KHAI THÁC CÁC MỐI LIÊN HỆ GIỮA CÁC NỘI DUNG MÔN TOÁN VÀ LIÊN HỆ TOÁN HỌC VỚI THỰC TIỄN NHẰM HỖ TRỢ HỌC SINH PHÁT HIỆN VÀ GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ

• GS,TS. Đào Tam(*)

Tóm tắt

Bài viết trình bày các tình huống để học sinh hoạt động khai thác các mối liên hệ nhằm phát hiện các quy luật toán học, khắc sâu ý nghĩa của tri thức và phát hiện cách giải quyết vấn đề trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông.

Từ khóa: Hoạt động phát hiện, hoạt động giải quyết vấn đề.

1. Mở đầu

Bài viết hướng vào mục tiêu phát triển khả năng giải quyết vấn đề nhờ luyện tập cho học sinh các hoạt động khai thác các mối liên hệ bên trong giữa các nội dung kiến thức môn Toán, liên hệ toán học với thực tiễn, thông qua việc sử dụng một số tình huống dạy học gợi nhu cầu khám phá kiến thức mới.

2. Nội dung

Việc đề ra các hướng hoạt động khai thác các mối liên hệ giữa các nội dung kiến thức và liên hệ tri thức toán học với thực tiễn nhằm hỗ trợ phát hiện tri thức mới, làm sáng tỏ ý nghĩa của tri thức đã được học, cách giải quyết vấn đề được định hướng bởi các tri thức then chốt sau đây:

- Tri thức về phương pháp luận nhận thức toán học: [2], [3], [7], [8].

- Quan điểm tích hợp trong dạy học toán hiện nay cũng như các luận điểm về kết nối tri thức trong lĩnh vực tìm tòi trí tuệ: [1], [4], [6]; kết nối tri thức toán học với cuộc sống [5].

Dưới đây chúng tôi trình bày các hướng hoạt động theo các mục tiêu nêu trên:

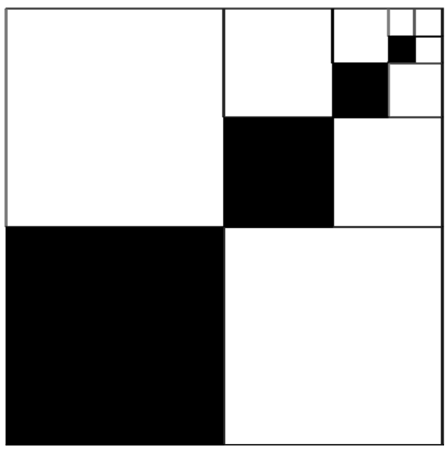
Hướng 1: Tạo các tình huống để học sinh hoạt động phát hiện quy luật toán học

Ý nghĩa của các hoạt động theo hướng 1: Thực hiện các hoạt động theo hướng trên nhằm phát triển cho học sinh khả năng phát hiện vấn đề thông qua khai thác các mối liên hệ giữa các kiến thức của các phân môn khác nhau trong môn Toán. Từ đó góp phần giúp học sinh khắc sâu ý nghĩa của tri thức đồng thời góp phần phát triển khả năng định hướng giải quyết vấn đề trong dạy học toán.

Sau đây là các tình huống gợi nhu cầu cho học sinh thực hiện các hoạt động theo hướng trên:

Tình huống 1: *Xét hình vuông có diện tích S; phân hoạch hình vuông này thành bốn hình vuông bằng nhau có cùng diện tích S_1 nhờ các đường thẳng đi qua hai trung điểm của các cặp cạnh đối. Sau đó phân chia hình vuông có diện tích S_1 thành 4 hình vuông có diện tích S_2 tương tự như cách phân chia đầu tiên. Tiếp tục quá trình này ta có các hình vuông lần lượt có diện tích $S_3; S_4; ...; S_k$...*

Ta tô đen các hình vuông có diện tích $S_1; S_2; ...; S_k$... (Hình 1).



Hình 1

Khi đó nhờ tính chất: Tỉ số diện tích của hai hình đồng dạng theo tỉ số k bằng k^2, ta có

(*) Trường Đại học Vinh.

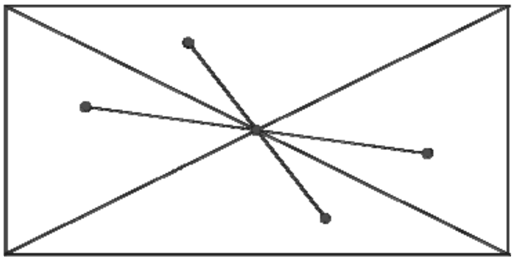
dãy số: $\frac{S_1}{S};\frac{S_2}{S};...;\frac{S_k}{S}...$, chính là dãy số $\frac{1}{2^2};\frac{1}{2^4};\frac{1}{2^6};...;\frac{1}{2^{2k}}...$ với k là số nguyên dương.

Có thể nhận xét trực giác tổng các số hạng của dãy trên bằng $\frac{1}{3}$ (Tổng diện tích các hình vuông được tô đen bằng $\frac{1}{3}S$ có nghĩa là $\frac{1}{3}$ diện tích hình vuông ban đầu). Có thể kiểm chứng tính đúng đắn của tổng trên như sau: Ta gọi T là tổng cần tìm. Khi đó

$$T = \lim_{n\to\infty}\frac{1}{4}\left(\frac{1-\left(\frac{1}{2^2}\right)^n}{1-\frac{1}{4}}\right) = \frac{1}{3}.$$

Như vậy dãy số được rút ra từ việc khai thác ý nghĩa hình học của việc xét dãy các tỉ số diện tích. Điều đó chứng tỏ có thể phát hiện kiến thức đại số nhờ sử dụng các tri thức hình học, sử dụng các hình biểu diễn của các hình hình học. Điều này bước đầu sáng tỏ ý nghĩa của việc tích hợp kiến thức trong dạy học toán.

Tình huống 2: Xét trò chơi sau: *Hai người lần lượt đặt các đồng xu đồng chất như nhau lên mặt bàn chữ nhật, mỗi lần đặt một đồng xu, lần lượt người đặt trước, người đặt sau; không được đặt chồng lên nhau. Người nào đặt đồng xu cuối cùng sẽ thắng. Hãy tìm chiến lược đặt đồng xu để thắng.* (Đặt đồng xu cuối cùng có nghĩa là người tiếp theo không còn chỗ để đặt nữa).



Hình 2

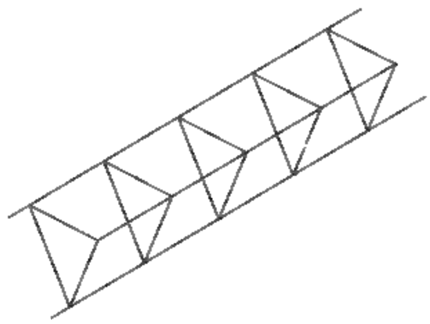
Dưới đây là hướng tư duy phát hiện chiến lược chơi - quy luật chơi để thắng.

- Xét trường hợp đặc biệt: Giả sử mặt bàn nhỏ đến mức chỉ đặt được một đồng xu thôi, khi đó người đi đầu sẽ thắng. Bởi vì người đi đầu cũng là người đi cuối cùng.

- Nêu giả thuyết: Để thắng cần phải đi đầu.

- Kiểm tra tính đúng đắn của giả thuyết trên: Người đi đầu đặt đồng xu vào tâm của hình chữ nhật - tâm đối xứng. Khi đó người thứ hai đặt bất kỳ vị trí nào thì người đi đầu tiên đặt được đồng xu ở vị trí đối xứng trên mặt bàn. Như vậy chừng nào người thứ hai còn đặt được đồng xu lên bàn thì người thứ nhất vẫn có vị trí đối xứng để đặt (xem Hình 2) và như vậy chừng mực nào người thứ hai không đặt được nữa thì kết thúc. Do vậy người đi đầu là người đặt đồng xu cuối cùng - người thắng.

Tình huống 3: *Yêu cầu học sinh giải thích: Tại sao khi làm cần cẩu, dầm cầu, dầm để đổ trần nhà lại kết nối các thanh thép theo hình tam giác* (Hình 3).



Hình 3

Để giải thích hiện tượng nêu trên học sinh phải huy động kiến thức về điều kiện xác định một tam giác: Một tam giác hoàn toàn xác định duy nhất khi cho biết độ dài ba cạnh. Vì vậy kết nối các thanh thép theo các hình tam giác thì kết cấu sẽ không bị biến dạng dưới tác động của gió lớn, bão to, tác động có trọng lực lớn...

Hướng 2: Tạo cơ hội để học sinh hoạt động khắc phục các mâu thuẫn nhận thức

Ý nghĩa của hướng hoạt động 2: Để khắc phục mâu thuẫn giữa một bên là tình huống tri thức mới, bên khác là kiến thức và kinh nghiệm đã có của học sinh buộc họ phải hoạt động tìm tòi các kiến thức trung gian được tạo nên từ các tri thức đã có nhằm tạo sơ đồ nhận thức mới tương thích với tình huống mới. Từ đó mâu thuẫn được khắc phục, góp phần phát triển khả năng giải quyết vấn đề của học sinh.

Có thể mô tả hướng hoạt động trên qua tình huống sau đây:

Tình huống 4: *Cho tứ diện ABCD có AB = CD = p; AC = BD = q; AD = BC = r. Hãy tính khoảng cách từ đỉnh A đến mặt phẳng (BCD).*

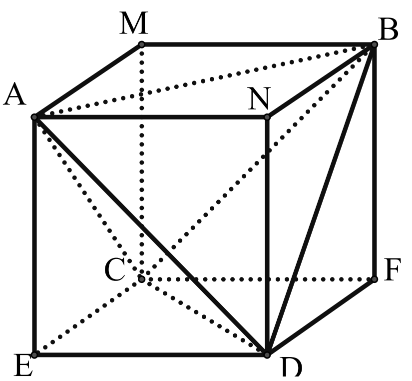
Với các kiến thức đã có trong sách giáo khoa (SGK) liên quan đến tọa độ, tích vô hướng và các cách tính khoảng cách đã biết trong hình học phẳng không thể vận dụng để giải quyết bài toán trên.

Để giải bài toán trên học sinh phải biết cách thiết lập mối liên hệ giữa tứ diện gần đều và hình hộp chữ nhật nhờ sử dụng cách kiến tạo sau đây:

Qua các cặp cạnh đối của tứ diện *ABCD* ta dựng các cặp mặt phẳng song song lần lượt chứa các cạnh đối nêu trên. Ba cặp mặt phẳng song song này đôi một cắt nhau tạo thành một hình hộp chữ nhật. Kiểm tra điều này nhờ sử dụng các mệnh đề sau:

- Nếu hai mặt phẳng song song bị cắt bởi một mặt phẳng thứ ba thì giao tuyến nhận được là hai đường thẳng song song.

- Nếu một hình bình hành có hai đường chéo bằng nhau thì hình bình hành đó là hình chữ nhật.



Hình 4

Từ đó ta có hình hộp chữ nhật *MANB.CEDF* ngoại tiếp tứ diện đã cho (Hình 4). Ta đặt $MA = x$; $BM = y$; $MC = z$. Khi đó thể tích của tứ diện là V được tính theo thể tích của hình hộp theo công thức sau:

$$V = xyz - 4\frac{1}{6}xyz = \frac{1}{3}xyz.$$

Các số x; y; z được tính theo p; q; r theo hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = p^2 \\ x^2 + z^2 = q^2 \\ y^2 + z^2 = r^2 \end{cases}.$$

Khi đó khoảng cách h từ đỉnh A đến mặt phẳng (BCD) được tính theo công thức $h = \frac{3V}{S}$; với S là diện tích của tam giác BCD tính theo ba cạnh p; q; r.

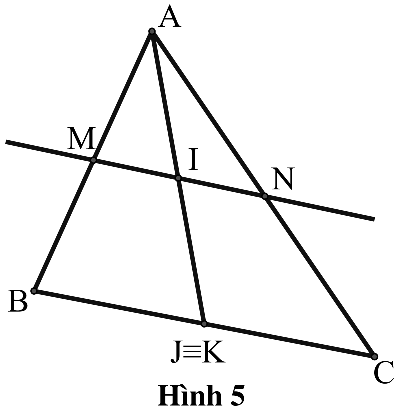
Hướng 3: Tạo cơ hội để học sinh khám phá các ứng dụng mới của các kiến thức SGK

Mục tiêu của những hoạt động khai thác các ứng dụng của những khái niệm, định lý, quy tắc là để kiến thức SGK xâm nhập tốt hơn vào các lĩnh vực kiến thức khác nhau của môn Toán. Từ đó tạo mối liên hệ nhiều mặt, đa dạng của các kiến thức được dạy, tạo điều kiện để học sinh liên tưởng, huy động kiến thức giải quyết vấn đề toán học phong phú hơn. Thực hiện các hoạt động này sẽ góp phần dự tính quan điểm tích hợp trong dạy học toán. Dưới đây chúng ta xét cách xây dựng các quy trình sử dụng định lý Thales trong tam giác để phát hiện cách chứng minh ba điểm thẳng hàng theo một phương pháp mới. Việc xây dựng quy trình được tiến hành theo các bước sau:

Bước 1: Khảo sát các trường hợp riêng

a. Cho tam giác *ABC*. Các điểm *M, N* tương ứng là trung điểm các cạnh *AB*; *AC*. Gọi *I*, *J* lần lượt là trung điểm của đoạn *MN* và cạnh *BC*. Hãy sử dụng định lý Thales chứng minh ba điểm *A*; *I*; *J* thẳng hàng.

b. Cho tam giác *ABC*. Đường thẳng *d* song song với *BC* cắt các cạnh *AB*; *AC* tại các điểm tương ứng *M*; *N*. Gọi *I*; *J* lần lượt là trung điểm các đoạn *MN* và cạnh *BC*. Chứng minh ba điểm *A; I*; *J* thẳng hàng.



Hình 5

Hai trường hợp trên có cách lập luận chung như sau: Giả sử *AI* cắt *BC* tại *K* (Hình 5). Khi đó theo định lý Thales trong các tam giác *ABK* và *ACK* ta có: $\frac{IM}{KB}=\frac{IN}{KC}$ (1) vì cùng bằng $\frac{AI}{AK}$. Từ (1) và do $IM=IN$ suy ra $BK=KC$. Từ đó $J\equiv K$.

Bước 2: Cho học sinh khái quát sự kiện sau:

Do *MN* song song với *BC* nên theo định lý Thales ta có:

$$\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}=\frac{\frac{1}{2}NM}{\frac{1}{2}BC}=\frac{MI}{BJ}$$

Bước 3: Phát biểu quy trình 1: Chứng minh ba điểm *A*; *B*; *C* thẳng hàng.

Để chứng minh ba điểm *A*; *B*; *C* thẳng hàng ta thực hiện theo quy trình ba bước sau:

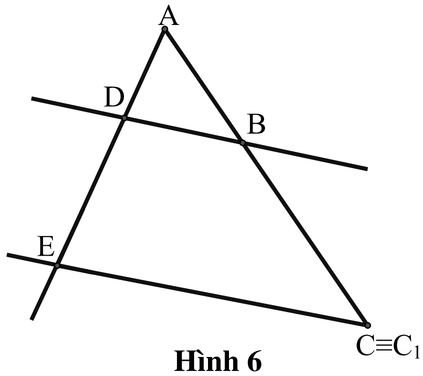
1. Vẽ đường thẳng *d* qua *A* sao cho các điểm *B*; *C* nằm về một nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng *d*.

2. Vẽ các đường thẳng *BD*; *CE* song song với nhau; *D* và *E* thuộc đường thẳng *d*.

3. Chứng minh $\frac{DB}{CE}=\frac{AD}{AE}$ (*)

Có thể kiểm tra tính đúng đắn của quy trình như sau:

Kéo dài *AB* cắt tia *EC* tại C_1 (Hình 6). Khi đó theo định lý Thales áp dụng cho tam giác AEC_1 ta có $\frac{AD}{AE}=\frac{DB}{EC_1}$. Từ đẳng thức cuối cùng và đẳng thức (*) và hai tia *DB* và *EC* cùng hướng nên $C\equiv C_1$.



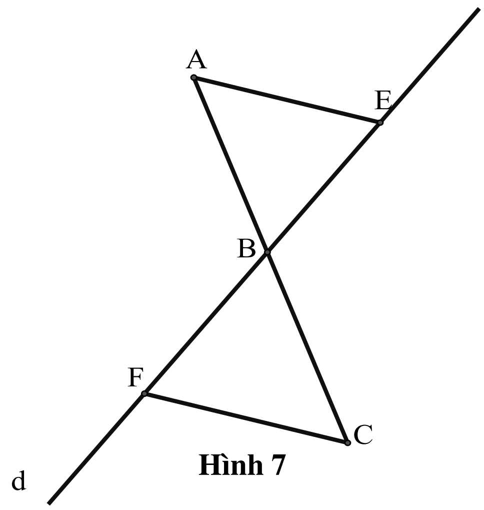
Hình 6

Bằng cách tương tự ta có quy trình 2 chứng minh ba điểm *A*; *B*; *C* thẳng hàng gồm ba bước sau đây:

1. Vẽ đường thẳng *d* qua *B* sao cho các điểm *A*; *C* nằm khác phía với đường thẳng *d*.

2. Vẽ các đường thẳng *AE* song song với *CF*; các điểm *E*; *F* thuộc đường thẳng *d*.

3. Chứng minh $\frac{BA}{BC}=\frac{AE}{CF}$ (Hình 7). Bạn đọc có thể kiểm tra quy trình 2 nhờ sử dụng định lý Thales tương tự như ở quy trình 1.



Hình 7

Vận dụng hai quy trình trên có thể giải các bài toán sau đây:

Bài toán 1: Cho tam giác *ABC*. Hình chữ nhật *MNPQ* nội tiếp tam giác đó sao cho *M* thuộc cạnh *AB*; *N* thuộc cạnh *AC*; các đỉnh *P* và *Q* thuộc cạnh *BC*. Tìm quỹ tích tâm *O* của hình chữ nhật *MNPQ* khi *M* di động trên *AB*.

Bài toán 2: Chứng minh rằng trong một tam giác: Trực tâm *H*; trọng tâm *G* và giao điểm *O* của các đường trung trực của ba cạnh thuộc một đường thẳng.

Bài toán 3: Cho tam giác *ABC* nhọn. *M* là điểm di động trên cạnh *BC*. Gọi *P*; *Q* lần lượt là hình chiếu vuông góc của *M* lên các đường thẳng *AB*, *AC*. Tìm quỹ tích trung điểm *I* của đoạn *PQ*.

3. Kết luận

Trên đây chúng tôi xét các hoạt động khai thác mối liên hệ bên trong của các tri thức, bước đầu xem xét vai trò các mối liên hệ đó trong việc phát hiện các quy luật toán học và khắc sâu ý nghĩa các tri thức thông qua khai thác các ứng dụng vào nội bộ môn Toán và thực tiễn.

Tài liệu tham khảo

[1]. M. Alecxeep và cộng sự (1976), *Phát triển tư duy của học sinh*, NXB Giáo dục.

[2]. Phạm Văn Hoàn - Trần Thúc Trình - Nguyễn Gia Cốc (1987), *Giáo dục học môn Toán*, NXB Giáo dục.

[3]. Nguyễn Thế Nghĩa (2007), *Những chuyên đề triết học*, NXB Khoa học xã hội.

[4]. G. Pôlya (1997), *Giải một bài toán như thế nào*, NXB Giáo dục.

[5]. Organization for Economic Co-operation and Development (2003), *The PISA 2003 Assessment Framework - mathematic, reading, science and problem sovling knowledge and skills, Paris.*

[6]. Đào Tam (1997), "*Rèn luyện năng lực chuyển đổi ngôn ngữ thông qua việc khai thác các phương pháp khác nhau giải các bài toán hình học ở trường trung học phổ thông",* Tạp chí Nghiên cứu Giáo dục, (số 12).

[7]. Đào Tam (chủ biên), Trần Trung (2010), *Tổ chức hoạt động nhận thức trong dạy học toán cho học sinh trung học phổ thông*, NXB Đại học Sư phạm.

[8]. Nguyễn Cảnh Toàn (1997), *Phương pháp luận duy vật biện chứng với việc học tập, dạy, nghiên cứu toán*, tập 1-2, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

EXPLORING THE LINKS BETWEEN MATHEMATICS CONTENTS AND PRACTICE TO HELP STUDENTS IDENTIFY AND SOLVE PROBLEMS

Summary

This paper presents situations in which students have to find out relevant links in order to recognize mathematics laws, internalize knowledge significance and find solutions to problems in teaching mathematics at schools.

Keywords: recognitions, problem solutions.

Ngày nhận bài: 19/9/2015; Ngày nhận lại: 19/10/2015; Ngày duyệt đăng: 30/10/2015.