RÈN LUYỆN TƯ DUY PHÊ PHÁN CHO HỌC SINH QUA DẠY HỌC CHỦ ĐỀ NHỊ THỨC NEWTON (CHUYÊN ĐỀ DẠY HỌC TOÁN 10)

Võ Xuân Mai[1] **và Lê Ngọc Vũ**[2*]

[1]*Khoa Sư phạm Toán - Tin, Trường Sư phạm, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam*

[2]*Học viên cao học, Trường Đại học Đồng Tháp, Việt Nam*

[*]*Tác giả liên hệ: Lê Ngọc Vũ, Email: ngocvunbk@gmail.com*

Lịch sử bài báo

Ngày nhận: 01/6/2023; Ngày nhận chỉnh sửa: 11/7/2023; Ngày duyệt đăng: 14/8/2023

Tóm tắt

Tư duy phê phán là một trong những loại hình tư duy cần hình thành và phát triển cho học sinh trong quá trình dạy học nói chung và dạy học môn Toán nói riêng ở trường trung học phổ thông. Bởi vì, tư duy phê phán giúp học sinh có tính hoài nghi khoa học, có khả năng phán đoán, đánh giá và giải quyết vấn đề một cách linh hoạt để nhận thức tri thức toán học sâu sắc hơn. Trong bài viết này, chúng tôi xác định một số biểu hiện tư duy phê phán của học sinh trong dạy học toán, từ đó đề xuất các biện pháp sư phạm rèn luyện tư duy phê phán cho học sinh qua dạy học chủ đề Nhị thức Newton.

Từ khóa: *Biện pháp sư phạm, dạy học toán, học sinh, nhị thức Newton, tư duy phê phán.*

DOI: https://doi.org/10.52714/dthu.13.4.2024.1256

Trích dẫn: Võ, X. M., & Lê, N. V. (2023). Rèn luyện tư duy phê phán cho học sinh qua dạy học chủ đề Nhị thức Newton (Chuyên đề dạy học Toán 10). *Tạp chí Khoa học Đại học Đồng Tháp, 13*(4), 10-20. https://doi.org/10.52714/dthu.13.4.2024.1256.

TRAINING STUDENTS' CRITICAL THINKING THROUGH TEACHING NEWTON'S GENERALIZED BINOMIAL THEOREM IN HIGH SCHOOL

Vo Xuan Mai[1] and Le Ngoc Vu[2*]

[1]*Faculty of Mathematics - Information Teacher Education, School of Education, Dong Thap University, Cao Lanh 870000, Vietnam*

[2]*Postgraduate, Dong Thap University, Cao Lanh 870000, Vietnam*

[*]*Corresponding author: Le Ngoc Vu, Email: ngocvunbk@gmail.com*

Article history

Received: 01/6/2023; Received in revised form: 11/7/2023; Accepted: 14/8/2023

Abstract

Critical thinking is one type of thinking that needs to be formed and developed for students, especially in teaching high-school mathematics because it helps students to have scientific skepticism, judge, evaluate and solve problems flexibly; thus, they realize deeper mathematical knowledge. This article identifies some expressions of students' critical thinking in teaching mathematics, thereby proposing pedagogical measures to train students' critical thinking through teaching Newton's binomial theorem.

Keywords: *Critical thinking, measure, Newton's binomial, students, teaching mathematics*.

1. Đặt vấn đề

Chương trình Giáo dục Phổ thông năm 2018 nhấn mạnh dạy học theo định hướng phát triển năng lực, phẩm chất và tư duy của người học. Đặc biệt, sự cần thiết phát triển cho học sinh (HS) những kỹ năng của tư duy bậc cao như phân tích, tổng hợp, đánh giá và sáng tạo, trong đó tư duy phê phán (TDPP) với đặc trưng là đánh giá có căn cứ giữ vai trò kiểm định kết quả phân tích, tổng hợp đồng thời thúc đẩy quá trình sáng tạo. TDPP là tư duy có suy xét, phân tích, đánh giá và tìm hiểu thông tin với thái độ hoài nghi tích cực, những điều đó giúp HS chủ động sáng tạo hơn trong việc học. TDPP cũng được xem là một hình thức tư duy bậc cao, là sự suy nghĩ, phản ánh có kiểm soát, có ý thức, nhưng cũng phân biệt với các quá trình nhận thức bậc thấp như: tri giác, chú ý và trí nhớ. Do đó, TDPP cần được chú trọng rèn luyện cho HS ở trường phổ thông góp phần đáp ứng mục tiêu đổi mới theo dạy học phát triển năng lực người học hiện này. Trong bối cảnh đổi mới, việc chuyển đổi sách giáo khoa môn Toán lớp 10 đã nảy sinh trong công tác giảng dạy những thay đổi về nội dung, mục tiêu và thời lượng giảng dạy trong đó có chuyên đề học tập, cụ thể là chủ đề nhị thức Newton. Chuyên đề học tập được xây dựng dựa trên mục tiêu cung cấp thêm một số kiến thức và kỹ năng toán học nhằm đáp ứng nhu cầu phân hóa sâu, giúp HS hiểu thêm vai trò và những ứng dụng của Toán học trong đời sống và giúp HS có khả năng tự học suốt đời, điều đó tạo cơ hội cho HS rèn luyện TDPP qua chủ đề này. Trên cơ sở nghiên cứu về TDPP và các biểu hiện của TDPP, bài viết đề xuất một số biện pháp rèn luyện TDPP cho HS thông qua chủ đề Nhị thức Newton (Chuyên đề học tập Toán 10).

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Quan niệm về tư duy phê phán

TDPP trong tiếng Anh được viết là "critical thinking" (cũng có nghĩa là tư duy phản biện) được quan tâm nghiên cứu với nhiều quan niệm khác nhau. Quan niệm về TDPP của một số tác giả nước ngoài như: Ennis (1985) cho rằng TDPP là "*suy nghĩ có suy xét và hợp lý tập trung vào việc quyết định nên tin hay làm gì*"; Lipman (1988) nhấn mạnh TDPP là tư duy khéo léo, có trách nhiệm tạo điều kiện cho sự phán xét tốt vì nó dựa trên các tiêu chí, tự điều chỉnh và nhạy cảm với ngữ cảnh; còn tác giả Willingham (2007) định nghĩa TDPP là nhìn nhận cả hai mặt của một vấn đề, sẵn sàng đón nhận những bằng chứng mới bác bỏ ý kiến của bạn, lý luận một cách vô tư, yêu cầu những tuyên bố phải được chứng minh bằng chứng, suy luận và đưa ra kết luận từ những sự kiện có sẵn, giải quyết vấn đề. Trong một số nghiên cứu khác cũng cho rằng TDPP là cách tiếp cận và giải quyết vấn đề dựa vào sự tranh luận có tính thuyết phục, logic và hợp lí, trong đó bao gồm cả việc chứng minh, đánh giá, lựa chọn các câu trả lời đúng cho một nhiệm vụ nhất định hay từ chối các giải pháp thay thế khác (Florea, 2015). Trong nước, Phan (2008) đã nghiên cứu và nhận định "*TDPP là tư duy có suy xét, cân nhắc, đánh giá và liên hệ mọi khía cạnh của các nguồn thông tin với thái độ hoài nghi tích cực, dựa trên những tiêu chuẩn nhất định để tìm ra những thông tin phù hợp nhất nhằm giải quyết các vấn đề đặt ra";* còn nghiên cứu của Lê và Nguyễn (2015) chỉ ra rằng: "*TDPP là kiểu tư duy trong đó chủ thể tư duy dựa trên bằng chứng kinh nghiệm, niềm tin suy xét, cân nhắc, đánh giá và liên hệ mọi khía cạnh của các nguồn thông tin nhằm giải quyết vấn đề, tiên đoán những khả năng phát triển và mở rộng vấn đề*".

Tuy có nhiều quan điểm khác nhau về TDPP nhưng có đặc điểm chung là tư duy có sự suy xét, đánh giá. Chúng tôi thống nhất với quan niệm của Chu (2016) về TDPP như sau: *TDPP là quá trình vận dụng tích cực trí tuệ vào việc phân tích, tổng hợp, đánh giá sự việc xu hướng, ý tưởng, giả thuyết từ sự quan sát, kinh nghiệm, chứng cứ, thông tin và lí lẽ nhằm mục đích xác định đúng - sai, tốt - xấu, hay - dở, hợp lí - không hợp lí, nên - không nên, và rút ra quyết định, cách ứng xử của mỗi cá nhân*. Bởi vì trong khái niệm TDPP này, tác giả đã cụ thể quá trình tư duy vận dụng tích cực vào việc phân tích, tổng hợp, đánh giá sự việc, ý tưởng từ sự quan sát, kinh nghiệm, bằng chứng và thông tin lý lẽ nhằm đưa ra nhận định về sự việc hay cách giải quyết một vấn đề một cách tường minh không phiến diện.

2.2. Một số đặc trưng của tư duy phê phán

Những năm gần đây đã có nhiều công trình nghiên cứu về TDPP và những đặc trưng của TDPP. Các nhà nghiên cứu như Paul & cs. (1990) đã tạo ra một danh sách 35 khía cạnh của TDPP và xem TDPP như một thói quen tinh thần mà thúc đẩy sự phản ánh, nó cho phép một người phát triển khả năng phân tích, phê bình, ủng hộ ý tưởng và đưa ra kết luận. Theo Wade, TDPP có 8 đặc trưng bao gồm: "*Đặt câu hỏi; xác định một vấn đề; khảo* *sát chứng cứ; phân tích các giả định và các định kiến; tránh lập luận cảm tính; tránh đơn giản hóa thái quá; suy xét các diễn giải và chấp nhận sự hàm hồ*" (Dẫn theo Chu, 2016). Theo Qing (2013), TDPP gồm các thành phần chính sau: (1) Quan sát, xem xét các thông tin trong bối cảnh cụ thể; (2) Đánh giá tính logic và tính có giá trị của một tranh luận; (3) Công nhận các giả định dựa trên những cơ sở nhất định; (4) Sử dụng ngôn ngữ rõ ràng, chính xác. Một trong những tác giả nổi tiếng nhất về xây dựng và phát triển TDPP, Ennis (1993) xác định 13 đặc điểm của người có TDPP có xu hướng: (1) cởi mở; (2) giữ quan điểm (hoặc thay đổi quan điểm) khi chứng cứ yêu cầu; (3) xem xét toàn bộ tình hình; (4) tìm kiếm thông tin; (5) tìm kiếm sự chính xác trong thông tin; (6) xử lý các phần của tổng thể phức tạp theo thứ tự; (7) tìm các lựa chọn khác; (8) tìm các lý do; (9) tìm kiếm sự khẳng định rõ ràng của vấn đề; (10) giữ trong đầu vấn đề cơ bản; (11) sử dụng các nguồn có uy tín; (12) phù hợp với đặc điểm đang xem xét; (13) nhạy cảm với những tình cảm và trình độ kiến thức của người khác.

Theo Đào và Nguyễn (2014), những đặc trưng cơ bản của TDPP là: Nhận ra và xác định bản chất của vấn đề; Quyết định các quá trình cần giải quyết vấn đề; Sắp xếp trình tự các quá trình thành một chiến lược tối ưu; Quyết định thể hiện thông tin như thế nào; Suy diễn các mối quan hệ giữa các giả thiết; Lập bản đồ thể hiện các mối quan hệ giữa các giả thiết đã nêu ra; Ứng dụng các giả thiết vào tình huống mới; Phản ứng một cách có hiệu quả đối với các nhiệm vụ và các tình huống mới; Điều chỉnh có hiệu quả cho phù hợp với vấn đề cần giải quyết; Lựa chọn cách giải quyết vấn đề cho phù hợp với khả năng và hứng thú của mỗi cá nhân.

Dựa trên các nghiên cứu về dấu hiệu của TDPP, chúng tôi tổng hợp TDPP của mỗi cá nhân có các đặc trưng sau: (1) Suy xét cẩn thận, cân nhắc hợp lý các tiền đề và mối quan hệ với kết quả khi tìm hiểu một vấn đề hoặc thực hiện một nhiệm vụ; (2) Đề xuất được câu hỏi và vấn đề quan trọng khi cần thiết, diễn đạt chúng một cách rõ ràng và chính xác; (3) Xem xét các thông tin khác nhau và cân nhắc chúng một cách thận trọng với thái độ hoài nghi tích cực, chế biến thông tin đã có thành các thông tin mới để đánh giá tính chính xác hợp lí của cách phát hiện vấn đề, cách giải quyết vấn đề; (4) Đánh giá được các quan điểm và sẵn sàng tranh luận, xác định được các tiêu chí đánh giá khác nhau và vận dụng chúng để đánh giá tính tối ưu của các ý tưởng, các giải pháp giải quyết vấn đề, chỉ thực hiện đánh giá khi mà tất cả các thông tin đã được thu thập một cách đầy đủ và cân nhắc kĩ lưỡng; (5) Loại bỏ được những thông tin sai lệch và không có liên quan, liên hệ một cách có hiệu quả với những cách giải quyết khác cho những vấn đề phức tạp; (6) Điều chỉnh được ý kiến và các hoạt động khi những sự việc mới được tìm ra.

2.3. Biểu hiện tư duy phê phán của học sinh thông qua học chủ đề nhị thức Newton

Nhị thức Newton là nội dung HS được học ở chương trình cơ bản trong sách giáo khoa Toán 10 nhưng chỉ dừng lại ở khai triển đa thức bậc 5, theo Chương trình Giáo dục phổ thông môn Toán năm 2018, yêu cầu cần đạt của chuyên đề học tập này là HS khai triển được nhị thức Newton trong trường hợp tổng quát và hệ số trong khai triển được xác định bằng cách dùng tam giác Pascal hoặc vận dụng tổ hợp, xác định được các hệ số trong nhị thức Newton thông qua tam giác Pascal, xác định được hệ số của x^k trong khai triển $(ax+b)^n$ thành đa thức, từ đó ứng dụng của việc khai triển nhị thức được trình bày phong phú thông qua nhiều dạng bài tập.

Trên cơ sở nghiên cứu lí luận về khái niệm, đặc trưng của TDPP và nội dung, yêu cầu cần đạt của chủ đề Nhị thức Newton (Chuyên đề học tập Toán 10), chúng tôi đề xuất một số biểu hiện TDPP của HS trong quá trình học chủ đề này như sau:

- HS suy xét, cân nhắc được các mối liên hệ trong chủ đề Nhị thức Newton khi tìm hiểu vấn đề hoặc khi thực hiện nhiệm vụ.

- HS đặt được những câu hỏi có ý nghĩa đối với vấn đề toán học được đặt ra liên quan đến kiến thức chủ đề Nhị thức Newton.

- HS tìm kiếm và làm rõ được các căn cứ của từng lập luận khi giải quyết vấn đề, đánh giá được tính hợp lí của cách giải quyết vấn đề liên quan đến chủ đề Nhị thức Newton.

- HS tìm tòi và đề xuất được các hướng giải khác nhau của cùng một bài toán, đánh giá và đưa ra được phương án tối ưu trong chủ đề Nhị thức Newton.

- HS nhìn nhận, kiểm tra lại lời giải nhận ra những thiếu sót, sai lầm và sửa chữa được những sai lầm trong lập luận của lời giải toán về chủ đề Nhị thức Newton.

2.4. Thực trạng nhận thức của học sinh về tư duy phê phán trong học tập môn Toán ở trường trung học phổ thông

Chúng tôi tiến hành khảo sát ngẫu nhiên 184 HS lớp 10 trường THPT tại thành phố Vĩnh Long, tỉnh Vĩnh Long (gồm 105 HS các lớp không chuyên Toán của trường THPT chuyên Nguyễn Bỉnh Khiêm và 79 HS trường THPT Lưu Văn Liệt) về thực trạng rèn luyện TDPP thông qua dạy học môn Toán và những khó khăn mà các em gặp phải trong quá trình học chủ đề Nhị thức Newton. Bảng khảo sát gồm 13 câu hỏi có các câu trả lời đánh giá với 4 mức độ (Không bao giờ, Thỉnh thoảng, Thường xuyên, Rất thường xuyên) xoay quanh nhận thức của người học về TDPP, mức độ tiếp cận các hoạt động dạy học theo hướng rèn luyện TDPP, những biểu hiện của TDPP của HS và những khó khăn, sai lầm mà HS thường gặp khi học chủ đề Nhị thức Newton.

Kết quả khảo sát cho thấy có 52/184 (28,3%) HS chưa bao giờ thực hiện thuyết trình và 90/184 (48,9%) HS thỉnh thoảng có thuyết trình và trả lời các câu hỏi phản biện. Có 81/184 (44%) HS chưa bao giờ hoặc thỉnh thoảng mới giải một bài toán bằng nhiều cách và so sánh tính tối ưu của các cách giải. Với chủ đề Nhị thức Newton HS hay nhầm lẫn khái niệm về hệ số và số hạng và khi giải xong bài toán HS không nhận ra và sửa chữa được sai lầm mắc phải. Qua khảo sát, chúng tôi nhận thấy HS còn hạn chế trong các hoạt động thuyết trình có phản biện, nhìn nhận vấn đề ở các góc độ khác nhau, phát hiện và khắc phục được những sai lầm mắc phải. Trên cơ sở lý luận và thực tiễn trong dạy học chủ đề Nhị thức Newton chúng tôi đề xuất một số biện pháp rèn luyện TDPP cho HS như sau.

2.5. Biện pháp sư phạm rèn luyện tư duy phê phán cho học sinh qua dạy học chủ đề nhị thức Newton - Chuyên đề học tập Toán 10

2.5.1. Rèn luyện cho học sinh cách phản hồi, đặt câu hỏi trong quá trình suy xét, tìm kiếm những căn cứ của từng lập luận khi giải quyết vấn đề về nhị thức Newton

a. Mục đích của biện pháp

Biện pháp giúp HS cách phản hồi, đặt câu hỏi cho bản thân, cho người khác và suy xét để trả lời được câu hỏi khi lập luận, giải quyết vấn đề, sử dụng được các phương pháp lập luận, quy nạp và suy diễn để hiểu được những cách thức khác nhau trong việc giải quyết vấn đề. Biện pháp cũng góp phần làm sáng tỏ và giải quyết những thắc mắc, những hoài nghi về các khả năng có thể xảy ra đối với một giả thuyết.

b. Cách thức thực hiện biện pháp

Bước 1. GV tạo tình huống dạy học gợi vấn đề, hướng dẫn HS cách đặt câu hỏi phát hiện, nhận ra vấn đề cần giải quyết hoặc nhiệm vụ cần thực hiện.

Bước 2. GV hướng dẫn HS đặt câu hỏi phân tích vấn đề cần giải quyết nhằm tìm ra cách thức giải quyết vấn đề hoặc nhiệm vụ cần thực hiện, hướng dẫn HS chỉ ra các bước lập luận, các căn cứ để giải quyết vấn đề.

Bước 3. GV hướng dẫn HS đặt câu hỏi đánh giá cách thức giải quyết vấn đề, khai thác và đào sâu kiến thức, tri thức phương pháp qua tình huống.

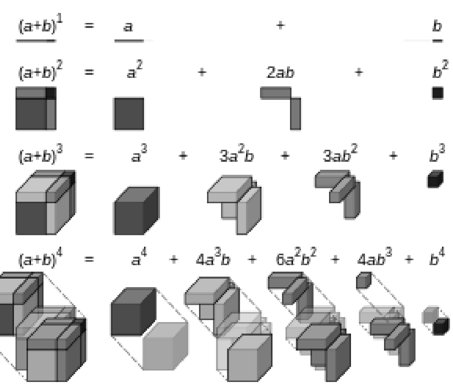
Trong tiến trình thực hiện các bước, GV cần chú trọng rèn luyện cho HS cách phản hồi những vấn đề chưa hiểu hoặc hiểu chưa rõ, đặt câu hỏi bắt đầu bằng các từ để hỏi như: Làm gì?, Cái gì?, Tại sao?, Như thế nào?, Làm thế nào?; giải thích và giải quyết được các vấn đề đơn giản, khó; diễn đạt được các nội dung, ý tưởng theo cách hiểu của mình.

c. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1. Dạy học nhị thức Newton

Bước 1. GV tạo tình huống dạy học gợi vấn đề, hướng dẫn HS cách đặt câu hỏi phát hiện, nhận ra vấn đề cần giải quyết hoặc nhiệm vụ cần thực hiện. GV yêu cầu HS khai triển các hằng đẳng thức đã biết $(a+b)$, $(a+b)^2$, $(a+b)^3$.

GV định hướng cho HS nhìn nhận vấn đề theo nhiều khía cạnh, cụ thể là nhìn nhận vấn đề đại số thông qua góc nhìn hình học. Yêu cầu HS giải thích, lập luận về cách hiểu của mình về cách biểu diễn hình học cho các hằng đẳng thức quen thuộc.



Hình 1. Hình ảnh trực quan mô tả khai triển nhị thức Newton với n = 1, 2, 3, 4.

HS tự đặt câu hỏi trong trường hợp $n \geq 5$ khai triển của $(a+b)^n$ như thế nào, HS nhận ra vấn đề cần tìm công thức khai triển $(a+b)^n$ với n là số nguyên dương bất kỳ.

Từ các trường hợp cụ thể, GV yêu cầu HS đặt các câu hỏi làm rõ khai triển $(a+b)^n$ và trả lời các câu hỏi đó vào bảng câu hỏi.

Bảng 1. Dự kiến câu hỏi và câu trả lời của học sinh ở bước 1

Câu hỏi	Câu trả lời
+ Khai triển có bao nhiêu hạng tử?	+ Khai triển có $n+1$ hạng tử.
+ Số mũ của a từ trái sang phải như thế nào?	+ Số mũ của a giảm dần.
+ Số mũ của b từ trái sang phải như thế nào?	+ Số mũ của b tăng dần.
+ Số mũ của a và b ở mỗi hạng tử có mối liên hệ gì?	+ Tổng số mũ của a và b ở mỗi hạng tử luôn bằng n.
+ Hệ số mỗi hạng tử được tính theo quy luật nào?	

Câu hỏi về hệ số của mỗi hạng tử, HS chưa trả lời được, vấn đề cần giải quyết chuyển sang tìm hệ số của mỗi hạng tử.

Bước 2. GV hướng dẫn HS đặt câu hỏi phân tích vấn đề cần giải quyết nhằm tìm ra cách thức giải quyết vấn đề hoặc nhiệm vụ cần thực hiện, hướng dẫn HS chỉ ra các bước lập luận, các căn cứ để giải quyết vấn đề.

GV yêu cầu HS viết lại tam giác Pascal dưới dạng số tổ hợp của tập hợp, từ đó dự đoán công thức khai triển $(a+b)^n$ với n là số nguyên dương bất kỳ.

HS dự đoán $\boldsymbol{(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \ldots + C_n^k a^{n-k} b^k + \ldots + C_n^n b^n}$.

GV yêu cầu HS đặt các câu hỏi và trả lời các câu hỏi để tìm ra phương thức chứng minh đẳng thức trên và làm rõ căn cứ cho từng lập luận vào bảng câu hỏi.

Bảng 2. Dự kiến câu hỏi và câu trả lời của học sinh ở bước 2

Câu hỏi	Câu trả lời
+ Điều cần chứng minh là gì?	+ Với n là số nguyên dương bất kỳ, ta có $(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \ldots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n$.
+ Có các phương pháp chứng minh mệnh đề nào?	+ Chứng minh trực tiếp, chứng minh phản chứng, chứng minh quy nạp.
+ Sử dụng phương pháp chứng minh nào? Vì sao?	+ Phương pháp chứng minh quy nạp toán học, vì phát biểu mệnh đề cần chứng minh đúng với mọi số nguyên dương n.
+ Bước cơ sở, kiểm tra với n bằng bao nhiêu?	+ Với $n=1$, $(a+b)^1 = a+b = C_1^0 a + C_1^1 b$.
+ Giả thiết quy nạp là gì?	+ Với $n = m (m \in \mathbb{N}^*)$ ta có $(a+b)^m = C_m^0 a^m + C_m^1 a^{m-1} b + \ldots + C_m^{m-1} a b^{m-1} + C_m^m b^m$
+ Cần chứng minh điều gì?	+ Cần chứng minh $(a+b)^{m+1} = C_{m+1}^0 a^{m+1} + C_{m+1}^1 a^m b + \ldots + C_{m+1}^m a b^m + C_{m+1}^{m+1} b^{m+1}$
+ Căn cứ nào để từ giả thiết quy nạp ta có điều cần chứng minh là đúng?	+ Các căn cứ $(a+b)^m = C_m^0 a^m + C_m^1 a^{m-1} b + \ldots + C_m^{m-1} a b^{m-1} + C_m^m b^m$ $(a+b)^{m+1} = (a+b)^m (a+b)$; $C_m^k + C_m^{k+1} = C_{m+1}^{k+1}$; $C_m^0 = 1 = C_{m+1}^0$; $C_m^m = 1 = C_{m+1}^{m+1}$.

Với các câu trả lời, GV yêu cầu HS chứng minh công thức khai triển.

Bước 3. GV hướng dẫn HS đặt câu hỏi đánh giá cách thức giải quyết vấn đề, khai thác và đào sâu kiến thức, tri thức phương pháp qua tình huống.

GV yêu cầu HS đặt các câu hỏi và trả lời các câu hỏi tìm đường lối giải bài toán khai triển nhị thức sau bằng hai cách (sử dụng tam giác Pascal và công thức khai triển nhị thức Newton). Từ đó đánh giá tính tối ưu của hai phương pháp trên.

Bài toán: Xét khai triển $(2+x)^n$

a) Hãy viết khai triển nhị thức trên thành đa thức khi $n=6$?

b) Hãy tìm hệ số của x^{1000} khai triển $(2+x)^n$ khi $n=2023$?

Bảng 3. Dự kiến câu hỏi và câu trả lời của học sinh ở bước 3

Câu hỏi	Câu trả lời
+ Phương pháp sử dụng tam giác Pascal có giải được câu a hay không?	+ Giải quyết được, nhưng phải viết tam giác Pascal tới hàng thứ $n=6$.
+ Phương pháp sử dụng công thức khai triển Newton có giải được câu a hay không?	+ Giải quyết được và giải quyết tương đối nhanh.
+ Phương pháp sử dụng tam giác Pascal có giải được câu b hay không?	+ Không khả thi vì khó có thể viết được tam giác Pascal tới hàng $n=2023$.
+ Phương pháp sử dụng công thức khai triển Newton có giải được câu b hay không?	+ Thông qua số hạng tổng quát của khai triển, hoàn toàn tìm nhanh hệ số của x^{1000} là $2^{1023}C_{2023}^{1000}$.
+ Hãy đánh giá tính tối ưu của hai phương pháp trên trong việc khai triển nhị thức?	+ Phương pháp sử dụng công thức khai triển Newton tối ưu hơn vì khai triển nhanh hơn và việc tìm hệ số của biến dễ dàng hơn khi sử dụng tam giác Pascal.

Phân tích biểu hiện TDPP: HS nhìn nhận vấn đề với nhiều góc nhìn khác nhau, HS đặt được những câu hỏi có ý nghĩa trong phân tích đề bài, trong tìm đường lối chứng minh và trong kiểm nghiệm kiến thức của bản thân, đánh giá tính tối ưu của các giải pháp về chủ đề Nhị thức Newton. HS có TDPP sẽ xem việc đặt câu hỏi trước vấn đề cần giải quyết và trả lời các câu hỏi để dẫn đến kết quả cần tìm kiếm là cần thiết, đáng quan tâm. Do đó, rèn luyện TDPP luôn gắn liền với việc rèn luyện cách đặt câu hỏi.

2.5.2. Rèn luyện cho học sinh tìm tòi các hướng giải quyết khác nhau của một vấn đề, phân tích và đánh giá được phương án tối ưu trong dạy học chủ đề Nhị thức Newton

a. Mục đích của biện pháp

Mục đích của biện pháp này giúp HS có cách nhìn đa chiều, toàn diện, biết phân tích, chuyển hướng suy nghĩ khi gặp một bài toán để khai thác vấn đề theo nhiều hướng khác nhau, từ đó tìm được nhiều lời giải cho một bài toán và đánh giá được ưu điểm, nhược điểm của từng lời giải, góp phần phát triển tư duy cho học sinh theo chiều rộng và chiều sâu.

b. Cách thức thực hiện biện pháp

Bước 1. GV lựa chọn và thiết kế tình huống dạy học có thể tiếp cận nhiều hướng khác nhau (có thể là một bài tập toán có nhiều cách giải, một khái niệm, tính chất với nhiều hình thức diễn đạt khác nhau).

Bước 2. GV định hướng, dẫn dắt HS phát hiện cách giải quyết vấn đề với nhiều cách thức khác nhau.

Bước 3. GV gợi mở HS đánh giá ưu nhược điểm của từng cách giải quyết vấn đề, mở rộng và khai thác ứng dụng của cách giải quyết vấn đề.

Trong tiến trình thực hiện các bước, GV chú trọng định hướng HS nhận ra sự khác biệt của hai đối tượng, vấn đề toán học, phân biệt đối tượng toán học này với đối tượng khác trong chủ đề Nhị thức Newton (hệ số, số hạng, số mũ, lũy thừa, ...), phát hiện được mối quan hệ giữa các yếu tố của hai hay nhiều đối tượng toán học (liên hệ giữa các hệ số đối xứng, liên hệ giữa số mũ, lũy thừa,...), từ đó giúp HS xem xét và nhận định tính đúng hoặc sai của vấn đề, xác định và lựa chọn được những điểm chính, điểm nổi bật của cách giải quyết vấn đề.

c. Ví dụ minh họa

Ví dụ 2. Dạy học tính chất của C_n^k

• $C_n^k = C_n^{n-k} (0 \le k \le n)$ (Tính đối xứng).

• $C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k (1 \leq k \leq n)$ (Hệ thức Pascal).

Xét mệnh đề: Với mọi số tự nhiên k, n thỏa mãn $(0 \leq k \leq n)$ ta luôn có $C_n^k = C_n^{n-k}$.

Bước 1. *GV lựa chọn, thiết kế tình huống dạy học có thể tiếp cận nhiều hướng khác nhau*

GV yêu cầu HS quan sát 3 dòng đầu, hoàn thành tiếp 2 dòng cuối theo mẫu:

$$(a+b)^1 = a + b = C_1^0 a + C_1^1 b$$

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = C_2^0 a^2 + C_2^1 ab + C_2^2 b$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = C_3^0 a^3 + C_3^1 a^2 b + C_3^2 ab^2 + C_3^3 b^3$$

$$(a+b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4 = \cdots$$

$$(a+b)^5 = a^5 + 5a^4b + 10a^3b^2 + 10a^2b^3 + 5ab^4 + b^5 = \cdots$$

So sánh các giá trị của C_4^0 với C_4^4; C_4^1 với C_4^3; C_5^1 với C_5^4; C_5^2 với C_5^3. Nhận xét hệ số khai triển của số hạng cách đều số hạng đầu và số hạng cuối? Dự đoán giá trị C_n^k với $C_n^{n-k} (0 \leq k \leq n)$?

Dự kiến HS dự đoán $C_n^k = C_n^{n-k} (0 \leq k \leq n)$, phát hiện được mối quan hệ giữa các yếu tố của hai hay nhiều đối tượng toán học.

Bước 2. *GV định hướng, dẫn dắt HS phát hiện cách giải quyết vấn đề với nhiều cách thức khác nhau.*

• *Cách tiếp cận thứ nhất*

GV: Nhận xét hai vế đẳng thức cần chứng minh, hãy liên tưởng đến công thức liên quan nào? Hãy đề xuất phương pháp chứng minh?

HS: Công thức tính số tổ hợp. Đề xuất cách chứng minh bằng cách sử dụng công thức tính số tổ hợp để biến đổi vế trái bằng vế phải.

Sử dụng công thức tổ hợp

Với $0 \leq k \leq n$, ta có $C_n^{n-k} = \frac{n!}{(n-k)!(n-n+k)!} = \frac{n!}{(n-k)!k!} = C_n^k$.

HS xác định và lựa chọn được những điểm chính, điểm nổi bật của cách giải quyết vấn đề theo cách tiếp cận này là công thức tổ hợp.

• *Cách tiếp cận thứ hai*

GV yêu cầu HS nhắc lại khái niệm tổ hợp. Hãy thực hiện bài toán chọn ra k phần tử từ tập hợp n phần tử $(0 \leq k \leq n)$ bằng hai cách: Cách chọn trực tiếp ra k phần tử từ tập hợp n phần tử và cách giữ lại $n-k$ phần tử từ tập hợp n phần tử? Từ đó đề xuất phương pháp chứng minh đẳng thức trên?

HS: Chọn trực tiếp ra k phần tử từ tập hợp n phần tử có C_n^k cách. Và giữ lại $n-k$ phần tử từ tập hợp n phần tử có C_n^{n-k}. Do hai cách đếm trên là đáp án của cùng một bài toán nên $C_n^k = C_n^{n-k}$.

HS xác định và lựa chọn được điểm chính, điểm nổi bật của cách giải quyết vấn đề theo cách tiếp cận này là định nghĩa về số tổ hợp được xây dựng trên phép đếm.

• *Cách tiếp cận thứ ba*

GV: Căn cứ vào cách phát biểu bài toán đúng với mọi số tự nhiên k, n thỏa mãn $(0 \leq k \leq n)$, hãy đề xuất một cách chứng minh đẳng thức trên?

HS: Chứng minh bằng phương pháp quy nạp toán học.

+ Với $n = 0$, đẳng thức đúng.

+ Giả sử khẳng định đúng với $n = m (m \in \mathbb{N})$, tức là $C_m^k = C_m^{m-k} (0 \leq k \leq m)$.

Ta chứng minh mệnh đề đúng với $n = m + 1$.

Thật vậy, với $k = m + 1$ khẳng định đúng. Xét $0 \leq k \leq m$, ta có

$$C_{m+1}^k = \frac{m+1}{m-k+1} C_m^k = \frac{m+1}{m-k+1} C_m^{m-k} = C_{m+1}^{m+1-k}$$

Khẳng định đúng với $n = m + 1$.

Vậy, $C_n^k = C_n^{n-k} (0 \leq k \leq n)$.

HS xác định được điểm chính, điểm nổi bật của cách giải quyết vấn đề theo cách tiếp cận này là cách thức phát biểu mệnh đề gần gũi với phương pháp chứng minh quy nạp toán học.

Bước 3. *GV gợi mở HS đánh giá ưu nhược điểm của từng cách giải quyết vấn đề, mở rộng và khai thác ứng dụng của cách giải quyết vấn đề.*

GV yêu cầu HS trình bày ưu nhược điểm của từng cách giải và nhận xét tính tối ưu một cách giải ứng với bài toán này

Kết quả dự kiến: HS nhận xét lời giải 1 ngắn gọn dễ tiếp cận hơn, lời giải 2 mang tính độc đáo hơn vì có cách nhìn một vấn đề ở hai khía cạnh, cách giải 3 mang tính tổng quát hơn.

GV: Từ các cách giải trên, hãy tìm cách giải phù hợp với bài toán "Chứng minh rằng: $C_n^k + C_n^{k-1} = C_{n+1}^k (1 \leq k \leq n)$(Hệ thức Pascal)".

HS: Cách giải 1 và 3 có quá trình biến đổi biểu thức phức tạp hơn, cách giải 2 tối ưu hơn khi xây một bài toán đếm như sau:

Xét tập hợp A có $n+1$ phần tử phân biệt. Số cách lấy ra k phần tử từ $n+1$ phần tử của tập A là C_{n+1}^{k}. Giả sử x là một phần tử của tập A. Số cách lấy ra k phần tử của A không chứa x là C_n^k; số cách lấy ra k phần tử của A luôn chứa x là C_n^{k-1}. Do đó ta phải có $C_{n+1}^k = C_n^k + C_n^{k-1}$.

Phân tích biểu hiện TDPP: HS có quan tâm đến vấn đề và mong muốn có được lời giải đáp thỏa đáng bằng cách thực hiện các hoạt động tích cực tìm các lời giải khác nhau, tích cực trao đổi liên quan đến các cách giải toán góp phần rèn luyện cho HS có cách nhìn đa chiều, không phiến diện, có lập luận khi đánh giá với thái độ công bằng khách quan.

2.5.3. Tổ chức các buổi thảo luận, tranh luận phân tích tính hai mặt của vấn đề trong quá trình dạy học chủ đề nhị thức Newton

a. Mục đích của biện pháp

Biện pháp giúp HS thu thập các ý kiến khác nhau (đúng-sai, tốt-xấu, hay-dở) về vấn đề tranh luận và đánh giá được những thông tin liên quan, tóm tắt những ý tưởng để giải thích vấn đề một cách có hiệu quả, kiểm tra tính phù hợp và đưa ra những kết luận, từ đó rèn luyện HS kỹ năng triển khai các lập luận hợp lý, bằng chứng thuyết phục; đồng thời tăng cường sự tự tin và khả năng ứng biến, kỹ năng sắp xếp và trình bày thông tin.

b. Cách thức thực hiện biện pháp

Bước 1. Chuẩn bị: GV lựa chọn nội dung, thiết kế các câu hỏi, vấn đề thảo luận, chọn các nhóm báo cáo và nhóm phản biện cùng vấn đề.

Bước 2. Thảo luận trên lớp: GV tổ chức hoạt động thảo luận có thể kết hợp vận dụng kỹ thuật dạy học 3-2-1, yêu cầu nhóm phản biện chỉ ra ít nhất 3 ưu điểm của nhóm trình bày, 2 hạn chế và đặt ít nhất 1 câu hỏi về vấn đề đang thảo luận. Dự kiến thời gian thảo luận và sản phẩm của nhóm, phân công báo cáo và nhóm phản biện.

Bước 3. Tổng kết: GV tổ chức cho HS thể chế hóa kiến thức thu được.

Trong cách thức tổ chức thực hiện biện pháp này, chúng tôi tiến hành có sự khác biệt với việc tổ chức thảo luận, tranh luận trên lớp thông thường ở chỗ: ngoài các nhóm tranh luận cần diễn đạt được các nội dung, ý tưởng của nhóm; giải thích và giải quyết được các vấn đề đơn giản, khó trong vấn đề được phân công, trả lời đủ ý các câu hỏi từ nhóm HS khác, câu hỏi của GV, HS còn biết phản hồi những vấn đề đã hiểu, chưa hiểu hoặc hiểu chưa rõ sau khi các nhóm khác trình bày.

c. Ví dụ minh họa

Ví dụ 3. Chứng minh rằng

$$C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \cdots + C_{2n}^{2n} = C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + C_{2n}^5 + \cdots + C_{2n}^{2n-1}.$$

Áp dụng: Tìm số nguyên dương n thỏa mãn

$$C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + C_{2n}^5 + \cdots + C_{2n}^{2n-1} = 2048.$$

***Bước 1.** Giáo viên lựa chọn nội dung, thiết kế các câu hỏi thảo luận*

GV yêu cầu HS tính các tổng

$$M_1 = C_{2021}^0 + C_{2021}^1 + C_{2021}^2 + C_{2021}^3 + \ldots + C_{2021}^{2021}$$

$$M_2 = C_{2021}^0 - 2C_{2021}^1 + 2^2 C_{2021}^2 - 2^3 C_{2021}^3 + \ldots - 2^{2021} C_{2021}^{2021}$$

HS liên hệ đến khai triển nhị thức Newton

$$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + \ldots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n.$$

+ Với tổng M_1 thì $a = 1, b = 1, n = 2021$, do đó $M_1 = 2^{2021}$.

+ Với tổng M_2 thì $a = 1, b = -2$ và $n = 2021$, do đó $M_2 = (1-2)^{2021} = -1$.

GV đề xuất các tổng có chỉ số k lẻ hoặc chẵn: Tính $S_1 = C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + C_{2n}^5 + \cdots + C_{2n}^{2n-1}$, $S_2 = C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \ldots + C_{2n}^{2n}$, so sánh S_1, S_2. Áp dụng kết quả tìm được tìm số nguyên dương n thỏa mãn $C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + C_{2n}^5 + \cdots + C_{2n}^{2n-1} = 2048$.

***Bước 2.** Giáo viên tổ chức hoạt động thảo luận và báo cáo có hai loại hình nhóm học tập: Nhóm trình bày vấn đề và nhóm phản biện.*

GV chia lớp thành 4 nhóm nhỏ (dự kiến nhóm 1, nhóm 3 trình bày sản phẩm, nhóm 2 và nhóm 4 là nhóm phản biện), thảo luận nhóm 5 phút và ghi kết quả vào bảng phụ. GV gọi 2 nhóm cử đại diện lần lượt báo cáo kết quả, khi mỗi một nhóm báo cáo các nhóm còn lại sau khi nghe nhóm bạn báo cáo xong sẽ nêu 3 điểm mạnh của nhóm vừa báo cáo, 2 hạn chế và đặt 1 câu hỏi phát triển về vấn đề (số lượng ý kiến nhận xét có thể điều chỉnh cho phù hợp).

HS thảo luận, dự kiến kết quả của nhóm như sau

$$2^{2n} = (1+1)^{2n} = C_{2n}^0 + C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 + \cdots + C_{2n}^{2n-1} + C_{2n}^{2n}$$

$$0 = (1-1)^{2n} = C_{2n}^0 - C_{2n}^1 + C_{2n}^2 - C_{2n}^3 + \cdots - C_{2n}^{2n-1} + C_{2n}^{2n}$$

Suy ra

$$2^{2n} - 0 = 2\left(C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + C_{2n}^5 + \cdots + C_{2n}^{2n-1}\right)$$

hay $S_1 = 2^{2n-1}$

$$2^{2n} + 0 = 2(C_{2n}^0 + C_{2n}^2 + C_{2n}^4 + \cdots + C_{2n}^{2n})$$

hay $S_2 = 2^{2n-1}$

Vậy $S_1 = 2^{2n-1} = S_2$.

Do đó $C_{2n}^1 + C_{2n}^3 + C_{2n}^5 + \cdots + C_{2n}^{2n-1} = 2048 \Leftrightarrow 2^{2n-1} = 2048 \Leftrightarrow 2^{2n-1} = 2^{11} \Leftrightarrow n = 6$.

Dự kiến hoạt động của nhóm phản biện

- Các nhóm nhận xét 3 ưu điểm và 2 hạn chế xoay quanh kết quả bài toán, cách trình bày khai triển, quy trình giải bài tập dạng toán ứng dụng nhị thức Newton trong giải các bài toán về tổng của dãy các số (quy trình đã đủ các trường hợp chưa? Kiến thức trong đó đúng không? Các lỗi thường gặp?...), phong cách trình bày báo cáo của thành viên nhóm.

- Về câu hỏi

Bảng 4. Dự kiến câu hỏi của nhóm phản biện và câu trả lời

Câu hỏi của nhóm phản biện	Câu trả lời
Nêu cách xác định các số a, b, n trong khai triển nhị thức Newton cần sử dụng?	n xuất hiện trong công thức tổ hợp, a là số có lũy thừa giảm dần, b là số có lũy thừa tăng dần.
Khi nào sử dụng $(a+b)^n$ hoặc $(a-b)^n$ hoặc cả hai khai triển trên?	Nếu chỉ số k chạy liên tục từ 0 đến n thì tổng được đề cập là $(a+b)^n$ hoặc $(a-b)^n$, nếu k chỉ nhận chỉ số lẻ hoặc chẵn thì dùng cả hai với liên kết với nhau bởi phép toán cộng hoặc trừ.

***Bước 3.** GV tổ chức cho HS thể chế hóa kiến thức thu được*

GV đặt vấn đề về bài toán ứng dụng nhị thức Newton trong giải các bài toán về tổng của dãy các số?

HS thống nhất chung các bước

i) Xác định a, b, n trong khai triển nhị thức Newton

$(a+b)^n = C_n^0 a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \ldots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + C_n^n b^n$

có liên quan đến việc giải toán.

ii) Hoàn chỉnh khai triển

+ Nếu chỉ số k chạy liên tục từ 0 đến n thì tổng được đề cập là $(a+b)^n$.

+ Nếu chỉ số k nhận giá trị chẵn thì tổng được đề cập là $\frac{(a+b)^n + (a-b)^n}{2}$.

+ Nếu chỉ số k nhận giá trị lẻ thì tổng được đề cập là $\frac{(a+b)^n - (a-b)^n}{2}$.

iii) Kết luận theo yêu cầu bài toán.

Phân tích biểu hiện TDPP: HS rèn luyện được kỹ năng đặt câu hỏi, HS thực hiện các thao tác phân tích, rút ra kết luận đến việc thảo luận nhóm, đồng thời HS bát bỏ các ý kiến vội vàng, đưa ra kết quả chung của nhóm đến khi phản biện với nhóm bạn đều thể hiện những đặc trưng của người có TDPP. Qua hoạt động cho thấy HS biết cách nhìn nhận ưu điểm của nhóm bạn, thấy được khuyết điểm và có trao đổi những thắc mắc về vấn đề đang được đề cập.

Ngoài ra, GV cần có biện pháp hướng dẫn và rèn luyện cho HS suy xét, cân nhắc được về các mối liên hệ trong chủ đề Nhị thức Newton khi tìm hiểu vấn đề hoặc khi thực hiện nhiệm vụ và biện pháp rèn luyện cho HS suy xét, liên hệ được kiến thức toán học ở chủ đề Nhị thức Newton vào ứng dụng giải quyết vấn đề liên môn hoặc vấn đề thực tiễn.

3. Kết luận

Trong bài viết này chúng tôi đã tổng hợp các quan điểm về TDPP, biểu hiện của TDPP và một số biện pháp rèn luyện TDPP thông qua dạy học chủ đề Nhị thức Newton- Chuyên đề học tập Toán 10. Các biện pháp xoay quanh việc rèn luyện kỹ năng đặt câu hỏi, khả năng nhìn nhận vấn đề ở nhìn khía cạnh, kỹ năng lập luận và đánh giá có căn cứ. Những biện pháp đã nêu sẽ góp phần giúp HS rèn luyện TDPP, cải thiện kỹ năng giải quyết và đánh giá vấn đề một cách toàn diện. Vì vậy, chúng tôi khuyến nghị rằng GV không chỉ thiết kế nội dung dạy học cho HS chiếm lĩnh tri thức mà quan trọng cần dạy cho HS cách học, cách đánh giá suy xét vấn đề để các em có thể phát triển năng lực, tự học suốt đời góp phần thực hiện tốt mục tiêu giáo dục toán của chương trình 2018.

Tài liệu tham khảo

Bộ Giáo dục và Đào tạo. (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông chương trình tổng thể*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.

Chu, C. T. (2016). *Phát triển tư duy thông qua dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. Hà Nội: NXB Đại học Sư phạm.

Đào, T., & Nguyễn, P. T. (2014). Các phương thức tạo cơ hội cho học sinh phát triển tư duy phê phán trong dạy học toán ở trường phổ thông. *Tạp chí Khoa học Giáo dục*, (103), 10-14.

Ennis, R. H. (1985). A logical basis for measuring critical thinking skills. *Educational Leadership*, 43(2), 44-48.

Ennis, R. H. (1993). Critical Thinking Assessment. *Theory into Practice*, 32, 179-186.

Florea, N. M., & Hurjui, E. (2015). Critical Thinking in Elementary School Children. *Procedia - Social and Behavioral Sciences*, 180, 565-572.
Doi: 10.1016/j.sbspro.2015.02.161.

Hà, H. K (Tổng chủ biên). (2021). *Chuyên đề học tập toán 10- Bộ sách kết nối tri thức và cuộc sống*. Hà Nội: NXB Giáo dục Việt Nam.

Lê, T. T., & Nguyễn, H. C. (2015). Đặc điểm tư duy phê phán của các nhóm đối tượng học sinh trung học phổ thông trong học toán. *Tạp chí Khoa học Giáo dục*, (117), 9- 11.

Lipman, M. (1988). Critical thinking -What can it be? *Educational Leadership*, 46(1), 38-43.

Paul, R., Binker., A., Jensen, K., & Kreklau, H. (1990). Critical thinking handbook: A guide for remodeling lesson plans in language arts, social studies and science. Rohnert Park, CA.: Foundation for Critical Thinking.

Phan, T. L. (2008). *Rèn luyện tư duy phê phán của học sinh trung học phổ thông qua dạy học chủ đề phương trình và bất phương trình*. Viện khoa học giáo dục Việt Nam, Việt Nam.

Qing, X. (2013). Fostering Critical Thinking Competence in EFL Classroom. *Studies in iterature and Language*, 7(1): 6-9.
Doi:10.3968/j.sll.1923156320130701.2717.

Willingham, D. T. (2007). Critical thinking: Why is it so hard to teach? *American Educator*, 8-19.