward fostering students' competence of discovering new knowledge.

Keywords: exploit geometry problem, competency of discovering new knowledge, discovery teaching, spatial geometry.

Ngày nhận bài: 22/9/2016; Ngày nhận lại: 16/11/2016; Ngày duyệt đăng: 10/02/2017.